

特集：世代間問題の経済分析

# 公的年金と子育て支援

— 出生率内生モデルによる分析 —

小塩隆士・安岡匡也

公的年金はいわば「親孝行の社会化」のための仕組みであり、その制度が充実すると老後の私的扶養を子供に期待する必要性が弱まり、資本財としての子供に対する需要がその分減少する。それによって子供数が減少するとすれば、公的年金はその財政的な存立基盤を自ら弱めることになる。本稿では、公的年金に内在するこうした自己否定的な特徴を念頭に置いて、出生率を生内化するとともに、子供から親への所得移転を考慮に入れた単純な世代重複モデルに基づいて、公的年金の持続可能性を保証する方策の方向性を検討する。

本稿の分析によれば、出生率の累積的低下を回避して公的年金を持続可能にするためには、公的年金の規模を一定の水準以下にとどめる必要がある。また、子育て支援の導入は公的年金の上限規模を引き上げ、個人の効用を高めることが期待できる。本稿ではさらに、公的年金と子育て支援の最適な組み合わせについても議論する。

JEL Classification Codes: H31, H55

## 1. はじめに

社会保障、なかでも公的年金の持続可能性をどう確保するかは、少子高齢化が進む中できわめて重要な政策テーマとなっている。公的年金が賦課方式で運営されている場合、少子高齢化によって現役層が先細ると、給付を引き下げること、あるいは負担を引き上げるしかない。これは、生涯を通じた効用の低下や世代間格差の拡大にもつながる。こうした事態を回避するために、子育て支援によって出生率の回復を目指す政策が盛んに議論されている。

しかし、公的年金は自分で自らの存立を脅かしかねない、いわば自己否定的な性格をはじめから持っているのではないか、というのが本稿のそもそもの問題意識である。公的年金は、その誕生や沿革から考えても、子供が担ってきた親孝行(老親扶養)の役割を社会化するための社会的装置であるといえる。このように公的年金をとらえる高齢保障仮説(old-age security hypothesis)としばしば呼ばれる(Cigno(1992)参照)。この考え方に立てば、公的年金が充実していくにつれて、自分の子供に扶養されるこ

とを期待する必要性は弱まり、子供に対する私的需要はそれだけ減少する。しかし、それによって社会全体の子供数が減少するとすれば、現役層に財源負担を求める公的年金の財政基盤が揺らぐことになる。

こうした議論においては、子供は、老後に扶養してもらおうことを期待して産み育てる「資本財」としてとらえられる。そして、いわば「親孝行の社会化」のための装置である公的年金が拡充されれば、資本財としての子供に対する需要はその分弱まることになる(たとえば、Zhang and Nishimura(1993)参照)。これに対して、Sinn(2004)は、子供が生まれない場合に社会全体で老後の世話をしてもらおうという、いわば出生保険(fertility insurance)として賦課方式の公的年金を根拠づけている。この場合も、公的年金が充実すれば子供に対する需要が減少するという点では基本的に同じ効果が発生する。こうした議論は、さらに一般化できる。つまり、公的年金だけでなく、医療や介護など高齢者が直面する社会的リスクをカバーする制度の充実化、あるいは経済成長による生活水準の一般的な高まりも、資本財としての子供の必要性を弱

めるものである。そして、それに伴う少子化や人口減少は、社会保障制度や経済成長の持続可能性を脅かす要因となる。

もちろん、資本財として子供を捉えるという考え方は、先進国より途上国のほうでより当てはまるかもしれない。また、子供には、それ自体が親の効用を高めるという「消費財」的な側面もあるはずであり、出生率を内生化した理論モデルも子供を消費財として扱う場合が多い。しかも、子供を消費財としてとらえた上で子育て支援によって子供の経済外部効果を内部化し、公的年金の持続可能性への影響を分析する研究も数多く進められている(最近の例として、Groezen, Leers, and Meijdam(2003), Fenge and Meier(2005)などがある)。また、世代間の所得移転についても、Barro and Becker(1989)や Becker and Barro(1988)の先駆的研究をはじめとして、子供から親ではなく、親から子供に与えられる遺産の役割が重視される場合が多い。

しかし、公的年金と出生の関係を考えるとき、資本財としての子供の側面はけっして軽視すべきでない。公的年金が資本財としての子供に対する需要を引き下げると同時に、その結果進行する少子化によってその財政的な存立基盤が揺らぐとすれば、資本財としての子供は年金制度の持続可能性をめぐる問題に直結する。さらに、子供を、消費財としてのみとらえるのは適切でない。実際、幸福度に関する最近の実証研究を見ても、子供数は幸福感に対してマイナスの影響を及ぼしたり(Alesina, Di Tella, and MacCulloch(2004)による米欧比較研究を参照)、有意な影響が認められなかったりする(Oshio and Kobayashi(2010)による日本の研究を参照)。

そこで本稿では、子供の(消費財としてではなく)資本財としての役割にもっばら注目し、上述の意味での公的年金の自己否定性を考慮に入れた上で、子供数の累積的減少を回避し、公的年金の持続可能性を高めるための方策を検討する。具体的には、親孝行、すなわち老親に対する子供の経済的支援を組み込み、出生率を内生化した世代重複モデルを設定する。Zhang

and Zhang(1998)や Wigger(1999)はこうした枠組みに基づき、公的年金の存在によって出生率が低下し、子供から親への所得移転の度合いが低下することを示している。本稿では彼らのモデルを参考にしつつも、子供数の累積的減少や公的年金の制度崩壊を回避するための条件——それは、具体的には公的年金の規模の上限で示される——を導出する。さらに本稿では、子育て支援の導入によってそうした条件がどのように緩められるかという点についても検討を加える。容易に予想されるように、子育て支援は公的年金の許容規模を引き上げるとともに、個人の効用を引き上げる可能性が高い。また、公的年金と子育て支援の最適な組み合わせについても議論する。

