経済研究
Vol. 58, No. 2, Apr. 2007

社会規範と自発的協力*

奥野正寛・グレーヴァ香子・鈴木伸枝

通常の繰り返しゲームと違って，実際の社会では約束を破って逃げることが可能であることが多い．本稿ではプレイヤーが合意しないとゲームが継続できないというルールの下で，囚人のジレンマを自発的に繰り返すパートナーシップが生成・消滅する社会ゲームのモデルを構築し，モラル・ハザードが起きやすい状況において，どのような社会的制裁の仕組みがそれを防止するかを分析した．結論は三つある．第一に，逃げることが可能な場合でも，信頼構築によって自発的協力が可能になること．第二に，複数の戦略が共存する社会においては必要な信頼構築期間が短縮できること．第三に，やむを得ない事情でパートナーシップが崩壊した場合はその情報が伝わるという紹介状を導入することも，信頼構築期間を短縮することである．これにより，逃げることが可能であっても社会的規範を強制することが可能であり，しかも多様な戦略の共存はむしろ効率性を高めることがわかった．

1. はじめに

経済取引にはモラル・ハザードがつきまとう．社会はそれを解決するために，さまざまな仕組みを開発してきた．その問題を分析するために経済学が使ってきたのが，図1の囚人のジレンマ(PD)ゲームである．ただし，$g>c>d>l$ である．

図1. 囚人のジレンマ

$A \setminus B$	C	D
C	c, c	l, g
D	g, l	d, d

モラル・ハザードを解決する仕組みとして使われる通常の繰り返し囚人のジレンマ(repeated PD)ゲームは，二人のプレイヤー(A と B)が無限回にわたってPDゲームを繰り返しプレイする．この場合，一回限りのPDゲームの唯一の均衡利得が d であるにも関わらず，十分に忍耐強いプレイヤー同士が無限回繰り返しゲームをプレイすれば，平均利得が限りなく c に近い均衡が存在することが知られている．いわゆる「フォーク定理」である．

フォーク定理が成立するのは，お互いが協力する((C, C)を実現する)ことを，自己拘束的(self-enforcing)な約束にできるからである．いま二人が，毎回(C, C)をプレイすると約束したとしよう．あるプレイヤー(以下，A とする)が約束を破って D をプレイすれば，B は翌期から十分長い間 D をプレイすることで，約束を破った A に「制裁(sanction)」を与えることができる．プレイヤー B が D をプレイする限り，A にできる最善のことは，最適反応(best response) D をプレイすることでしかない．A が約束を破り c の代わりに g を得るという一時的利益以上の大きな制裁を，c の代わりに d の利得を長期間強制することで，実現できるわけである[1)]．

ところで実際の社会の多くの場面では，このような制裁は非現実的である．約束を破って一時的な利益を得たプレイヤーは，相手が制裁を試みる前に，ペアを解消するからである．借金を踏み倒した債務者は，債権者に見つかる前に別の町や別の国に逃げてしまうし，会社に損害を与えるようなことをした労働者はさっさとやめてしまうことができる．従って，約束を破ったプレイヤー(例えば，借金を踏み倒した債務者)に適切な制裁を与えるためには，何らかの「社会的な制裁(social sanction)」の仕組みが必要である．

そのような仕組みとして知られているものに，(1) 国家権力による法秩序(legal sanction)：

権利体系が公知され，権利侵害者を特定し，侵害行為を立証し，侵害者に懲罰を課すことを国家が代行するため，社会的制裁が可能になる．

(2) 失業による動機付け(efficiency wage hypothesis)：約束を破ってペアが解消されると，新たなパートナー(例えば，資金の貸し手)が必要になる．次のパートナーを見つけるのに時間がかかり，その間，低い利得しか得られないなら，ペアの解消は十分大きな制裁になる[2]．

