経済研究
Vol. 65, No. 3, July 2014

Goodwin-Kaldor統合モデルにおける失業，成長および分配
──資本制経済の動学分析──

吉　田　博　之*

本稿では，Goodwin-Kaldor 統合モデルを提示し，資本制経済の動学的性質について検討する．特に，財市場の価格調整を重視する Skott モデルを再考することによって，財市場の数量調整を重視する不均衡モデルを構築することを試みる．本稿では，利潤追求的な投資支出によって，経済が動学的に不安定な性質を有するという結果を示した．なお，政府が財政的手段を利用して安定化政策を実施することを想定し，その経済的効果について分析を行なった．この場合，政府が十分強い財政政策を採用することにより不安定な経済を安定化させることが可能であることを示した．加えて，我々は，Hopf 分岐定理を用いて内生的な成長循環が発生する正確な条件を示した．
JEL Classification Codes: C62, E10, E32

1. はじめに

資本制経済の特徴として，景気循環の周期的発生を指摘することができる．景気循環の過程で，我々は，ときに厳しい底を経験することもあるし，まれに激しい天井を体験することもある．景気循環は不況・回復・好況・後退という一連の局面に分類されるが，多くの場合，それぞれの局面は比較的規則的に出現するが，それらの周期はまったく同一ではない．

Marx，Schumpeter，そして Keynes などが景気循環もしくは経済変動について多大な注意を払い，経済分析を行なってきた．さらに，近年では，数学的側面に注目して景気循環や経済変動の厳密な数理的分析が盛んに展開されるようになってきた．特に，非線型ダイナミカルシステムの理論やカオス理論における研究成果を応用することによって，経済学の分野でも長足の進歩が見られた．景気循環や経済変動の分野で最も先駆的な業績は，Kaldor(1940)，Goodwin(1967) および Rose(1967) などが挙げられる．Kaldor(1940) は，投資関数もしくは貯蓄関数の非線型性に着目して景気循環が内生的に発生する可能性について詳細な考察を行なった．また，Goodwin(1967) は，資本家と労働者の対立を軸に成長循環のモデルを厳密な形で構築した．そして，Rose(1967) は，労働市場における Phillips 曲線の非線型性を基礎にマクロ動学における内生的景気循環モデルを提示している．

本稿の主要な目的は，Kaldor モデルと Goodwin モデルの統合を意図して展開された Skott(1989a) モデルを再検討し，新たなモデルを構築することにある．端的に述べるならば，Skott モデルには，財市場における瞬時均衡が想定され，労働市場における実質賃金率の変動が考慮されていないという特徴がある．しかしながら，このような特徴を採用することは，Kaldor モデルの特徴である財市場における不均衡調整過程と Goodwin モデルの特徴である産業予備軍による実質賃金率の調整過程を無視することにつながっている．本稿では，Skott で無視された点を明示的に考慮しながら，彼の提示した投資関数(利潤分配率と稼働率に依存する)を用いた Goodwin-Kaldor 統合モデルを再構築することを試みる．

本稿の議論に関連する文献として，Asada (1989) や Yoshida & Asada (2007) を指摘することができる．これらの文献は，Goodwin モデルに貯蓄関数とは独立的な投資関数を導入することによって有効需要の原理を明示的に組み入れたマクロモデルを構築している．このような意味で，これらの文献は Keynes-Goodwin モデルに分類されるものであり，本稿と同じような問題意識を共有している．なお，上述の２つの文献で採用されている投資関数や分析内容は，本稿の議論とそれぞれ異なっている．具体的に

述べるならば，Asada(1989)では，利潤率と予想実質利子率に依存する投資関数を用いて，マクロ動学モデルを構築し，金融政策の安定効果について分析している．また，Yoshida & Asada(2007)では，利潤分配率と予想実質利子率に依存する投資関数を用いて，マクロ動学モデルを構築し，財政政策の有効性について議論している[1]．

本稿は以下のように構成される．第2節では，Skott モデルを検討する．第3節では，Skott とは異なる視点で，新しい Goodwin-Kaldor 統合モデルを構築し，分析を行なう．第4節では，代替的投資関数を想定してモデルを再構築し，分析を行なう．最後に，第5節では，得られた結果をまとめる．

2. Skott モデルの検討

2.1 Kaldor と Goodwin のモデル

まず，Skott(1989a)モデルの概略について触れる前に，Kaldor モデルと Goodwin モデルの特徴について指摘しておこう[2]．ただし，Kaldor(1940)は解析的分析ではなく図式的分析である．数学的に厳密に設定されたモデルは Chang & Smyth(1971)によって提示されている．本稿で，単に Kaldor モデルと呼称するときには，Chang & Smyth(1971)モデルを主として念頭に置いている．

Goodwin モデルと Kaldor モデルの大きな相違点は，経済主体と市場の取り扱いにある．まずは，両モデルで想定される経済主体の取り扱いについて考えてみよう．Goodwin モデルでは，資本家と労働者という階級区分を明示的に考慮しているのに対して，Kaldor モデルでは，マクロ経済学的な意味での国民を念頭に置いている．資本家と労働者は生産物の分配をめぐって対立する関係にある．このような関係は資本制経済に特有のものであり，景気循環の要因の1つである．

次に，市場について言及しよう．両モデルの相違点を語るときには，財市場と労働市場について説明しなければならない．財市場の供給面について，Goodwin は資本設備の完全稼働を想定している．さらに，資本家の利潤はすべて貯蓄され自動的にすべて投資に回されることを想定している．この想定は Say の法則の成立を意味し，財市場における需要と供給が常に均衡することを保証する．すなわち，Goodwin モデルでは，有効需要の不足問題が発生しないことを意味する．これに対して，Kaldor モデルでは事前の投資と事前の貯蓄が常に一致することが前提とされていない．いわば，財市場における不均衡モデルであり，景気循環を財市場の不均衡過程として記述しているのである．

また，労働市場の取り扱いについても Goodwin モデルと Kaldor モデルでは大きな差がある．Kaldor モデルでは，労働市場について積極的な考察は見られない．Kaldor モデルは，景気循環が発生する基本的なメカニズムを投資行動に求めている．これに対し，Goodwin モデルでは，相対的過剰人口もしくは産業予備軍を考慮し，実質賃金率と産業予備軍の関係を定式化している[3]．Goodwin は景気循環過程における労働市場の役割にも着目して，成長循環のモデルを構築しているのである．

Goodwin モデルの独自性は階級対立に目を配り，内生的景気循環を厳密に定式化しているところにある．しかし，資本の完全稼働と Say の法則を想定しているところに再考の余地があると思われる．

これに対して，Kaldor モデルの独自性は，貯蓄とは独立した投資関数を明示的に考慮し，財市場における不均衡調整過程を景気循環の大きな要素としてモデル化しているところにある．しかしながら，経済成長をモデルの中に組み込むことに成功していない．Kaldor モデルの定常状態では資本ストックは一定であり，資本の蓄積過程が出現しない．この点について改善の余地があると思われる．

2.2 Skott モデルの概略

本稿では，Skott(1989a)モデルの概略について提示する．Skott モデルでは，産出・資本比率(σ)と雇用率(e)という2つの変数が大きな役割を果たし，それらの定義は

$$\sigma = Y/K \tag{1}$$

$$e = L/N \tag{2}$$

で与えられる．ただし，Y は産出量，K は資本ストック，L は雇用量，そして，N は労働

人口(労働供給量)である．なお，労働人口は一定率 n で増加するとする．つまり，

$$\dot{N}/N = n \tag{3}$$

を想定する．また，労働生産性 a は

$$a = Y/L \tag{4}$$

と定義できるが，労働生産性が一定率 α で成長すると想定する．つまり，

$$\dot{a}/a = \alpha, \alpha \geq 0 \tag{5}$$

を想定する．

Skott は，Kaldor モデルと Goodwin モデルの統合を意図して，彼独自のモデルを構築した．Skott モデルの特徴として，生産拡大関数と投資関数の想定を指摘することができる[4]．生産拡大関数とは，資本家の生産決定態度を表現しており，

$$\dot{Y}/Y = h(1-u, e),$$
$$\frac{\partial h}{\partial(1-u)} = h_{1-u} > 0, \frac{\partial h}{\partial e} = h_e < 0 \tag{6}$$