次節以降の構成は次の通りである。まず、次の第2節では本稿の分析の基礎となる基本モデルを設定し、公的年金が導入される前の個人の行動を描写する。第3節では、賦課方式の公的年金を導入して出生率の動学メカニズムを導出するとともに、公的年金が持続するための条件を導出する。第4節では、公的年金に加えて子育て支援を導入し、その条件がどのように緩和されるかを考える。第5節では、以上の理論的分析の結果を数値計算で例示的に説明する。最後に、第6節で全体の議論をまとめる<sup>1)</sup>。

## 2. 基本モデル

### 2.1 個人の行動

本稿の分析の基礎となるモデルは、人生が若年期と高齢期の2期間で構成され、各時点に2世代が重複して登場するという、最も単純な世代重複モデルである。個人は若年時に労働を供給し、子供を産み育てた後、高齢期には若年時の貯蓄と子供からの経済的支援によって生活する。効用は若年期と高齢期の消費のみによって決定され、利他的な動機は存在しない。個人は生涯所得をすべて消費に回し、子供に財産を残さない。

まず、社会保障が存在しない状況から話を始めよう。個人の効用  $u$  は、

$$u = u(c_1, c_2) = \gamma \ln c_1 + (1-\gamma) \ln c_2, 0 < \gamma < 1 \quad (1)$$

として与えられる。ここで、 $c_1$  および  $c_2$  はそれぞれ若年期、高齢期における消費の大きさを示し、 $\gamma$  は若年期の消費の生涯効用におけるウェイトを示す。

一方、各期における個人の予算制約は、

$$\text{若年期： } c_1 = [1-\theta-c(n)]w-s \quad (2)$$

$$\text{高齢期： } c_2 = (1+r_{+1})s + \theta w_{+1}n \quad (3)$$

として表わされる。個人は若年期において  $w$  だけの賃金所得を得て、そのうち  $\theta \times 100\%$  を高齢の親に対する経済的支援に回すとともに<sup>2)</sup>、親 1 人当たり  $n$  人の子供を産み育て(したがって、出生率は  $2n$  となる)、総額で賃金の  $c(n) \times 100\%$  に相当する子育てコストを支払う(子育てコスト関数については後述)。個人はさらに  $c_1$  だけの消費をして、残りの  $s$  を貯蓄に回す。個人は高齢期において、利子率  $r_{+1}$  が付いた貯蓄を取り崩すとともに、 $n$  人の子供からその時点における若年層の賃金  $w_{+1}$  の  $\theta \times 100\%$  に相当する経済的支援を受け取るものと期待し、それらの合計を全額消費  $c_2$  に回す。下添え字 (+1) は 1 期先を意味する。

この定式化における注目点は、子供から親への経済的支援の度合いを示す変数  $\theta$  である。以下では、これを「親孝行率」(old-age gift rate)と呼んでおこう。個人は、自分たちが親に行ったのと同じ程度の親孝行を、自分の子供たちも自分に対して行ってくれるものと期待して自分の親に対する親孝行率を決める。もっとも、将来、子供が自分たちに対して予想通りの親孝行をしてくれる保証はなく、親孝行率はもっぱら子供によって決められる。しかし、ここでは、個人が自分の子供も同じ親孝行率を選択すると想定した上で、最適な親孝行率を探すと考えている。制度変更がないかぎり、子供が親孝行率を修正する必要は出てこないの、そう想定してもよいだろう。定常状態では、そうして得られた親孝行率はすべての世代に属する個人が順守する社会的規範となる(Zhang and

Zhang(1998)参照)。

なお、子育てコスト関数は、

$$c(n) = cn^\varepsilon, \varepsilon > 0 \quad (4)$$

として設定する。ここで、 $\varepsilon$  は子育てコストの子供数に対する弾力性であり、 $\varepsilon > 1$  と想定する<sup>3)</sup>。

家計は、賃金および利子率を完全予見すると想定して、予算制約を示す(2)、(3)式および子育てコストを示す(4)式の下で、(1)式で示される生涯効用を最大化する。そのための 1 階の条件のうち、限界条件は、

$$u_1 = (1+r_{+1})u_2$$

$$c'(n)wu_1 = \theta w_{+1}nu_2$$

$$wu_1 = w_{+1}nu_2$$

で表わされる(ただし、 $u_i \equiv \partial u / \partial c_i$  である)。これらはそれぞれ、貯蓄、子供数、親孝行率が満たすべき条件である。この 3 式により、

$$\frac{\theta w_{+1}}{c'(n)w} - 1 = \frac{w_{+1}n}{w} - 1 = r_{+1} \quad (5)$$

という関係式が得られる。この式は、子育て、親孝行、貯蓄の限界純便益がすべて等しくなることを意味する<sup>4)</sup>。さらに、定常状態では、この式は、

$$\frac{\theta}{c'(n)} - 1 = n - 1 = r \quad (6)$$

として表現される。ただし、 $n$  と  $r$  はそれぞれ子供数と利子率の定常値である。ここでは、定常状態の下で、人口増加率 ( $n-1$ ) と利子率が等しくなることに注目しておこう。

なお、(6)式が成り立てば、予算制約式は、

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r_{+1}} = [1-c(n)]w \quad (7)$$