(3) 預託金(bond posting)による動機付け：新たなパートナーはすぐに見つかるが，パートナーシップを始める際に，将来約束を破ったときの損害を償うだけのものを提供してから始める．例えば，アパートなどを借りるときの敷金がこれに当たる．裏切って逃げても預託金が残るので，被害者は償われるし，預託金を取り戻そうとすることが約束を守るインセンティブとなる．預託金でなく，パートナーシップ開始コストとしての贈り物(gift giving あるいは money burning)の形を取るときは，以下の下積みと同じシステムになる．

(4) 下積み(starting small)による動機付け：新たなパートナーはすぐに見つかるが，協力にはお互いの信頼が必要である．必要な信頼を構築するには利得の低い下積み期間を要するという社会慣行が存在する．このため，次のパートナーとの信頼構築に必要な利得減が社会的制裁として機能する[3]．

(5) 評判による動機付け：パートナーが変わっても，何らかの手段で各人の過去の行動についての情報が社会で共有されることがある．このときは，過去に誰かを裏切って逃げていたら悪評が立ち，その後のパートナーシップ形成が難しくなったり，協力的なパートナーを得られないなどの社会的制裁が機能する．

本稿では，(4)の信頼構築期間という社会慣行について，少し立ち入った検討を行い，異なる社会慣行が並存することの意味，また，やむを得ない事情(工場閉鎖や移転に伴う解雇など)でペアを解消する際発行される紹介状の意味について考えてみたい．

2. モデル

計算の簡単化のため，無限の数のプレイヤーが存在する社会を考える．プレイヤーは限定合理的で，一つの戦略を持っており，それをずっとプレイするものとする．各プレイヤーは，毎期末，確率$(1-\delta)\in(0,1)$で死亡し，死亡したプレイヤーと同じ戦略を持った新たなプレイヤーが次期の期初に生まれる．従って，人口の大きさは常に一定で，その中で特定の戦略をとるプレイヤーの割合も変化しない，定常的な世界を考える[4]．

新たに生まれたり前期末にパートナーを失ったプレイヤーはマッチング・プールに集まり，ランダムに出会ったプレイヤーとペアを形成する．ペアになった二人のプレイヤーは，**自発的繰り返し囚人のジレンマ(Voluntarily Repeatable Prisoner's Dilemma；VRPD)**をプレイする．VRPD が通常の繰り返し PD と異なるのは，ペアが形成された後，どの期でも[5]，その期のプレイの結果を見た後，二人のプレイヤーのうち一人でも「やめる」という意味の行動 e をとればペアが解消され，(その期末に自分が死なない限り)次期にマッチング・プールで新たな相手を探すことになる，という点である．「続ける」という意味の行動 k を双方が選んだ場合にのみ，ペアは次期に継続される．

ペア内のプレイは，ペアにとっての私的情報であるとし，現在のペアにおける行動履歴はペアの二人には完全に観察されるが，その他のプレイヤーにはまったく観察されないとする．従って，マッチング・プールにおいて新しく出会ったパートナーについては，その人が以前のペアでどんなプレイをしたかは分からない．このため，VRPD の**戦略**とは，

(1) 当該 VRPD で，パートナー同士が前の期 $t-1$ までにとったプレイ結果に依存して今期の行動 $x_t\in\{C,D\}$ と，

(2) t 期の行動結果を見てペアを継続するかどうかの意思表示 $y_t\in\{e,k\}$ を，あらかじめ定

めておくことである．以下，任意の戦略を s，戦略の集合を S で表す．

分析を一層簡単化するため本稿では，このような戦略の中でも，**T 期信頼構築戦略**(c_T)という戦略クラス$(S=\{c_T\}_{T=0}^{\infty})$が戦略分布になっている場合に分析を限定する[6]．

定義 1. 任意の整数 $T\geq 0$ について，c_T は次のように定義される．

(a) 信頼構築期間：ペアの最初の T 期間$(T\geq 0)$は D をプレイし，相手が何をプレイしようとペアを継続する(k を選択する)．

(b) 協力期間：$T+1$ 期目からは C をプレイし，相手も C をプレイすればペアを継続する(k を選択する)が，相手が D をプレイすればペアを解消する(e を選択する)．

従って，c_0 は信頼構築期間がなく，ペア構築当初から(C, C)をプレイしようという戦略を，また，c_∞ は常に(D, D)をプレイし続けようという戦略を表している．