と定義されている．ここで，u は賃金分配率であり，$1-u$ は利潤分配率である．

また，資本家が行なう投資 I について，次のような投資関数が設定されている．

$$I = i(\sigma, 1-u)Y,$$
$$\frac{\partial i}{\partial \sigma} = i_\sigma > 0, \frac{\partial i}{\partial(1-u)} = i_{1-u} > 0 \tag{7}$$

産出・資本比率は設備稼働率の代理変数であると解釈可能であり，この投資関数では，以下の2つの性質が示されている．つまり，(i)産出・資本比率が上昇すれば，資本家は設備の不足を認識することになり，資本家が投資をさらに増大させる($i_\sigma>0$)．また，(ii)利潤分配率が増大すれば，利潤の増大を反映して，資本家がさらに投資を増大させる($i_{1-u}>0$)．なお，このような投資関数は Bhaduri & Marglin (1990) においても採用されている．そして，投資と資本ストックの物理的な関係を表す式として，資本の蓄積方程式がある．I は粗投資であり，δ を資本減耗率として，

$$\dot{K} = I - \delta K, 0 < \delta < 1 \tag{8}$$

となる．

Skott は，貯蓄 S が資本家階級によってなされることを想定し，貯蓄関数として

$$S = s(1-u)Y, 0 < s < 1 \tag{9}$$

と定式化する[5]．なお，s は貯蓄性向であり，$0<s<1$ を満たす定数である．このような貯蓄行動は，利潤分配率が上昇すれば，経済全体の貯蓄率が上昇することを示している．

さらに，Skott は財市場の瞬時的均衡($I=S$)が常に成立することを想定する．つまり，

$$i(\sigma, 1-u) = s(1-u) \tag{10}$$

が成立する．陰関数の定理を適用することにより，

$$1-u = \theta(\sigma) \tag{11}$$

を満たす関数 θ が存在し，$\theta'(\sigma)=i_\sigma/(s-i_{1-u})$ が成立する．ただし，Skott は $s-i_{1-u}>0$ を前提にしているので，$\theta'(\sigma)>0$ が成立する[6]．

以上の設定を考慮することによって，次のような Skott の体系を導出することができる．

Skott の体系

$$\dot{\sigma}/\sigma = h(\theta(\sigma), e) - \sigma i(\sigma, \theta(\sigma)) + \delta \tag{12a}$$
$$\dot{e}/e = h(\theta(\sigma), e) - \alpha - n \tag{12b}$$

なお，σ の定義式(1)を時間に関して微分演算を行なうと

$$\frac{\dot{\sigma}}{\sigma} = \frac{\dot{Y}}{Y} - \frac{\dot{K}}{K} \tag{13}$$

を得る．これに式(6), (7), (8)を代入すると，式(12a)を得る．また，雇用率の定義式(2)に，労働生産性の定義式(4)を代入することにより，

$$e = L/N = Y/(aN) \tag{14}$$

が成立し，これについて時間に関する微分演算を実行すれば，

$$\frac{\dot{e}}{e} = \frac{\dot{Y}}{Y} - \frac{\dot{a}}{a} - \frac{\dot{N}}{N} \tag{15}$$

を得る．これに式(3), (5), (6)を代入すると，(12b)を得る．

Skott の体系は2変数(σ と e)の常微分方程式体系として完結している．Skott モデルの定常状態では，産出・資本比率が一定となるが，このとき，産出量と資本ストックは等しい成長率で成長し，その成長率は自然成長率 $\alpha+n$ に等しくなる．この性質は，Kaldor モデルの定常状態が資本ストックが一定になるという性質と対照的である．この点において，Kaldor モデルに欠けていた成長分析を積極的に取り込むという Skott の試みは成功している．

Skott はこの2次元微分方程式体系に対して，Poincaré-Bendixson の定理を適用することにより，極限周期軌道の存在を証明した[7]．つまり，

彼は，この経済において成長経路をめぐる永続的な循環が発生することを示したのである．

2.3 Skott モデルに対する評価

Skott は，Goodwin モデルと Kaldor モデルの統合という目的を提示し，彼独自のモデルを構築した．その試みは多くの点で成功しているように思える．確かに，彼独自の生産拡大関数(6)を導入することによって，Kaldor モデルで考察されることのなかった経済成長をめぐる経済変動について明示的に分析することに成功している．さらに，貯蓄関数から独立した投資関数を明示的に導入し，資本制経済における投資の独立性について十分な配慮を行なっている．このような点で，Skott モデルはおおいに評価されるものである．

しかしながら，Skott モデルには考慮すべき点が2点あるように思われる．第1点は，Skott(1989a, pp. 234-237)において指摘されているように，産出量の先決性と財市場における瞬時的均衡が想定されている点である．特に，後者の想定について，標準的な Keynes 的体系とは乖離していることを彼自身が認めている．また，生産拡大関数(6)を想定する限り，一時均衡点において財の供給量が先決変数となる[8)]．Skott の財市場の瞬時的均衡は，C を消費として $Y=C+I$ と書き直すこともできる．この式は，左辺の供給水準が期首に与えられ，その後，右辺の総需要水準が供給量に等しくなるように調整されることを意味する．$Y<C+I$ という超過需要が発生するならば，左辺の供給水準は変化することなく，右辺の需要水準の減少によって財市場の均衡が達成されるのである．また，$Y>C+I$ という超過供給が発生するならば，左辺の供給水準は変化することなく，右辺の需要水準の増大によって財市場の瞬時的均衡が達成されるのである．なお，このような調整過程が利潤(もしくは労働)分配率の構成要素である価格によって達成されることを Skott は想定している．これに対して，本稿では，財市場の不均衡が数量調整によって達成されることを想定した不均衡モデルを構築することを試みる．

第2点は価格変数が明示的にモデル変数として考慮されていないことである．Skott は，賃金分配率と利潤分配率を重要な変数と認識し，分析されるべき経済変数としている．賃金分配率＝実質賃金率×平均労働生産性の逆数であることに注意するならば，実質賃金率と賃金分配率は不可分の関係にあることは明白である．Skott モデルでは，Goodwin モデルで導入されていた産業予備軍効果を示す実質賃金率の動学方程式が排除されている．これに対して，本稿では，産業予備軍効果を明示的に定式化された形で導入し，モデル分析を実施する．

3. Goodwin-Kaldor 統合モデル

3.1 新しい統合モデルの構築

前節では，Skott モデルの概略とそれに対する評価について説明した．本節では，その点を踏まえて次のような改善を提示する．これは，Skott とは異なる視点から Goodwin-Kaldor 統合モデルを構築するための提案である．

本節で提示するモデルに導入する2点の要素を強調しておきたい．つまり，Kaldor モデルにおける財市場の不均衡に関する数量調整式を積極的に導入すること，さらに，Goodwin モデルおける実質賃金変動式を明示的に組み込むことである．

では，具体的なモデル構築に進んでいこう．我々のモデルでは基本的な変数として，産出・資本比率(σ)，賃金分配率(u)，そして，雇用率(e)という3つの変数を使用する．

まず，財市場の調整過程を次のように定式化しよう．

$$\frac{\dot{\sigma}}{\sigma}=\beta\left(\frac{I-S}{Y}\right), \beta>0 \tag{16}$$

なお，β はパラメーターであり，ここでは，線型の調整過程を考えている．この定式化は，各時点において財市場で不均衡が発生することを許容し，超過需要の程度によって生産調整が行なわれることを表現している．この定式化を採用することによって，Skott モデルとは異なり，本稿では，Keynes 的な有効需要の原理を取り込むことが可能になっている．なお，財市場において超過需要が発生したときには，在庫取り崩しによって投資が実現され，他方，超過供給が発生したときには，在庫の積み増しが行なわれることが暗黙的に想定されている．また，以