と簡略化され、親孝行率は(4)式も用いて、

$$\theta = \varepsilon c(n)$$

となる。子供数が親孝行率と正の相関をもつことは、直感的に理解しやすい。さらに、貯蓄は、

$$s = [1 - \theta - c(n)]w - \gamma[1 - c(n)]w$$

$$= [1 - \gamma - (1 - \gamma + \varepsilon)c(n)]w \quad (8)$$

として計算される。

## 2.2 子供数の定常解

個人は賃金と利率を所与としているが、この2つは競争状態にある企業の利潤最大化行動によって決定される。通常の想定のように、1人当たりの資本ストックを  $k$  として、生産関数を

$$y = k^\alpha, 0 < \alpha < 1$$

とする。資本ストックは、1期ですべて減耗する。このとき、賃金と利率はそれぞれ、

$$w = (1 - \alpha)k^\alpha, 1 + r = \alpha k^{\alpha-1} \quad (9)$$

として表わされる。さらに、資本ストックの市場均衡条件(それは消費財の市場均衡条件でもある)は、

$$k_{t+1} = \frac{s}{n} \quad (10)$$

として与えられる。

そこで、(6)、(8)、(9)および(10)式をまとめると、定常状態の下では、

$$c(n) = \frac{(1 - \alpha)(1 - \gamma) - \alpha}{(1 - \alpha)(1 - \gamma + \varepsilon)} \quad (11)$$

として与えられる。公的年金を導入する前の子供数を1とする(つまり、出生率を2とする)と、(4)式と(11)式より、

$$c = \frac{(1 - \alpha)(1 - \gamma) - \alpha}{(1 - \alpha)(1 - \gamma + \varepsilon)} \quad (12)$$

として  $c$  の値が決まる。以下では、この値をプラスとして話を進める。

## 3. 公的年金の導入

### 3.1 賦課方式の公的年金

それでは、前節で設定した基本モデルに公的年金を導入してみよう。ここでは、若年の現役層が保険料を負担し、高齢の引退層が年金を受

給する、賦課方式の公的年金を想定する。保険料は賃金の  $t \times 100\%$  であり、年金額は若年層の賃金の  $\beta \times 100\%$  であるとする。  $\beta$  は、年金受給額の「所得代替率」(replacement ratio)に対応する。

このとき、個人の予算制約は、

$$\text{若年期: } c_1 = [1 - \theta - c(n) - t]w - s$$

$$\text{高齢期: } c_2 = (1 + r_{t+1})s + (\theta n + \beta)w_{t+1}$$

として与えられる。個人の効用最大化の1階の条件のうち限界条件は前節とまったく同じになるから、(5)式が成立する。したがって、生涯を通じた予算制約は、

$$c_1 + \frac{c_2}{1 + r_{t+1}} = \left[1 - c(n) - t + \frac{\beta}{n}\right]w \quad (13)$$

として与えられ、貯蓄は、

$$s = \left[1 - \gamma - (1 - \gamma + \varepsilon)c(n) - (1 - \gamma)t - \frac{\gamma\beta}{n}\right]w \quad (14)$$

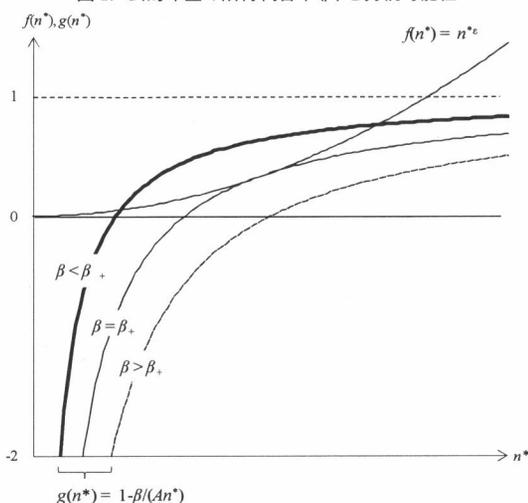
となる。

ここでは、各時点において若年層と高齢層の人口は確定している。政府は、前者の後者に対する比率でもある  $n_{t-1}$  を所与として、固定した所得代替率に対応して保険料を調整するという、確定給付型の公的年金を運営していると想定する。各時点で年金財政を均衡させるとすれば、政府の予算制約は、

$$t = \frac{\beta}{n_{t-1}} \quad (15)$$

として表わされる。

なお、定常状態の下では、(15)式より  $t = \beta/n$  となるが、このとき、(13)式からも明らかのように、賦課方式の公的年金は生涯所得に中立的となる。これは、子育ての収益率である人口増加率と、貯蓄の収益率である利率が一致するように個人が行動するため、人口増加率を収益率とする賦課方式の収益率も利率と一致するからである。

図1. 公的年金の所得代替率( $\beta$ )と持続可能性

さて、(5), (9), (10), (14) および (15) 式をまとめると、

$$c(n) = \frac{(1-\alpha)(1-\gamma)-\alpha}{(1-\alpha)(1-\gamma+\epsilon)} - \frac{\beta}{1-\gamma+\epsilon} \left( \frac{\gamma}{n} + \frac{1-\gamma}{n-1} \right)$$

という、子供数に関する動学方程式が得られる。さらに、公的年金を導入する前の子供数が1であったと想定し、(12)式が成り立つとすれば、この動学方程式は、

$$n^\epsilon = 1 - \left( \frac{\gamma}{n} + \frac{1-\gamma}{n-1} \right) \frac{\beta}{A} \quad (16)$$

と簡略化できる。ただし、ここで、

$$A \equiv \frac{(1-\alpha)(1-\gamma)-\alpha}{1-\alpha} > 0 \quad (17)$$

である。(16)式と連動して、親孝行率 $\theta$ の動学経路も導出することができる。

なお、公的年金が導入されると子供数は累積的に減少していくこともここから確認される。すなわち、公的年金導入前に1だった子供数 $n$ は、(16)式からわかるように導入後直ちに1を下回り、さらに、

$$\frac{dn}{dn-1} = \frac{\beta(1-\gamma)n^2}{\epsilon An^2} \left( n^{1+\epsilon} - \frac{\beta\gamma}{\epsilon A} \right)^{-1}$$