以下，社会の状態をマッチング・プールにいるプレイヤーの戦略分布 p で表し，p が定常的で不変の場合を考える．ただし$p(s)$は，戦略 $s\in S$ をプレイするプレイヤーの割合である．いま，戦略 $s\in S$ を採用しているプレイヤーがマッチング・プールでパートナーを探している状態を考える．このプレイヤーが生涯で期待できるフロー利得(一期あたりの利得)を，$v(s;p)$で表す．

定義 2. ある戦略 $s'\in S$ と $\varepsilon>0$ が存在し，$p(s)>0$ を満たすどんな s についても

$$v(s';(1-\varepsilon)p+\varepsilon s')\geq v(s;(1-\varepsilon)p+\varepsilon s')$$

が成立し，しかも少なくとも一つの $p(s)>0$ を満たす s について上記の不等式が厳密な意味で成立するとき，ε の割合の戦略 s' が p に**侵入する**という．ここで，$(1-\varepsilon)p+\varepsilon s'$ とは，マッチング・プールの人口の ε の割合だけを戦略 s' が占め，残りの $1-\varepsilon$ の割合を戦略分布 p が占めている状態を表す．

定義 3. どんな戦略も，十分に小さい割合では p に侵入できないとき，p を**均衡(分布)**と呼ぶ[7]．

直観的に言えば，均衡戦略分布 p とは，

(1) $p(s)=0$ である新しい戦略 s が全人口の正の割合を占めるようになっても，s は既存の戦略を淘汰できない，

(2) $p(s)>0$ である既存の戦略(s)の人口が他の戦略に比べて相対的に増加しても，s は他の既存戦略を淘汰できない，

ために，p が安定的であることを示している．

4 節では，ある $T\geq 0$ について $p_T(c_T)=1$ であるような単一戦略分布 p_T の均衡を考える．5 節では，複数の c_T 戦略が混在する分布の均衡を考える．

3. 期待利得

単一戦略分布 p_T のもとで実現するのは c_T 同士のペアだけである．このペアの下で c_T は，最初の T 期間(D, D)が実現して毎期 d のフロー利得を，$T+1$ 期目からは(C, C)が実現し毎期 $c(>d)$のフロー利得を獲得する．

ある VRPD の $t\geq 1$ 期目にいるペアをとろう．このペアが次期まで継続する確率は δ^2 で，今後存続する期待日数は $L^I(c_T,c_T)=\dfrac{1}{1-\delta^2}$ で，t とは独立である．その間に得られる期待利得の割引現在価値を t 期の期初で評価すれば，それは

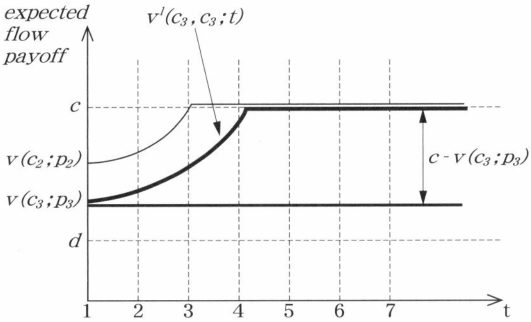
$$V^I(c_T,c_T;t)=\begin{cases}\dfrac{(1-\delta^{2(T-t+1)})d+\delta^{2(T-t+1)}c}{1-\delta^2} & \text{if } t\leq T\\[2ex] \dfrac{c}{1-\delta^2} & \text{otherwise}\end{cases}$$

である．これをフロー利得に換算すれば，

$$v^I(c_T,c_T;t)=\frac{V^I(c_T,c_T;t)}{L^I(c_T,c_T)}=\begin{cases}(1-\delta^{2(T-t+1)})d+\delta^{2(T-t+1)}c & \text{if } t\leq T\\ c & \text{otherwise}\end{cases}\tag{1}$$

である．つまり，図 2 に示したように，当該ペア継続期間内[8]に得られる将来期待フロー利得 $v^I(c_T,c_T;t)$ は，信頼構築期間中はペア継続日数(t)と共に上昇し，T を過ぎて協力期間に入