下では，投資関数と貯蓄関数について，前節で提示されたSkottの投資関数(7)と貯蓄関数(9)をそれぞれ採用する．

このような想定のもと，財市場の不均衡調整方程式(16)として，

$$\frac{\dot{\sigma}}{\sigma} = \beta[i(\sigma, 1-u) - s(1-u)] \tag{17}$$

を得る．

次に，賃金分配率uについて考えよう．Rを実質賃金率として，賃金分配率は

$$u = RL/Y \tag{18}$$

と定義されるが，労働生産性aの定義式(4)に注意すれば，

$$u = R/a \tag{19}$$

が成立する．これについて時間に関する微分演算を実行するならば，

$$\frac{\dot{u}}{u} = \frac{\dot{R}}{R} - \frac{\dot{a}}{a} \tag{20}$$

が成立する．この式が意味するものは明らかである．この式は，実質賃金率に関する攻防が同時に分配に関する攻防であることを意味している．実質賃金率の成長率が労働生産性の成長率を超えれば，それは，賃金分配率の増大を意味する．また，実質賃金率の成長率が労働生産性の成長率より落ち込めば，それは，利潤分配率の増大を意味する．

実質賃金率の決定について

$$\dot{R}/R = f(e), f' > 0 \tag{21}$$

を想定しよう．これは，Marxの産業予備軍効果，もしくは相対過剰人口による賃金効果を定式化したものである．雇用率の減少は産業予備軍の増大を意味し，そのような状況のもとでは，労働者の交渉力は弱体化し，実質賃金率の上昇は抑制されることになる．また，労働生産性が一定率αで成長するという想定を考慮するならば，

$$\frac{\dot{u}}{u} = f(e) - \alpha \tag{22}$$

が成立する．

さらに，雇用率について

$$e = L/N = Y/(aN) \tag{23}$$

が成立し，これに対して時間に関する微分演算を実行すれば，

$$\frac{\dot{e}}{e} = \frac{\dot{Y}}{Y} - \frac{\dot{a}}{a} - \frac{\dot{N}}{N} \tag{24}$$

を得る．これに対して，投資関数(7)，(13)，財市場の調整方程式(17)，資本蓄積方程式(8)などを考慮することによって，

$$\frac{\dot{e}}{e} = \{\beta[i(\sigma, 1-u) - s(1-u)] + i(\sigma, 1-u)\sigma - \delta - \alpha - n\} \tag{25}$$

を得る．

以上の議論をまとめることによって資本制経済の運動法則を記述する体系Iを導出することができる．

体系I

$$\dot{\sigma} = \beta[i(\sigma, 1-u) - s(1-u)]\sigma \tag{26a}$$

$$\dot{u} = [f(e) - \alpha]u \tag{26b}$$

$$\dot{e} = \{\beta[i(\sigma, 1-u) - s(1-u)] + i(\sigma, 1-u)\sigma - \delta - \alpha - n\}e \tag{26c}$$

定常状態(σ^*, u^*, e^*)は$\dot{\sigma} = \dot{u} = \dot{e} = 0$で定義され，これらは

$$i(\sigma^*, 1-u^*) = s(1-u^*) \tag{27a}$$

$$f(e^*) = \alpha \tag{27b}$$

$$i(\sigma^*, 1-u^*)\sigma^* = \delta + \alpha + n \tag{27c}$$

を満たす値である．定常状態では，財市場が均衡しており，また，実質賃金率の成長率と労働生産性の成長率が等しくなっている．さらに，$\dot{K}/K = I/K - \delta$に注意すれば，定常状態において，資本Kは自然成長率$(\alpha+n)$で蓄積されることになる．もちろん，定常状態では，$(\dot{K}/K)^* = (\dot{Y}/Y)^*$が成立するので，産出量の成長率も自然成長率に等しいことが分かる．

なお，式(27b)より，e^*が一意に存在することが容易に分かるが，σ^*とu^*について，それらの存在と一意性は自明ではない．以下では，σ^*とu^*が存在し，かつ一意であることを仮定する．

上述の体系Iは3変数で構成される微分方程式体系である[9]．この体系に関して，線型近似を行なうことによって次のようなJacobi行列を得る．なお，Jacobi行列は定常状態の近傍で評価されているが，記号の煩雑さを避けるために定常状態を示す記号(*)を省略している．

$$J_1 = \begin{bmatrix} \beta i_\sigma \sigma & -\beta(i_{1-u} - s)\sigma & 0 \\ 0 & 0 & f'u \\ (\beta i_\sigma + i_\sigma \sigma + i)e & -[\beta(i_{1-u} - s) + i_{1-u}\sigma]e & 0 \end{bmatrix} \tag{28}$$

となる．これに対応する特性方程式は

$$\lambda^3+b_1\lambda^2+b_2\lambda+b_3=0 \tag{29}$$

であり，ただし，

$$b_1=-\beta i_\sigma\sigma<0 \tag{30a}$$

$$b_2=[\beta(i_{1-u}-s)+i_{1-u}\sigma]ef'u \tag{30b}$$

$$b_3=-s\sigma f'u(i_\sigma\sigma+i)e<0 \tag{30c}$$

となる．

命題1　体系Iにおいて，定常状態は局所的に不安定である．

証明　定常状態の局所的安定性を検討するためには，Routh-Hurwitz の条件を調べればよい．3変数の微分方程式体系に関する Routh-Hurwitz の条件は $b_1>0, b_3>0, b_1b_2-b_3>0$ である．上で明記しているように，$b_1<0, b_3<0$ が成立する．これにより，命題1が証明された．□

この体系の定常状態が不安定になる理由として，投資関数の性質を指摘することができる．Skott の投資関数には，産出・資本係数(σ)の上昇が投資をさらに増大させる効果が内包されている．産出・資本係数が稼働率の代理変数であると解釈が可能であるから，この効果を Harrod 効果と呼ぶことができるだろう．各企業が資本不足を認識し，投資を増やすならば，マクロ的結果として，景気が上昇することにより，さらなる資本不足に陥るのである．他方，各企業が資本過剰を認識し，投資を減少させるならば，マクロ的結果として，景気が減速することにより，資本過剰に陥るのである．このような不均衡の一方的な累積過程は Harrod によって強調されたことに由来して，Harrod の不安定性原理とも呼ばれる．なお，この点の詳細な展開については，Harrod(1973)を参照のこと．

3.2　財政政策の導入

前節では，政府部門のない純粋な資本制経済における動学的分析を行なった．この節では，有効需要政策を実施する政府を考慮したモデルを提示する．この試みは Keynes 的要素を導入することに等しい．Keynes は，資本制経済の存続に強い危機感を持ち，資本制経済を救済するために政府が積極的に政策介入を行なうことを提唱した．

3.2.1　政府の財政活動を考慮したモデル

Keynes は，『一般理論』において非自発的失業の概念を創出し，公共事業の乗数効果を利用することによって失業を減少させることが可能であることを論証した．このことを以って，Keynes が困窮する労働者を救済するための方策を提示し，失業者の救世主となったと理解されることが多い．しかしながら，新野・置塩(1957，第3章)で明らかにされているように，Keynes はイギリスの階級社会に生き，ブルジョア階級の代表者であったことを見逃してはならない．Keynes の有効需要政策の主目的は，資本家の遊休設備を稼働させることにあったのである．つまり，労働者の非自発的失業を解消することは，資本家の利潤保証の副次的生産物に過ぎなかったことを指摘しておきたい．

以上を鑑み，本稿では，財政政策として次のような政策ルールを考察する．

$$G=\tau Y+\mu(\sigma^*-\sigma)Y, \tau>0, \mu>0 \tag{31}$$

第1項は経済の規模に関連する経常的な支出を表わし，第2項は稼働率の状態に応じた裁量的な支出を示す．稼働率の現行値が稼働率の定常値よりも小さい場合には，政府が不況状態と判断し，政府支出を増大させ，また，稼働率の現行値が稼働率の定常値よりも大きい場合には，政府が好況状態を認識し，政府支出を減少させるのである．なお，Goodwin モデルに財政政策を明示的に導入する試みとして，Wolfstetter(1982)が有名である．Wolfstetter は，ケインズ的財政政策の定式化として，雇用率を政策基準としたルールを提示している．つまり，

$$G=\tau Y+\mu(v^*-v)Y, \tau>0, \mu>0 \tag{32}$$

というルールである．$v^*>v$ であるときには，政府は財政支出を増やし，他方，$v^*<v$ であるときには，政府は財政支出を減らすことになる．なお，言うまでもなく，$1-v$ は失業率であり，上の政策ルールは失業率に基づいた政策ルールである．