となるので、(i)それが定常解をもてばその値まで減少を続け、(ii)それが定常解をもたなければ $[\beta\gamma/(\epsilon A)]^{1/(1+\epsilon)}$ まで低下してその後一気にゼロまで減少する。

公的年金の導入が子供数の累積的減少をもたらすというメカニズムは、次のようにして起こる。すなわち、公的年金が導入されると、保険料負担を新たに求められた個人は、自分の効用を維持するために自分の親への経済的支援を弱める(このとき、高齢層は子供からの経済的支援を削減されるが、年金を新たに受給できるようになるのでその影響を受けない)。ところが、こうして親孝行率を引き下げた個人は、自分が子供から将来受ける経済的支援が減少することも同時に予想するので、子供に対する需要が弱まり、その結果、出生率が低下する。そのため、1人当たり資本ストックの水準が上昇し、子供の賃金の上昇が見込まれる。したがって、個人は、子供数を減らしても老後に子供から受ける経済的支援は維持されると予想し、子供数を減らす。このプロセスはこの後も持続するので、子供数は累積的に減少していくことになる。

### 3.2 所得代替率の上限

ここで政府が回避すべきなのは、子供数の累積的な減少によって公的年金が持続できなくなるという事態である。そのための必要条件は、(16)式が正の定常解をもつことである。仮に正の定常解が存在するとし、その値を $n^*$ とすると、 $n^*$ は、

$$n^{*\epsilon} = 1 - \frac{\beta}{An^*} \quad (18)$$

で示される。この(18)式を $n^*$ の方程式とみなすと、その解は

$$\text{左辺 } f(n^*) \equiv n^{*\epsilon}$$

$$\text{右辺 } g(n^*) \equiv \frac{\beta}{An^*}$$

という2つの曲線の交点で示される。図1に示すように、曲線 $f(n^*)$ は原点を出発点とし、 $n^*$ の値が大きくなるほど傾きが大きくなる右

上がりの曲線である( $\epsilon > 1$ に注意). 一方, 曲線  $g(n^*)$  は,  $n^*$  が大きくなればその値が 1 に限りなく近づいていく直角双曲線である. ここで,  $\beta$  が大きくなるほど, 曲線  $g(n^*)$  は右下に位置し, 曲線  $f(n^*)$  と交わらなくなる.

$\beta$  の最大値は, 両曲線が接する状態に対応するので,

$$f(n^*) = g(n^*), f'(n^*) = g'(n^*)$$

という,  $n^*$  と  $\beta$  との連立 2 元方程式を解けばよい. このうち,  $\beta$  の解を  $\beta_+$  とすれば, 簡単な計算により,

$$\beta_+ = \epsilon(1+\epsilon)^{-(1+\epsilon)/\epsilon} A \quad (19)$$

となることがわかる. さらに, このとき  $n^*$  は  $(1+\epsilon)^{-1/\epsilon}$  という値をとる. このように, 子供数の累積的減少による公的年金の崩壊を回避するためには, 公的年金は, 効用関数や生産関数のパラメータで決定される, ある一定の水準以下に所得代替率をとどめる必要があることがわかる.

次に, 公的年金の導入が個人の効用を引き上げるかどうかを調べておこう. ここでは, 所得代替率が上限以下にとどまっていると想定し, 定常状態に議論を集中させる. 定常状態の下では人口増加率と利率が完全に一致するので, 公的年金は生涯所得には中立的となる. したがって, 公的年金が効用に影響するのは, もっぱら子供数を通じてである. 実際, 定常状態において最大化された効用水準  $u^*$  を計算すると,

$$\begin{aligned} u^* &= \gamma \ln[(1-c(n^*))w^*] \\ &+ (1-\gamma) \ln[n^*(1-c(n^*))w^*] \\ &+ \gamma \ln \gamma + (1-\gamma) \ln(1-\gamma) \end{aligned}$$

となるが, これを所得代替率  $\beta$  で微分すると,

$$\frac{du^*}{d\beta} = \left[ \frac{1}{w^*} \frac{dw^*}{dn^*} - \frac{c'(n^*)}{1-c(n^*)} + \frac{1-\gamma}{n^*} \right] \frac{dn^*}{d\beta} \quad (20)$$

となる. 冗長だが簡単な計算により, この式の符号は,

$$n^* < \left[ \frac{(1-\alpha)(1-\gamma+\epsilon)}{(1-\alpha)(1-\gamma+\epsilon)-\alpha} \right]^{1/\epsilon} \quad (21)$$

である限り, マイナスとなることがわかる. 子供数は公的年金の導入前は 1 であり, 導入後は 1 を下回るから, この不等式は必ず成り立ち, したがって, 公的年金の導入は個人の効用を引き下げることが確認できる<sup>5)</sup>.

人口減少下において賦課方式の公的年金が個人の効用を引き下げるという結果は, この分野の先行研究でもしばしば導出される. 賦課方式の公的年金の収益率は人口増加率に等しくなるが, それが人口減少下では利率を下回りやすいからである. しかし, 子育てや親孝行が内生化されている本稿のモデルでは, 公的年金の収益率である人口増加率は利率に等しくなっており, 公的年金の効用への影響は別の経路で働く. すなわち, 本稿のモデルでは, 公的年金の導入によって資本財としての子供に対する需要が弱まり, 少子化によって 1 人当たりで見た資本蓄積が加速される. それ自体は, 個人の効用に対してプラス効果をもたらす. しかし, その一方で利率が低下し, 高齢期の消費の相対価格が上昇して, 個人の効用に対してマイナス効果が発生する. 後者のマイナス効果が前者のプラス効果を上回るため, 公的年金の導入は個人の効用を引き下げることになる<sup>6)</sup>.