図 2. 信頼資本(trust capital)



れば c で一定になる．以下，ペア結成時に期待される期待フロー利得を $v^I(c_T,c_T):=v^I(c_T,c_T;1)$ と表す．

p_T の下では，c_T 戦略はどのペアからも $v^I(c_T,c_T)$ のフロー利得を得るから，マッチング・プールにいる c_T 戦略の生涯期待フロー利得は

$$v(c_T;p_T) = v^I(c_T,c_T) = (1-\delta^{2T})d+\delta^{2T}c$$

である．また，このプレイヤーが生きる期待日数は $L_0=\dfrac{1}{1-\delta}$ であり，平均すれば，一生のうちに $n(c_T;p_T)=\dfrac{L_0}{L^I(c_T,c_T)}=\dfrac{1-\delta}{1-\delta^2}=1+\delta$ 人の異なるパートナーとペアを組むことになる．

4. 単一戦略均衡

では，どんな場合に他の戦略が侵入できず，単一戦略分布 p_T が均衡になるだろうか？　任意の $T\geq 0$ をとり，単一戦略分布 p_T を考える．本来ならば任意の戦略が p_T に侵入できないことを示さなくてはならないが，その条件は戦略分布 p_T の下で任意の信頼構築戦略の期待フロー利得が c_T のそれより大きくないこととほぼ同じとなる[9]ので，ここでは後者を示すことにする．

単一戦略分布 p_T の下で，別の信頼構築戦略 $c_{T'}$ が得る期待フロー利得は $v(c_{T'};p_T)$ である．もし，$v(c_{T'};p_T)>v(c_T;p_T)$ を満たす T' が存在するならば，$c_{T'}$ が p_T に侵入できるから，p_T が単一戦略均衡(monomorphic equilibrium)であるための必要条件は，どんな $T'\geq 0$ をとっても

$$v(c_T;p_T)\geq v(c_{T'};p_T) \tag{2}$$

が成立することである．

戦略分布が p_T だから，$c_{T'}$ の相手は常に c_T になる．従って，$c_{T'}$ が c_T とのペア継続期間中に得られる期待フロー利得を $v^I(c_{T'},c_T)$ とすれば，$v(c_{T'};p_T)=v^I(c_{T'},c_T)$ である．つまり，(2)式は，

$$v^I(c_T,c_T)\geq v^I(c_{T'},c_T) \tag{3}$$

と書き直すことができる．そこで，(3)が満たされる条件を，$T'<T$ の場合と $T'>T$ の場合に分けて検討しよう．

$T'<T$ の場合　c_T とマッチした $c_{T'}$ は，T' 期までは毎期 d の利得を得る．$T'+1$ 期に c_T は D をプレイするが，$c_{T'}$ は C をプレイするから利得は $l(<d)$ になり，その期末にペアは解消される．平均フロー利得は d を下回り，(3)式は明らかに満たされる．

$T'>T$ の場合　ペア$(c_{T'},c_T)$の期待継続期間は $L^I(c_{T'},c_T)=\dfrac{1-\delta^{2(T+1)}}{1-\delta^2}$，その間に得られる期待割引利得は $V^I(c_{T'},c_T)=\dfrac{(1-\delta^{2T})d+(1-\delta^2)\delta^{2T}g}{1-\delta^2}$ だから，

$$v^I(c_{T'},c_T) = \frac{(1-\delta^{2T})d+(1-\delta^2)\delta^{2T}g}{1-\delta^{2(T+1)}}$$