我々の稼働率基準の政策ルールは Wolfstetter の失業率基準の財政政策よりも，現実の政策的観点から優位点を持つことを指摘しておこう．現在，現実経済の景気動向を把握するために，稼働率や完全失業率などの様々な経済指標が政府によって作成されている．そして，それ

ぞれの経済指標は，先行指数，一致指数，そして，遅行指数という3種類の指数のうち，いずれかの指数に分類される．先行指数は景気動向の将来予測，一致指数は景気動向の現状把握，遅行指数は景気動向の事後確認のために用いられている．

このような分類の中で，完全失業率は，景気動向の遅行指数に分類される経済指標である．この点を鑑みると，失業率を財政政策実施の指標として採用するならば，景気安定化政策が後手後手に回ることを意味し，十分な政策効果が発現しないことは明白である．

これに対して，稼働率は景気動向の一致指数である[10]．このような事実から，稼働率を基準にした財政政策は，景気の安定化政策として十分な妥当性と現実性を有することが主張できるだろう．

なお，我々の定式化(31)では，政府が稼働率の定常値を認識していることを想定している．このような想定は，マクロ的計量経済学モデルの開発や政府・中央銀行による潜在 GDP の計測や推計といった実証的研究が進展していることを反映している．特に，Keynes 経済学の確立以降，Klein & Goldberger (1955) や Goldberger (1959) などの研究をはじめとして，マクロ的計量経済学モデルが現実の政策運営に利用されてきた経緯がある．

また，租税について以下を仮定する．つまり，

$$T = \tau Y \tag{33}$$

を想定する．ここでは，簡単化のため，(31)の第1項と同じ係数を税率と想定している．

さらに，財市場における調整過程は次のように変更される．

$$\frac{\dot{\sigma}}{\sigma} = \beta\left(\frac{I+G-S-T}{Y}\right), \beta > 0 \tag{34}$$

ここで超過需要を考察する際に，租税がマクロ的な意味で貯蓄(消費)行動に直接的な影響を与えないことを暗黙裡に仮定している．

これによって，以下のような体系を得る．

体系 II

$$\dot{\sigma} = \beta[i(\sigma, 1-u) + \mu(\sigma^* - \sigma) - s(1-u)]\sigma \tag{35a}$$

$$\dot{u} = [f(e) - \alpha]u \tag{35b}$$

$$\dot{e} = \{\beta[i(\sigma, 1-u) + \mu(\sigma^* - \sigma) - s(1-u)] + i(\sigma, 1-u)\sigma - \delta - \alpha - n\}e \tag{35c}$$

定常状態は，体系 I と同様に(27a)-(27c)で定義される．これは，定常状態おいて，均衡財政が達成されるような財政プログラムを策定していることによる．もちろん，好況や不況のときには，財政黒字や財政赤字が一時的に生じるが，経済が長期的に定常状態に落ち着くならば，この経済では財政赤字の累積問題は発生しないことを強調しておく．

体系 II に対して，定常状態で評価された Jacobi 行列を求めると，

$$J_2 = \begin{bmatrix} \beta(i_\sigma - \mu)\sigma & -\beta(i_{1-u} - s)\sigma & 0 \\ 0 & 0 & f'u \\ [\beta(i_\sigma - \mu) + i_\sigma\sigma + i]e & -[\beta(i_{1-u} - s) + i_{1-u}\sigma]e & 0 \end{bmatrix} \tag{36}$$

を得る．

これに対応する特性方程式は

$$\lambda^3 + b_1\lambda^2 + b_2\lambda + b_3 = 0 \tag{37}$$

であり，具体的には，

$$b_1 = \beta(\mu - i_\sigma)\sigma \tag{38a}$$

$$b_2 = [\beta(i_{1-u} - s) + i_{1-u}\sigma]ef'u \tag{38b}$$

$$b_3 = \beta\sigma f'ue[(i_{1-u} - s)(i_\sigma\sigma + i) + (\mu - i_\sigma)i_{1-u}\sigma] \tag{38c}$$

となる．さらに，$\Delta = b_1b_2 - b_3$ と定義することによって，

$$\Delta = \beta(\mu - i_\sigma)\sigma[\beta(i_{1-u} - s) + i_{1-u}\sigma]ef'u - \beta\sigma f'ue[(i_{1-u} - s)(i_\sigma\sigma + i) + (\mu - i_\sigma)i_{1-u}\sigma] \tag{39}$$

を得る．

以下では，利潤分配率が投資に与える影響と貯蓄に与える影響のいずれが大きいかに応じて，利潤主導型経済と賃金主導型経済という2つの場合に分類して分析を進めていく．

3.2.2 利潤主導型経済

まず，利潤主導型経済を考察する．利潤主導型経済とは，定常状態において，利潤分配率の上昇に対して投資が貯蓄に比して大きく増加する経済である[11]．これを数学的に表現するならば，

$$i_{1-u}(\sigma^*, 1-u^*) > s \tag{40}$$

となる．

ここで，特性方程式の係数を β の関数であ

るとみなし，$b_1=b_1(\beta), b_2=b_2(\beta), b_3=b_3(\beta)$, $b_1b_2-b_3=\Delta(\beta)$ と定義する．β を分岐パラメーターとして，以下の命題を得る．

命題 2 政府部門を導入した体系 II を考察する．

1. $i_\sigma<\mu$ を想定する．このとき，$\Delta(\beta)=0$ を満たす $\beta=\beta_H>0$ が一意に存在し，$\beta<\beta_H$ のときには，定常状態は局所的に不安定であり，$\beta>\beta_H$ のときには，定常状態は局所的に安定である．さらに，$\beta=\beta_H$ のときには，Hopf 分岐の定理により極限周期軌道が存在し，景気循環が発生する．

2. $\mu<i_\sigma$ を想定する．任意の $\beta>0$ に対して，定常状態は局所的に不安定である．

証明 まず，命題 2.1 の証明について考察する．つまり，$i_\sigma<\mu$ となる場合を考える．このとき，関数 $b_1(\beta)>0, b_3(\beta)>0$ が $\beta>0$ において成立することは明らかである．また，関数 $\Delta(\beta)$ は $\Delta(0)=0$ となる 2 次関数である．さらに，関数 $\Delta(\beta)$ の性質として，グラフの形状が下に凸であることと，対称軸が β 軸の正の範囲に位置することを指摘できる．なぜなら，関数 $\Delta(\beta)$ の 2 次の項の係数は $(\mu-i_\sigma)\sigma(i_{1-u}-s)ef'u>0$ であり，1 次の項の係数は $-\sigma f'ue(i_{1-u}-s)(i_\sigma\sigma+i)<0$ となるからである．

また，関数 $\Delta(\beta)$ の性質より，$\Delta(\beta_H)=0$ を満たす $\beta_H>0$ が一意に存在することが分かる．この事実から，$0<\beta\leq\beta_H$ において，$\Delta(\beta)\leq 0$ が成立し，$\beta_H<\beta$ において，$\Delta(\beta)>0$ が成立することも分かる．以上より，$\beta>\beta_H$ に対して，$b_1(\beta)>0, b_3(\beta)>0, \Delta(\beta)>0$ が成立することが言えた．この 3 つの条件は Routh-Hurwitz の条件に他ならない．また，$\beta\leq\beta_H$ において，$\Delta(\beta)\leq 0$ が成立するので，Routh-Hurwitz の条件が満たされないことも分かる．

さらに，Hopf 分岐の定理の適用可能性について考察しよう．Hopf 分岐の条件は，分岐点において，(H-1)特性方程式の解が 1 組の純虚数を持ち，その他の解の実数部がゼロとならない，(H-2)純虚数となる解についてその実数部が停留的ではないという 2 つの条件が成立することである．この Hopf 分岐の条件は，3 変数の常微分方程式の場合，以下の特性方程式の係数条件と同値である．つまり，分岐点において