#### 4. 子育て支援の効果

##### 4.1 子育て支援の導入

前節では, 人口の累積的減少に起因する制度の崩壊を回避するために, 公的年金が満たすべき条件を導出した. 本節では, 子育て支援を導入することにより, そうした条件がどのように修正されるかを検討する. 子育て支援によって子供を産み育てやすくなり, 子供数の減少に歯止めがかかるとすれば, 公的年金の持続可能性が向上することは容易に予想されるところである.

いま, 政府が子育てコストを  $\phi \times 100\%$  だけ財政的に支援し, その財源を, 子育てを行っている若年層の賃金に  $\lambda \times 100\%$  課税することで

調達する、という子育て支援の仕組みを、前節で紹介した賦課方式の公的年金と合わせて導入したとしよう。なお、以下では $\varphi$ を「子育て支援率」と呼ぶことにする。このとき、個人の予算制約は、

若年期：

$$c_1 = [1 - \theta - (1 - \varphi)c(n) - t - \nu]w - s$$

高齢期：

$$c_2 = (1 + r_{+1})s + (\theta n + \beta)w_{+1}$$

となる。このとき、個人の効用最大化の1階の条件のうち限界条件は、

$$\frac{\theta w_{+1}}{(1 - \varphi)c'(n)w} - 1 = \frac{w_{+1}n}{w} - 1 = r_{+1} \quad (22)$$

および

$$c_1 + \frac{c_2}{1 + r_{+1}} = \left[ 1 - (1 - \varphi)c(n) - t - \nu + \frac{\beta}{n} \right] w \quad (23)$$

という2式で示される。そして、貯蓄は、

$$s = \left[ 1 - \gamma - (1 - \varphi)(1 - \gamma + \varepsilon)c(n) - (1 - \gamma)t - (1 - \gamma)\nu - \frac{\gamma\beta}{n} \right] w \quad (24)$$

で与えられる。

一方、政府は、公的年金の予算制約(15)式のほかに、子育て支援のために、

$$\nu = \varphi c(n) \quad (25)$$

という予算制約に直面している。

したがって、出生に関する動学方程式は、(9)、(10)、(15)、(24)及び(25)式をまとめることにより、

$$c(n) = \frac{(1 - \alpha)(1 - \gamma) - \alpha}{(1 - \alpha)[1 - \gamma + (1 - \varphi)\varepsilon]} - \frac{\beta}{1 - \gamma + (1 - \varphi)\varepsilon} \left( \frac{\gamma}{n} + \frac{1 - \gamma}{n - 1} \right)$$

として表わされる。さらに、これまでと同様、公的年金を導入する前の子供数を1と想定し、(12)式が成り立つとすれば、この動学方程式は、

$$n^\varepsilon = B(\varphi) \left[ 1 - \left( \frac{\gamma}{n} + \frac{1 - \gamma}{n - 1} \right) \frac{\beta}{A} \right] \quad (26)$$

として表わされる。ただし、ここで、

$$B(\varphi) \equiv \frac{1 - \gamma + \varepsilon}{1 - \gamma + (1 - \varphi)\varepsilon} \geq 1 \quad (27)$$

である。もちろん、子育て支援がない場合は、 $B(0) = 1$  となって、(26)式は(16)式に帰着する。

#### 4.2 公的年金と子育て支援の最適な組み合わせ

子供数の定常解を $n^{**}$ とすれば、前節とまったく同様にして、(26)式より、

$$n^{**\varepsilon} = B(\varphi) \left( 1 - \frac{\beta}{An^{**}} \right) \quad (28)$$

で与えられる。そして、 $n^{**}$ の正の定常解が存在するための所得代替率 $\beta$ の最大値を $\beta_{++}$ と表記すれば、

$$\beta_{++}(\varphi) = [B(\varphi)]^{1/\varepsilon} \beta_+ \geq \beta_+$$

となる(等号は $\varphi = 0$ のときのみ成り立つ)。したがって、子育て支援を導入することにより、公的年金を持続可能にする所得代替率の上限を引き上げることができる<sup>7)</sup>。

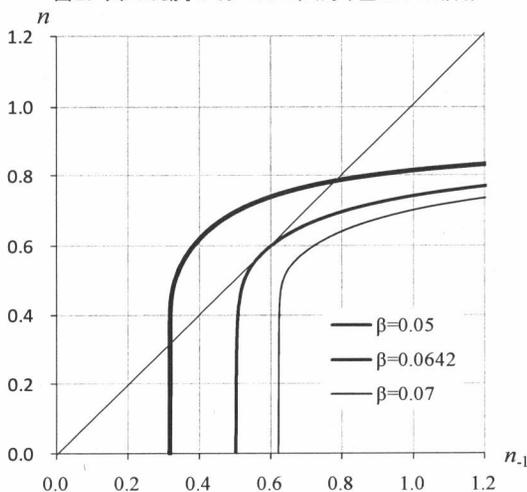
なお、定常状態の下における効用水準を $u^{**}$ と表記すれば、(20)式と同様に、

$$\frac{du^{**}}{d\varphi} = \left[ \frac{1}{w} \frac{dw^{**}}{dn^{**}} - \frac{c'(n^{**})}{1 - c(n^{**})} + \frac{1 - \gamma}{n^{**}} \right] \frac{dn^{**}}{d\varphi} \quad (29)$$

と示されることがわかる。 $dn^{**}/d\varphi > 0$ は明らかなので、(18)式とまったく同様に、

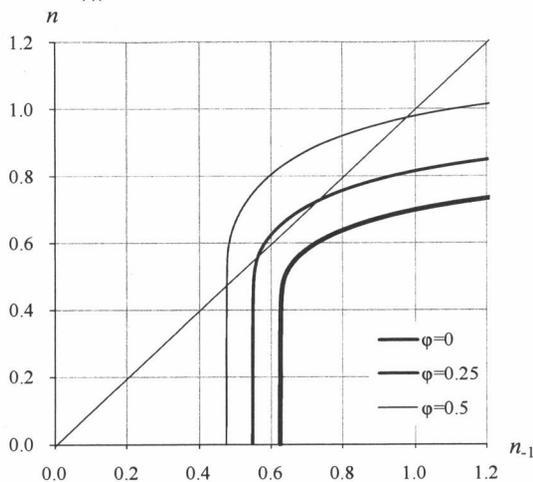
$$n^{**} < \left[ \frac{(1 - \alpha)(1 - \gamma + \varepsilon)}{(1 - \alpha)(1 - \gamma + \varepsilon) - \alpha} \right]^{1/\varepsilon} \quad (30)$$

図2. 人口の動学メカニズム(公的年金のみの場合)



注)  $\gamma=0.5, \alpha=0.25, \varepsilon=2$  と想定.

図3. 人口の動学メカニズム(公的年金+子育て支援の場合)



注)  $\gamma=0.5, \alpha=0.25, \varepsilon=2$  と想定.

であれば、(29)式の右辺の[ ]内がプラスとなつて、(29)式の符号がプラスであることが確認できる。つまり、子育て支援は、それによって子供数が過度に大きくならないかぎり、公的年金がすでに導入されている社会に住む個人の効用を引き上げる。

さらにいえば、子供数が(30)式の右辺の値——それを  $\bar{n}$  と表記する——に一致させるように子育て支援率を調整した場合に、個人の効用は最大になる。つまり、

$$\bar{n} \equiv \left[ \frac{(1-\alpha)(1-\gamma+\varepsilon)}{(1-\alpha)(1-\gamma+\varepsilon)-\alpha} \right]^{1/\varepsilon} \quad (31)$$

で与えられる子供数は、資本財としての子供数の最適な水準である。ここでは、この式からも明らかなように、この  $\bar{n}$  は、(i) 効用関数や生産関数、子育てコスト関数に関するパラメータのみによって決定される、(ii) 1を上回る(つまり、出生率が2を上回る)、という2点に注目しておこう。

さらに、(31)式で与えられる最適な子供数に対応し、個人の効用を最大にする公的年金の所得代替率  $\bar{\beta}$  と子育て支援率  $\bar{\varphi}$  の組み合わせを導出することができる。すなわち、(28)式の  $n^{**}$  を  $\bar{n}$  に置き換え、それを(31)式に代入して、さらに(17)および(27)式を用いて整理すると、

$$\bar{\varphi} = \frac{\alpha}{\varepsilon(1-\alpha)} + \frac{(1-\alpha)(1-\gamma+\varepsilon)-\alpha}{\varepsilon[(1-\alpha)(1-\gamma)-\alpha]} \bar{\beta} \quad (32)$$

という線形の関係式が得られる。(17)式より、 $\bar{\beta}$  の係数はプラスだから、公的年金の規模が大きければ、それに対応して子育て支援も拡充する必要があることがわかる<sup>8)</sup>。

### 5. 数値計算

#### 5.1 パラメータの設定と出生の動学メカニズム

本節では、前節までの理論的分析の結果を数値計算によって説明する。外生的に与えるべきパラメータとしては、効用関数における若年期の消費の重要性  $\gamma$ 、生産関数における資本分配率  $\alpha$ 、子育てコストの子供数に対する弾力性  $\varepsilon$  がある。ここではまず、暫定的に、それらを、

$$\gamma = 0.5, \alpha = 0.25, \varepsilon = 2 \quad (33)$$

と設定しておこう。

公的年金を導入する前の子供数を1と規準化すると、(12)および(17)式より、

$$c = 0.0667, A = 0.0167$$

となる。したがって、所得代替率  $\beta$  の公的年

表 1. 公的年金と子育て支援の最適な組み合わせ：感応度分析

パラメータ	パラメータの想定						
若年時の消費重要性 $\gamma$	0.5	0.4	0.6	0.5	0.5	0.5	0.5
資本分配率 $\alpha$	0.25	0.25	0.25	0.2	0.3	0.25	0.25
子育て支援コストの子供数弾力性 $\epsilon$	2	2	2	2	2	1.6	2.4
所得代替率 $\bar{\beta}$ の想定	最適な子育て支援率 $\bar{\varphi}$						
0.000	0.167	0.167	0.167	0.125	0.214	0.208	0.139
0.025	0.318	0.266	0.526	0.232	0.544	0.357	0.291
0.050	0.469	0.365	0.886	0.338	0.874	0.506	0.444
所得代替率の上限 $\beta^+$	0.064	0.103	0.026	0.096	0.027	0.056	0.071
最適子供数 $\bar{n}$	1.074	1.071	1.078	1.054	1.099	1.114	1.052

金を導入した場合の子供数の動学方程式は、

$$n = \sqrt{1 - 3 \left( \frac{1}{n} + \frac{1}{n-1} \right) \beta} \quad (34)$$

という簡単な式で示される。そして、この動学方程式が定常解をもつため  $\beta$  の上限、すなわち  $\beta_+$  は、

$$\beta_+ = 0.0642$$

として与えられる。

次に、子供数の動学メカニズムをグラフで説明してみよう。図 2 は、横軸を  $n_{-1}$ 、縦軸を  $n$  とするとともに、 $\beta$  を 0.05, 0.0642 ( $=\beta_+$ )、および 0.07 とした場合に、(34) 式から  $n_{-1}$  の関数として間接的に導出される  $n$  がそれぞれどのような形状の曲線になるかを調べたものである。図には 45 度線を併せて描いており、この 45 度線と曲線  $n=n(n_{-1})$  との交点が  $n$  の定常解を示す。この図から明らかのように、 $\beta=0.05$  とすると、曲線  $n=n(n_{-1})$  は 45 度線と 2 つの点——それぞれ  $n=0.339$ ,  $n=0.787$  に対応する——で交叉する。公的年金が導入されると子供数は 1 から徐々に減少し、0.787 に達する。この均衡点は安定的なもので、子供数はこの値にとどまる(出生率は 1.57)。一方、 $\beta=0.07$  とすると、曲線  $n=n(n_{-1})$  は 45 度線と 1 点も交叉せず、子供数は累積的に減少して公的年金が維持できないことがわかる。 $\beta=0.0642$  ( $=\beta_+$ ) とすると、曲線  $n=n(n_{-1})$  は 45 度線と 1 点で接する。このときの  $n$  の値は 0.577 である。