(CH-1) $b_1(\beta)\neq 0, b_2(\beta)>0, \Delta(\beta)=0$

(CH-2) $d\Delta(\beta)/d\beta\neq 0$

が成立することである．関数 $b_i(\beta)$ $(i=1,2,3)$, $\Delta(\beta)$ はそれぞれ多項式であるから，上記の 2 条件が $\beta=\beta_H$ において成立することは明らかである．以上の考察で，命題 2.1 の成立が証明された．

次に，命題 2.2 の証明に移る．$\mu<i_\sigma$ の場合には，$b_1<0$ が常に成立する．これは Routh-Hurwitz の条件の 1 つを満たさない．よって，命題 2.2 も証明された．□

この命題の含意は次のように解釈が可能である．財政政策が十分に感応的に実行される状況 $(i_\sigma<\mu)$ であれば，財市場の調整速度 β が十分速い $(\beta>\beta_H)$ ことによって経済の安定性が保証される．他方，財政政策が十分に感応的でない $(\mu<i_\sigma)$ ならば，どんなに財市場の調整速度が速くとも，経済は不安定になる．すなわち，経済の安定性を保証するためには，政府の財政政策の反応度と財市場における調整速度が重要な要素となることが分かった．

さらに，視点を変えて，財政政策パラメーター μ に着目し分析を進めてみよう．特性方程式の係数を μ の関数であるとみなし，$b_1=b_1(\mu)$, $b_2=b_2(\mu)$, $b_3=b_3(\mu)$, $b_1b_2-b_3=\Delta(\mu)$ と定義する．μ を分岐パラメータに設定して，以下の命題も証明できる．

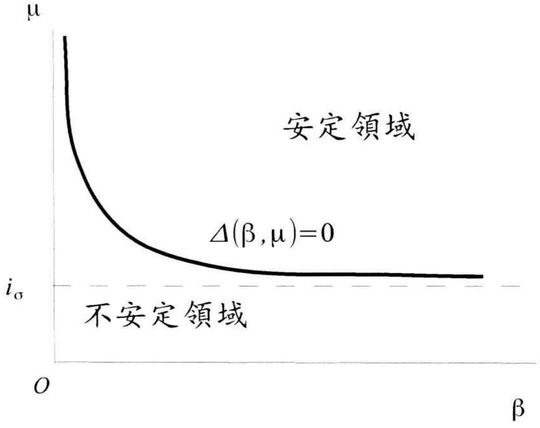
命題 3 体系 II において，$\Delta(\mu_H)=0$ を満たす $\mu=\mu_H$ が一意に存在し，$\mu<\mu_H$ において，定常状態は局所的に不安定であり，$\mu>\mu_H$ のときには，定常状態は局所的に安定である．さらに，$\mu=\mu_H$ のときには，Hopf 分岐の定理により極限周期軌道が存在し，景気循環が発生する．

証明 関数 $b_1(\mu)$ は傾き $(\beta\sigma)$ が正となる 1 次関数であり，$b_1(i_\sigma)=0$ となる．また，関数 $\Delta(\mu)$ は 1 次関数であり，

$$\Delta'(\mu)=\beta^2\sigma(i_{1-u}-s)ef'u>0 \quad (41)$$

が成立するので．単調増加関数である．さらに，$\Delta(i_\sigma)=-\beta\sigma f'ue[(i_{1-u}-s)(i_\sigma\sigma+i)]<0$ が成立するので，$\Delta(\mu)=0$ を満たす $\mu=\mu_H$ が一意に存在し，$\mu_H>i_\sigma>0$ となることが分かる．また，(38c) より，$\mu>i_\sigma$ であれば，$b_3>0$ が成立

図 1.　(β, μ) 平面における安定領域と不安定領域



する．以上より，$\mu > \mu_H$ であれば，$b_1 > 0, b_3 > 0, \Delta > 0$ の成立が保証されることが分かった．すなわち，$\mu > \mu_H$ のときには，定常状態は局所的に安定であり，$\mu_H > \mu$ のときには，定常状態は局所的に不安定である．

次に，Hopf 分岐定理の適用について検討しよう．今までの議論によって $\mu = \mu_H$ において，$b_1(\mu_H) > 0, b_2(\mu_H) > 0, \Delta(\mu_H) = 0$ が成立することは明らかである．さらに，関数 $\Delta(\mu)$ は 1 次関数であり，かつ単調増加関数であるから，$d\Delta(\mu_H)/d\mu > 0$ も成立することが分かる．以上より，$\mu = \mu_H$ において，Hopf 分岐が発生することが証明された．□

この命題では，命題 2 とは異なり，財市場の調整速度の大きさ β には依存しない形で経済安定化政策がうまく機能することが述べられている．つまり，β が十分に小さいとしても，財政政策パラメーターを十分大きくする $(\mu > \mu_H)$ ことによって，経済が安定化するのである．

最後に，命題 2 と命題 3 の結果を統合的に理解するために，2 次元の分岐図による分析を行なってみよう．命題 2 では β が分岐パラメーターであり，命題 3 では μ が分岐パラメーターであった．ここでは，μ と β を同時に分岐パラメーターとする．命題 2 と命題 3 の結果から明らかなように，定常状態の局所的安定条件として有効な条件は $\Delta > 0$ のみである．したがって，安定性と不安定性の境界条件は $\Delta(\beta, \mu) = 0$ によって規定されることになる．実際に，$\Delta(\beta, \mu) = 0$ を整理すると，

$$\mu = \frac{i_\sigma \sigma + i}{\beta} + i_\sigma \tag{42}$$

という双曲線を得る．なお，この双曲線は $\mu = i_\sigma$ と $\beta = 0$ という 2 本の漸近線を持ち，(β, μ) 平面の第 1 象限を 2 分割する．双曲線(42)の上方領域では，$\Delta(\beta, \mu) > 0$ が成立し，定常点は局所的に安定的である．また，双曲線(42)の下方領域では，$\Delta(\beta, \mu) < 0$ が成立し，定常点は局所的に不安定である．さらに，境界線 $\Delta(\beta, \mu) = 0$ 上では，Hopf 分岐によって極限周期軌道が発生することも分かる．以上の考察が図 1 において提示される．

3.2.3　賃金主導型経済

ここでは，賃金主導型経済を考察する．賃金主導型経済とは，定常状態において，利潤分配率の上昇に対して貯蓄が投資に比して大きく増加する経済である．これを数学的に表現するならば，

$$i_{1-u}(\sigma^*, 1-u^*) < s \tag{43}$$

となる．なお，利潤分配率と賃金分配率が対抗関係にあることを考慮するならば，上記の条件は，賃金分配率の上昇によって，投資が貯蓄に比して大きく増加することを意味する．つまり，上記の条件は，賃金分配率の上昇が財市場の活況をもたらすことを示している．

利潤主導型経済では，$i_{1-u}(\sigma^*, 1-u^*) - s$ の大きさが定常状態の動学的性質に本質的な影響を及ぼすことはなかったが，賃金主導型経済では，$i_{1-u}(\sigma^*, 1-u^*) - s$ の大きさが定常状態の動学的性質に大きな変化をもたらす．

まず，$i_{1-u} - s < -i_{1-u}\sigma/\beta$ の場合を考えよう．この不等号条件は，Jacobi 行列(36)における第 3 行第 2 列の要素が正であること，つまり，$\partial\dot{e}/\partial u > 0$ が成立することを意味する．これを経済学的に解釈するならば，賃金分配率の上昇が雇用率を大きく拡大させることを意味する．なお，以下では，定常状態に関する議論に限定するので，微係数に付随する定常点 (σ^*, u^*, e^*) の表記を省くことにする．次の命題が証明できる．

命題 4　政府部門を導入した体系 II を考察する．さらに，賃金主導型経済の場合で，$i_{1-u} - s < -i_{1-u}\sigma/\beta$ を仮定する．このとき，定常状態

は常に局所的に不安定である.

証明 特性方程式の係数について，$b_2<0$ が成立する．これは Routh-Hurwitz の条件の 1 つが満たされないことを意味する．これにより，命題 4 が証明された．□

次に，$-i_{1-u}\sigma/\beta<i_{1-u}-s$ の場合を考えよう．

命題 5 政府部門を導入した体系 II を考察する．さらに，賃金主導型経済の場合で，$-i_{1-u}\sigma/\beta<i_{1-u}-s$ を仮定する．このとき，$i_\sigma-(i_{1-u}-s)(i_\sigma\sigma+i)/(i_{1-u}\sigma)<\mu<\mu_H$ において，定常状態は局所的に安定である．さらに，$\mu=\mu_H$ において，Hopf 分岐の定理により極限周期軌道が存在し，景気循環が発生する．

証明 ここでは，μ を分岐パラーメーターとして考察する．関数 $b_1(\mu)$ は 1 次関数であり，その傾き $(\beta\sigma)$ は正である．なお，$\mu=i_\sigma$ において $b_1(\mu)=0$ が成立する．また，関数 $b_3(\mu)$ も 1 次関数であり，その傾き $(\beta\sigma f'uei_{1-u}\sigma)$ は正である．また，$\mu=i_\sigma-(i_{1-u}-s)(i_\sigma\sigma+i)/(i_{1-u}\sigma)$ において $b_3(\mu)=0$ が成立する．以上の事実より，$i_\sigma<i_\sigma-(i_{1-u}-s)(i_\sigma\sigma+i)/(i_{1-u}\sigma)$ であることに注意するならば，$i_\sigma-(i_{1-u}-s)(i_\sigma\sigma+i)/(i_{1-u}\sigma)<\mu$ であるとき，$b_1(\mu)>0$ と $b_3(\mu)>0$ が成立することが分かる．

また，関数 $\Delta(\mu)$ は 1 次関数であり，

$$\Delta'(\mu)=\beta^2\sigma(i_{1-u}-s)ef'u<0 \quad (44)$$

が成立するので．単調減少関数である．さらに，$\Delta(i_\sigma)=-\beta\sigma f'ue[(i_{1-u}-s)(i_\sigma\sigma+i)]>0$ となることから，$\Delta(\mu)=0$ を満たす $\mu=\mu_H$ が一意に存在し，$0<\mu<\mu_H$ において $\Delta(\mu)>0$ が成立する．なお，$\mu=\mu_H$ において，$b_1(\mu_H)b_2=b_3(\mu_H)$, $b_1(\mu_H)>0$ と $b_2>0$ が成立することから，$b_3(\mu_H)>0$ となることが分かる．これは，$i_\sigma-(i_{1-u}-s)(i_\sigma\sigma+i)/(i_{1-u}\sigma)<\mu_H$ を意味する．

以上より，$i_\sigma-(i_{1-u}-s)(i_\sigma\sigma+i)/(i_{1-u}\sigma)<\mu<\mu_H$ において，$b_1>0, b_3>0, \Delta>0$ が成立する．これは Routh-Hurwitz 条件であり，定常状態の局所的安定性が証明された．

さらに，今までの議論から $\mu=\mu_H$ において，$b_1(\mu_H)>0, b_2(\mu_H)>0, \Delta(\mu_H)=0$ が成立することは明らかである．さらに，関数 $\Delta(\mu)$ は 1 次関数であり，かつ単調減少関数であるから，$d\Delta(\mu_H)/d\mu<0$ が成立することが分かる．以上より，$\mu=\mu_H$ において，Hopf 分岐が発生することが証明された．□

では，上記の命題に関する経済的意味について少し解説しておこう．命題 4 では，政府の安定化政策が導入されてもなお，賃金主導メカニズムが相対的に強い場合には，経済の不安定性が常に発生することを述べている．このような状況が生起するメカニズムは次のように説明できる[12]．何らかの事情で，賃金分配率が上昇したとしよう．賃金主導メカニズムが強い場合には，財市場の超過需要が大きく増加すると同時に，雇用率も増大する．雇用率の増大は，実質賃金率の上昇とともに賃金分配率のさらなる上昇を招く．このように，賃金主導型経済では，賃金分配率の増大がさらなる賃金分配率の増大を生み出すという正の反応機構を有し，これが経済の不安定性の大きな要因になっているのである．

命題 5 では，賃金主導メカニズムが相対的に弱い場合を取り扱っている．この場合には，適切に政策パラメーター μ を管理することによって，経済を安定化させることが可能になることを示した．

4. 代替的投資関数に関する議論

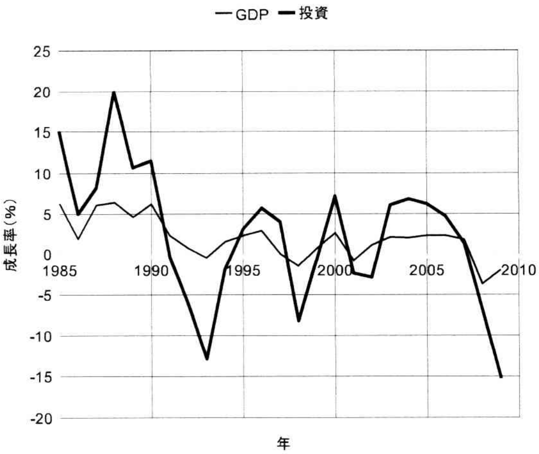
本稿のこれまでの議論では，Skott のモデルを直接的に発展させることに主眼を置いていたので，Skott 論文と同一の投資関数(7)をそのまま採用した．これに対して，有効需要問題を考察するマクロ経済学の文献において，Skott モデルとは異なるタイプの投資関数が想定されることもある．例えば，資本蓄積率(資本ストックに対する投資量)に焦点を当てた投資関数

$$\frac{I}{K}=g(\sigma,1-u),$$

$$\frac{\partial g}{\partial\sigma}=g_\sigma>0, \frac{\partial g}{\partial(1-u)}=g_{1-u}>0 \quad (45)$$

を指摘することができる．このような投資関数は，Blecker(2002)，Skott & Zipperer(2012)，そして Sasaki(2013) などにおいて採用されている[13]．この投資関数の定式化は，資本蓄積率 I/K が稼働率と利潤分配率に依存することを意味している．

図 2. 日本経済における GDP と投資の成長率（年）の推移



データ出所） 内閣府「国民経済計算」.

この節では，投資関数を変更することによって，我々の得た結果がどの程度修正されるかについて考察することを主な目的とする．まず，この投資関数と Skott の投資関数について検討を行なってみよう．特に，投資関数(7)と投資関数(45)が同等な性質を保有する条件について検討する．投資関数(45)は

$$\frac{I}{Y}=\frac{g(\sigma,1-u)}{\sigma} \tag{46}$$

と変形できる．これに対して，σ に関する偏微分を実行すると，

$$\frac{\partial(I/Y)}{\partial\sigma}=\frac{g_\sigma\sigma-g}{\sigma^2} \tag{47}$$

を得る．この偏微係数の結果を考慮することにより，投資関数(45)が投資関数(7)と同等の性質を保持するためには，関数 g が σ に対して1以上の弾力性を持つことが要求されることが分かる．つまり，$g_\sigma\sigma-g>0$ の成立が要求されるのである．

資本蓄積率(I/K)の稼働率(Y/K)に関する弾力性が1以上となるという性質は，投資の変動幅が産出の変動幅を常に上回ることを意味する．つまり，これを数学的に表現するならば，$dI/I>dY/Y>0, dI/I<dY/Y<0$ が成立することになる[14]．これは，産出の成長率が正のときには，投資の成長率がそれ以上に大きくなり，産出の成長率が負のときには，投資の成長率がそれ以下に小さくなることを示している．

この点について，日本経済に関するデータを図2に提示する．この図が示すように，投資の成長率の変動は GDP の成長率の変動より明らかに大きい．例えば，バブル経済の絶頂期の 1988 年では，GDP の成長率は 6.4 パーセントを記録し，投資の成長率は 19.9 パーセントであった．これに対して，2008 年 9 月にリーマンショックの破綻をきっかけに世界的不況が発生したが，2009 年の GDP の成長率は －2 パーセントで，投資の成長率は －15.3 パーセントであった．実は，マクロ経済学において，投資の変動が景気循環過程において非常に大きな変動を呈することはよく知られた事実である．このような事実はアメリカ合衆国でも観察される．例えば，Blanchard & Johnson(2013, Chapter 16)では，消費の変動に比較して投資の変動が著しく大きいことが指摘されている．