ここで、子育て支援を導入してみよう。ただ

し、その導入の前には、 $\beta=0.07$  という形で公的年金がすでに導入されているとする。このとき、 $\beta$  はその上限 0.0642 ( $=\beta_+$ ) を上回るので、上の議論からわかるように子供数が累積的に減少し、公的年金は維持できない。そこに新たに導入する子育て支援として、

$\varphi=0.25$  および 0.5 という 2 つのケースを考える。このとき、 $\beta$  の上限すなわち  $\beta_{++}$  はそれぞれ 0.0717, 0.0828 へと引き上げられる。

図 3 では、 $\beta=0.07$  と想定した上で、 $\varphi=0$ , 0.25 および 0.5 としたとき、曲線  $n=n(n_{-1})$  の 45 度線との位置関係がどのように違ってくるかを調べている。これからわかるように、子育て支援が導入されなければ、同曲線  $n=n(n_{-1})$  は 45 度線と交叉せず、子供数は累積的に減少するが、 $\varphi=0.25$  あるいは 0.5 とすると、同曲線は 45 度線と 2 点で交叉し、そのうち右上の交点が安定的な定常解となる。子供数の定常解  $n^{**}$  を具体的に計算すると、 $\varphi=0.25$  のときは 0.726,  $\varphi=0.5$  のときは 0.973 となる。

## 5.2 公的年金と子育て支援の最適な組み合わせ

最後に、子供が資本財であるとき、公的年金と子育て支援の最適な組み合わせを具体的に計算してみよう。パラメータの想定は(33)式のままとする。まず、その組み合わせの結果得られる最適子供数は、(31)式より、

$$\bar{n} = 1.074$$

となる。次に、この最適子供数を実現する公的年金の所得代替率  $\bar{\beta}$  と子育て支援率  $\bar{\varphi}$  の最適な組み合わせは、(32)式より、

$$\bar{\varphi} = 0.167 + 6.051\bar{\beta}$$

という関係式を満たすことがわかる。たとえば、公的年金が存在しない場合 ( $\bar{\beta}=0$ )、最適な子育て支援率は 0.167 となる。公的年金の所得代

替率をたとえば 0.025, 0.05 へと引き上げるのなら, 最適な子育て支援率はそれぞれ 0.318, 0.469 へと高まる。

もちろん, こうした結果は, 効用関数における若年期の消費の重要性  $\gamma$ , 生産関数における資本分配率  $\alpha$ , 子育てコストの子供数に対する弾力性  $\varepsilon$  という 3 つのパラメータの想定に依存する。そこで, (33) 式の想定をベンチマークとした上で, これら 3 つのパラメータのうちの 1 つだけをベンチマークの値から 20% 引き下げた場合, または引き上げた場合に, 公的年金と子育て支援の最適な組み合わせがどのように影響するかという感応度分析を行ってみよう。ただし, 公的年金の所得代替率については, 0, 0.025, 0.05 という 3 つのケースを想定する。前述のように, 公的年金と子育て支援の最適な組み合わせは, パラメータに関する一定の想定の下では, 同じ効用水準と子供数を与える。

得られた結果は表 1 にまとめてあるが, ここから次の点が確認される。まず, 公的年金と子育て支援の最適な組み合わせによって得られる子供数  $\bar{n}$  は, (i) 若年期の消費の重要性が高いほど, (ii) 資本分配率が高いほど, (iii) 子育てコストの子供数に対する弾力性が低いほど, 大きくなる。次に, より重要な点として, (公的年金の与えられた所得代替率  $\bar{\beta}$  に対応する) 最適な子育て支援率  $\bar{\varphi}$  は, (i) 若年期の消費の重要性が高いほど, (ii) 資本分配率が高いほど, (iii) 子育てコストの子供数に対する弾力性が低いほど, 高くなる。

## 6. 結論

公的年金はいわば「親孝行の社会化」のための仕組みであり, その制度が充実すると老後の扶養を子供に期待する必要が弱まり, 資本財としての子供に対する需要が減少する。それによって子供数が減少するとすれば, 公的年金は自らの財政基盤を自分で弱めることになる。本稿では, 公的年金に内在するこうしたいわば自己否定的な特徴を念頭に置いて, 出生率を内生化し, 子供から親への所得移転を考慮に入れた単純な世代重複モデルに基づいて, 公的年金の持

続可能性を保証する仕組みを検討してきた。

本稿の分析によれば, 出生率の累積的低下を回避して公的年金を持続可能にするためには, 公的年金の規模を一定の水準以下にとどめる必要がある。また, 子育て支援の導入はその上限を引き上げるとともに, 個人の効用を引き上げるとも確認できた。本稿ではさらに, 公的年金と子育て支援の最適な組み合わせについても検討し, 公的年金の規模が大きな場合はそれに合わせて子育て支援を拡充させる必要があることを示した。

本稿は, 子供の資本財的な側面にのみ注目し, 世代間の私的な所得移転も利己的な動機に基づくものに限定するなど, きわめて単純化されたモデルに基づいた分析を展開してきた。したがって, その結論は子供の消費財的な側面を考慮に入れ, 利己的な世代間所得移転を組み入れることにより, あるいは世代間交渉を想定することによって当然修正される性格のものである。しかし, 「親孝行の社会化」を目指す公的年金からは, その目的そのものによって自らの存立基盤を揺るがせるという自己否定的な性格は完全には解消されない。この点は, 人口減少時代における公的年金の制度設計に際して改めて認識されるべき点である。