図2に示された日本経済に関する経済データを観察することにより，投資関数の形状について妥当な想定として

$$g_\sigma\sigma-g>0 \tag{48}$$

を採用する．なお，この想定は安定性の議論において重要な役割を果たす．この点については以下の該当部分にて再び触れることになる．

次に，投資関数(45)を採用した場合の経済の動学過程を分析してみよう．以下の体系 III に集約される．

体系 III

$$\dot{\sigma}=\beta[g(\sigma,1-u)-s(1-u)\sigma] \tag{49a}$$

$$\dot{u}=[f(e)-\alpha]u \tag{49b}$$

$$\dot{e}=\left\{\frac{\beta}{\sigma}[g(\sigma,1-u)-s(1-u)\sigma]+g(\sigma,1-u)-\delta-\alpha-n\right\}e \tag{49c}$$

となる．

体系 III の定常状態(σ^*, u^*, e^*)は $\dot{\sigma}=\dot{u}=\dot{e}=0$ で定義され，これらは

$$g(\sigma^*,1-u^*)=s(1-u)\sigma^* \tag{50a}$$

$$f(e^*)=\alpha \tag{50b}$$

$$g(\sigma^*,1-u^*)\sigma^*=\delta+\alpha+n \tag{50c}$$

を満たす．この場合においても，定常状態では財市場が均衡し，また，実質賃金率の成長率と労働生産性の成長率が等しくなっている．さらに，資本 K の成長率と産出 Y の成長率はともに自然成長率($\alpha+n$)に一致することも分かる．

体系 III の定常点の近傍で線型近似を実行することによって

$$J_3 = \begin{bmatrix} \beta[g_\sigma - s(1-u)] & -\beta(g_{1-u} - s\sigma) & 0 \\ 0 & 0 & f'u \\ \{(\beta/\sigma)[g_\sigma - s(1-u)] + g_\sigma\}e & -\{(\beta/\sigma)[g_{1-u} - s\sigma] + g_{1-u}\}e & 0 \end{bmatrix} \tag{51}$$

となる．

体系 III と体系 I の相違点を検討するためには，それぞれの Jacobi 行列の成分を比較することが有効である．J_1 と J_3 の相違を考える上で，最も重要な点は行列の第 1 行第 1 列成分と第 3 行第 1 列成分に含まれる $[g_\sigma - s(1-u)]$ の符号が正の値をとるか否かという点に集約される．

なお，$[g_\sigma - s(1-u)]$ の符号は，財市場における数量調整過程の安定性を規定し，経済学的に重要な条件となる．もし $[g_\sigma - s(1-u)] < 0$ であるならば，Keynes 的条件であり，また，$[g_\sigma - s(1-u)] > 0$ であるならば，Kaldor 的条件である．以下では，この点について解説を付加する．

Keynes 的条件（$[g_\sigma - s(1-u)] < 0$）は，$\partial\dot{\sigma}/\partial\sigma < 0$ を意味し，財市場の数量調整過程が安定となる条件である．財市場の一時均衡点が数量調整によって安定的に達成されるという想定は，Keynes 的な 45 度線分析を考察する上で大切な役割を果たす．なぜなら，財市場の一時均衡点が安定であることが保証されないならば，比較静学分析としての乗数効果の結果が無意味となるからである．

これに対し，Kaldor 的条件（$[g_\sigma - s(1-u)] > 0$）は，$\partial\dot{\sigma}/\partial\sigma > 0$ を意味し，財市場の数量調整過程が不安定となる条件である．Kaldor の景気循環理論では，財市場の局所的不安定性が景気循環の主要な要因であった．局所的不安定と大局的な発散不可能性によって，内生的で永続的な景気循環が発生し，国民所得や資本ストックなどの主要なマクロ変数が循環的変動を呈するのである．

ここで，先ほどの投資関数の稼働率弾力性の条件(48)に着目しよう．さらに，定常状態では財市場の均衡（$I=S$）が成立すること，そして，貯蓄関数は式(9)によって定義されていることに注意するならば，条件(48)は，$g_\sigma - s(1-u) > 0$ に変型できる．この事実は，本節の議論において Kaldor の条件が成立し，財市場における数量調整過程が不安定的要素を持つことを意味する．

実際，Jacobi 行列 J_3 に対応する特性方程式は

$$\lambda^3 + b_1\lambda^2 + b_2\lambda + b_3 = 0 \tag{52}$$

であり，$b_1 = -\beta[g_\sigma - s(1-u)] < 0$ が成立する．したがって，Routh-Hurwitz 条件が満たされておらず，経済の定常状態が局所的に不安定であることが分かる．

以上の議論により，代替的投資関数を採用した体系 III においても，体系 I と同様に，経済の運動が不安定であるという結論が保持されることが分かった．

5. 結語

本稿では，Skott モデルを基礎にして，Goodwin モデルと Kaldor モデルの統合を試みた．特に，本稿のモデルの特徴として，Skott モデルにおいて無視されていた財市場における数量調整方程式と実質賃金変動方程式を明示的に導入してモデル構築が行なわれていることを強調しておきたい．Skott のモデルは供給制約に服する経済を分析しているが，本稿のモデルは，需要制約に服する経済，つまり，有効需要問題が大きな役割を果たす経済を分析している．

本稿で最初に分析した体系 I は，政府部門を考慮しない純粋な資本制経済モデルであった．この場合には，投資の Harrod 的効果（$i_\sigma > 0$）によって，経済が強い不安定性を有することを確認した（命題 1）．

また，体系 II では，利潤主導型経済と賃金主導型経済という 2 つの場合に分類して分析を行なった．特に，政府の財政政策による安定化政策の効果を検証した．以下では，政策的含意に着目して，2 つの場合に関する結果をまとめておこう．

最初に，利潤主導型経済の場合には，十分に強い財政政策を発動する（$\mu_H < \mu$）ならば，経済が安定化することが示された（命題 3）．これは財市場の調整過程に関する不安定性を強い財政政策によって政府が制御することが可能であることを意味する．

次に，賃金主導型経済における分析結果を考

える場合には，賃金主導メカニズムが強い場合と弱い場合を区別して考察することが必要になる．賃金主導メカニズムが強い場合，たとえ強い財政政策を実施したとしても，経済が安定化することはない(命題4)．この理由は，賃金主導メカニズムが強い場合には，賃金分配率の上昇が必ず雇用率の上昇率を強く押し上げることになり，さらなる景気上昇を招くからである．このような経路での不安定性は有効需要政策の発動によって制御することができない．他方，賃金主導メカニズムが弱い場合には，中位の強さの財政政策によって政府は経済安定化を保証することができる(命題5)．この場合には，賃金分配率の上昇が雇用率の上昇率を強く押し上げることはないので，有効需要政策の強さを適切に制御することによって，政府は経済の安定化を実現することができる．なお，Hopf 分岐の定理を適用することにより，持続的で内生的な景気循環ないし経済変動が発生する可能性についても言及した．

(投稿受付 2012 年 6 月 29 日・最終決定 2013 年 10 月 9 日，日本大学経済学部)

注

＊　この論文は一橋大学 Global COE プロジェクト企画「The 1st Mini Lecture Series on Analytical Political Economy」(2012 年 3 月 29 日・30 日)において，Peter Skott 教授の講義「Behavioral and structuralist macro models」を聴講したことを契機に執筆された．また，本稿の査読過程において，編集委員と 2 名の審査員から貴重なコメントを頂いた．さらに，この企画にご尽力頂いた吉原直毅教授(一橋大学)からも本稿の内容について貴重なコメントを頂いた．すべての方々に対して，記して感謝申し上げる．

1)　上述の Asada モデルと Yoshida & Asada モデルが金融市場を明示的に取り扱っていることも指摘しておく．まず，Asada(1989)では，Keynes の流動性選好の考え方を持ち込み，貨幣市場の均衡によって利子率が決定されるモデルを構築している．また，Yoshida & Asada(2007)では，Moore(1988)で述べられているように，貨幣供給の内生性を主張する水平線学派の立場に従い，金融的側面を考慮している．

2)　Kaldor(1940)の関連文献として Ichimura(1955)，Varian(1979)，Asada(1987)などがある．また，Goodwin(1967)に対する関連文献として，Desai(1973)，Pohjola(1981)，Sasaki(2013)，Sato(1985)などがある．

3)　相対的過剰人口もしくは産業予備軍については，Marx の『資本論』第 23 章「資本主義的蓄積の一般的法則」において考察されている．

4)　弾力性一定の予想需要関数，そして，生産と雇用に関する調整費用を制約条件とし，企業の異時点間における利潤最大化問題を解くことによって，Skott は自身の生産拡大関数と投資関数を導出している．つまり，Skott の生産拡大関数と投資関数は十分なミクロ的基礎を持っている．この点の詳細な説明については，Skott(1989b, Chap. 6)を参照のこと．

5)　Skott の論文では，貯蓄率 s について一般的な関数形が定式化されているが，本稿では，限界貯蓄性向 s が定数となる貯蓄関数を仮定している．

6)　Skott が想定している $s-i_{1-u}>0$ という条件は，賃金主導型経済を仮定していることに等しい．なお，賃金主導型経済については，本稿の第 3 節第 2 項第 3 目を参照のこと．

7)　Poincaré-Bendixson 定理とは，2 変数の常微分方程式体系において極限周期軌道が存在することを保証する定理である．定常点が不安定で，微分方程式の定める解軌道が有界閉領域で閉じ込めが生じているならば，Poincaré-Bendixson の定理が適用できる．

8)　生産拡大関数は，Skott のマクロモデルでしばしば採用されている．例えば，Skott & Ryoo(2008)やスコット・ジッペラー(2010)においても見ることができる．

9)　微分方程式体系の解の安定性については，Hirsch & Smale(1974)が参考になる．また，Gandolfo(2010)は，経済動学に用いられる分析手法を丁寧に解説している．

10)　正確には，生産指数(鉱工業)が内閣府の採用する景気動向の一致指数であり，稼働率は生産指数(鉱工業)を作成する際の構成系列のひとつである．

11)　利潤主導型経済と賃金主導型経済について言及した論文として，Bhaduri & Marglin(1990)が有名である．彼らの分析は，利潤分配率は外生変数であることに注意されたい．また，Bhaduri(2008)では，利潤分配率を内生変数として扱い，利潤主導型経済と賃金主導型経済の分類を行なっている．

12)　もちろん，投資関数を通じた Harrod の不安定性原理も経済の不安定化の要因の 1 つである．

13)　Marx 経済学で分析されている所得分配や階級対立を考察した Goodwin 的要素と有効需要問題を考察した Kalecki もしくは Keynes 的要素をモデルに取り入れている点において，Sasaki モデルと本稿のモデルは共通点を持つ．しかしながら，Sasaki モデルは，資本家が価格支配力持つことを明示しており，Kalecki 的色彩が色濃く反映されたモデルである．また，本稿のモデルは，財市場における数量調整過程の不安定性を強く意識しており，Kaldor 的色彩を大きく反映している．

14)　ここでは，資本ストック量が一定である短期の状況に分析を限定し，フロー変数である産出量と投資量の関係を考察している．

参考文献

新野幸次郎・置塩信雄(1957)『ケインズ経済学』三一書房．

スコット，P.・ジッペラー，B. (2010)［石倉雅男訳］「蓄積と所得分配の動態パターン」『季刊経済理論』第 46 巻，pp. 34-53.

Asada, T. (1987) "Government Finance and Wealth Effect in a Kaldorian Cycle Model," *Journal of Economics*, Vol. 47, No. 2, pp. 143-166.

——— (1989) "Monetary Stabilization Policy in a Keynes-Goodwin Model of the Growth Cycle," in W. Semmler, (ed.) *Financial Dynamics and Business Cycles: New Perspectives*, New York: M. E. Sharpe.

Bhaduri, A. (2008) "On the Dynamics of Profit-led and Wage-led Growth," *Cambridge Journal of Economics*, Vol. 32, No. 1, pp. 147-160.

Bhaduri, A. and Marglin, S. (1990) "Unemployment and the Real Wage: the Economic Basis for Contesting Political Ideologies," *Cambridge Journal of Economics*, Vol. 14, No. 4, pp. 375-393.

Blanchard, O. and Johnson, D. R. (2013) *Macroeconomics*, 6th Edition. Pearson: Boston.

Blecker, R. A. (2002) "Distribution, Demand and Growth in Neo-Kaleckian Macro-models," in M. Setterfield (ed.) *The Economics of Demand-led Growth*, Edward Elgar: Cheltenham.

Chang, W. W. and Smyth, D. J. (1971) "The Existence and Persistence of Cycles in a Non-linear Model: Kaldor's 1940 Model Re-examined," *Review of Economic Studies*, Vol. 38, No. 113, pp. 37-44

Desai, M. (1973) "Growth Cycles and Inflation in a Model of the Class Struggle," *Journal of Economic Theory*, Vol. 6, No. 6, pp. 527-545.

Goldberger, A. S. (1959) *Impact Multipliers and Dynamic Properties of the Klein-Goldberger Model*, Amsterdam: North-Holland.

Goodwin, R. M. (1967) "A Growth cycle," in C. H. Feinstein (ed.) *Socialism, Capitalism and Economic Growth*. London: Cambridge University Press.

Gandolfo, G. (2010) *Economic Dynamics*, 4th Edition. Berlin: Springer.

Harrod, R. F. (1973) *Economic Dynamics*, London: Macmillan.

Hirsch, M. W. and Smale, S. (1974) *Differential Equations, Dynamical Systems, and Linear Algebra*, New York: Academic Press.

Ichimura, S. (1955) "Towards a General Non-linear Macrodynamic Theory of Economic Fluctuations," in K. K. Kurihara (ed.) *Post-Keynesian Economics*, New Brunswick: Rutgers University Press.

Kaldor, N. (1940) "A Model of the Trade Cycle," *Economic Journal*, Vol. 50, No. 197, pp. 78-92.

Klein, L. R. and Goldberger, A. S. (1955) *An Econometric Model of the United States, 1929-52*, Amsterdam: North-Holland.

Marx, K. (1867) *Das Kapital*, Dietz Verlag: Berlin.［向坂逸郎訳(1969)『資本論』岩波文庫］

Moore, B. J. (1988) *Horizontalists and Verticalists: The Macroeconomics of Credit Money*, Cambridge: Cambridge University Press.

Pohjola, M. T. (1981) "Stable, Cyclic and Chaotic Growth: The Dynamics of a Discrete-time Version of Goodwin's Growth Cycle Model," *Journal of Economics*, Vol. 41, No. 1-2, pp. 27-38.

Rose, H. (1967) "On the Nonlinear Theory of the Employment Cycle," *Review of Economic Studies*, Vol. 34, No. 2, pp. 153-173.

Sasaki, H. (2013) "Cyclical Growth in a Goodwin—Kalecki—Marx Model," *Journal of Economics*, Vol. 108, No. 2, pp. 145-171.

Sato, Y. (1985) "Marx-Goodwin Growth Cycles in a Two-sector Economy," *Journal of Economics*, Vol. 45, No. 1, pp. 21-34.

Skott, P. (1989a) "Effective Demand, Class Struggle and Cyclical Growth," *International Economic Review*, Vol. 30, No. 1, pp. 231-247.

——— (1989b) *Conflict and Effective Demand in Economic Growth*, Cambridge: Cambridge University Press.

Skott, P. and Ryoo, S. (2008) "Macroeconomic Implications of Financialization," *Cambridge Journal of Economics*, Vol. 32, No. 6, pp. 827-862.

Skott, P. and Zipperer, B. (2012) "An Empirical Evaluation of Three Post Keynesian Models," *European Journal of Economics and Economic Policies: Intervention*, Vol. 9, No. 2, pp. 277-307.

Varian, H. R. (1979) "Catastrophe Theory and the Business Cycle," Economic Inquiry, Vol. 17, No. 1, pp. 14-28.

Wolfstetter, E. (1982) "Fiscal Policy and the Classical Growth Cycle," *Journal of Economics*, Vol. 42, No. 4, pp. 375-393.

Yoshida, H. and Asada, T. (2007) "Dynamic Analysis of Policy Lag in a Keynes-Goodwin Model: Stability, Instability, Cycles and Chaos," *Journal of Economic Behavior & Organization*, Vol. 62, No. 3, pp. 441-469.