(一橋大学経済研究所・北九州市立大学経済学部)

## 注

謝辞 本稿の作成に当たり, 一橋大学経済学研究科の山重慎二准教授及び同大学経済研究所定例研究会(2010年1月12日)の参加者から数多くの建設的なコメントをいただいた。深く感謝する。もちろん, 残された誤りは筆者らのものである。

1) 本稿の議論は, Oshio and Yasuoka(2009a), (2009b)に多くを依拠している。

2) ここでは, 子供から親への所得移転を議論しているが, 親孝行比率  $\theta$  を  $-\theta$  に置き換え, 親から子供への所得移転を考えても結論は変わらない。ただし, そうした世代間の所得移転はあくまでも利己的な動機に基づくものである。

3) この想定は, 効用最大化の 2 階の条件が満たすために必要である。

4) ここでは内点解のみを想定し, コーナー解が発生するケースを排除している。コーナー解の状況としては, たとえば, 親孝行や子育てが完全に放棄される

状況が考えられる。実際、Cigno(1993)は、資本市場の充実や利子率の上昇によって、そうした状況が発生する可能性を論じている。

5) 本稿では、賦課方式の公的年金に期待される積極的な役割をはじめから捨象している。公的年金を導入する理由をモデルに明示的に組み込めば、公的年金の存在はより容易に正当化されることになるが、本稿の結論の方向性は本質的な影響を受けない。

6) 以上の議論では、政府が賦課方式の公的年金を確定給付型で運営する場合を想定してきたが、保険料率を固定し、所得代替率を人口に応じて調整する確定拠出型の運営もありうる。しかし、本文で想定したように、政府が各時点で年金財政を均衡させ、その均衡条件に基づいて所得代替率を設定し、さらに個人がその値を保険料率とともに所与として効用最大化を目指すすと想定すれば、(15)式は成り立つので、これまでの議論は影響を受けない。一方、確定拠出型の場合、年金財政の均衡条件を(15)式ではなく $\beta=nt$ と解釈することも可能である。このとき、子供数 $n$ は(16)式のような動学的プロセスを経ずに、(18)式で $n^*$ を $n$ で置き換えた式から直接計算されることになる。しかし、この場合でも公的年金の上限をめぐる議論は影響を受けない。

7) ここでは、子育て支援の財源は現役層だけから徴収しているが、高齢層からも調整すると、公的年金の年齢階層間の所得移転効果はその分だけ相殺されるので、公的年金の上限はさらに上昇する(Oshio and Yasuoka(2009b)参照)。

8) ただし、以上の議論は、公的年金及び子育て支援の財政収支が、(15)、(16)式で示したようにそれぞれ均衡していると想定している点に注意すべきである。たとえば、財政収支が赤字であれば、公的年金と子育て支援をともに拡大させるべきだという結論にはならない。

#### 参 考 文 献

- Alesina, Alberto, Rafael Di Tella, and Robert MacCulloch (2004) "Inequality and Happiness: Are Europeans and Americans Different?" *Journal of Public Economics*, Vol. 88, No. 9-10, pp. 2009-2042.
- Barro, Robert J. and Gary S. Becker (1989) "Fertility Choice in a Model of Economic Growth," *Econometrica*, Vol. 57, No. 2, pp. 481-501.
- Becker, Gary S. and Robert J. Barro (1988) "A Reformation of the Economic Theory of Fertility," *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 103, No. 1, pp. 1-25.
- Cigno, Alessandro (1992) "Children and Pension," *Journal of Population Economics*, Vol. 5, No. 3, pp. 175-183.
- (1993) "Intergenerational Transfers without Altruism: Family, Market and State," *European Journal of Political Economy*, Vol. 9, No. 4, pp. 469-607.
- Fenge, Robert, Meier Volker (2005) "Pension and Fertility Incentives," *Canadian Journal of Economics*, Vol. 38, No. 1, pp. 28-48.
- Groezen, Bas van, Theo Leers and Lex Meijdam (2003) "Social Security and Endogenous Fertility: Pensions and Child Allowances as Siamese Twins," *Journal of Public Economics*, Vol. 87, No. 2, pp. 233-251.
- Oshio, Takashi and Miki Kobayashi (2010) "Income Inequality, Perceived Happiness, and Self-rated Health: Evidence from Nationwide Surveys in Japan," *Social Science & Medicine*, forthcoming.
- and Masaya Yasuoka (2009a) "Maximum Size of Social Security in a Model of Endogenous Fertility," *Economics Bulletin*, Vol. 29, No. 2, pp. 644-654.
- and ——— (2009b) "Sustainability of Social Security in a Model of Endogenous Fertility," *Hitotsubashi University CIS Discussion Paper*, No. 450.
- Sinn, Hans-Werner (2004) "The Pay-as-you-go Pension System as Fertility Insurance and an Enforcement Device," *Journal of Public Economics*, Vol. 88, No. 7, pp. 1335-1357.
- Wigger, Berthold U. (1999) "Pay-as-you-go Financed Public Pensions in a Model of Endogenous Growth and Fertility," *Journal of Population Economics*, Vol. 12, No. 4, pp. 625-640.
- Zhang, Junsen and Kazuo Nishimura (1993) "The Old-age Hypothesis Revisited," *Journal of Development Economics*, Vol. 41, No. 1, pp. 191-202.
- and Junxi Zhang (1998) "Social Security, Intergenerational Transfer, and Endogenous Growth," *Canadian Journal of Economics*, Vol. 31, No. 5, pp. 1225-1241.