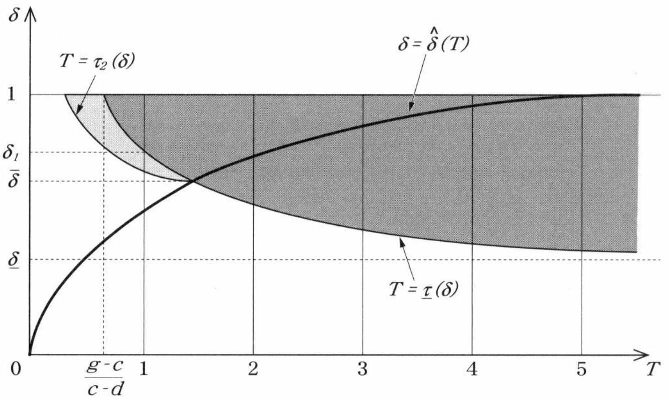
$$= \frac{v^I(c_T,c_T)+\delta^{2T}[(1-\delta^2)g-c]}{1-\delta^{2(T+1)}} \tag{4}$$

となる．従って，(3)が満たされる条件は，(4)から，

$$g-c\leq \delta^2\frac{c-v(c_T;p_T)}{1-\delta^2}\equiv \delta^2K(T,\delta) \tag{5}$$

と表される．ただしここで，$K(T,\delta)=\dfrac{c-v(c_T;p_T)}{1-\delta^2}=[c-v(c_T,c_T)]L(c_T,c_T)$ である．$v(c_T;p_T)$ はプールに戻った時に受け取る期待利得だから，$c-v(c_T;p_T)$ は，信頼を維持することで得られるフロー利得の純増分であり，ペアの期待存続期間を考えれば，$K(T,\delta)$ が信頼がもたらす資本(trust capital)の評価額になる．ゆえに(5)は，信頼構築期間が作り出した信頼を破ることがもたらす一時的利得 $g-c$ が，それによって次期以降(ペアが存続したら)被る信頼資本の逸失額 $\delta^2K(T,\delta)$ を上回ってはなら

図3. 均衡の存在



ないという，通常の繰り返しゲームの均衡条件と同じ意味である．まとめて，

命題1. $g-c \leq \delta^2 K(T,\delta)$ の場合，c_T 戦略だけの単一戦略均衡 p_T が存在する．

(5)式はまた，次のように書き換えることができる．

$$v(c_T;p_T) \leq c-\frac{1-\delta^2}{\delta^2}(g-c) \equiv v^{BR} \quad (6)$$

信頼を破らない戦略が破る戦略を淘汰するには，ペアを解消してプールに戻ったときの期待フロー利得 $v(c_T;p_T)$ が(6)の v^{BR} を上回らないことが必要なのである．

最後に，単一戦略均衡が存在する(T,δ)の範囲を明示的に求めておこう．$\underline{\delta}=\sqrt{\frac{g-c}{g-d}}$ と定義して，任意の $\delta \in (\underline{\delta},1)$ について

$$g-c=\delta^2 K(T,\delta)=\frac{\delta^2(1-\delta^{2T})(c-d)}{1-\delta^2} \quad (7)$$

を満たす実数 $T \geq 0$ の値を $\underline{\tau}(\delta)$ と定義する．$\underline{\tau}(\delta)$は単調減少関数であり，$\lim_{\delta\to\underline{\delta}}\underline{\tau}(\delta)=\infty$，ロピタルの法則から $\lim_{\delta\to1}\underline{\tau}(\delta)=\frac{g-c}{c-d}>0$ である．このとき，

系1. $\delta \in (0,1)$ が与えられたとき，$T \geq \underline{\tau}(\delta)$ を満たす範囲内で，またその場合に限り，単一戦略均衡 p_T が存在する．従って，p_0 の単一戦略均衡は存在しない．

図3の濃い網かけ部分の領域が，単一戦略均衡 p_T が存在する(T,δ)の範囲である．系1が示すように，$\underline{\tau}(\delta)>0$ であり，信頼構築期間が必要不可欠である．ペアとなった見知らぬ相手を最初から信用する人(いわば「カモ」)ばかりなら，D をプレイして g を得ることがペア解消につながったとしても，また新たに同じようなカモを確実に見つけられるからである．

5. 単一戦略均衡の安定性と利得

さて，命題1や図3から明らかなように，$1>\delta>\underline{\delta}$ ならば $T \geq \underline{\tau}(\delta)$ を満たす自然数 T が無数に存在し，無数の単一戦略均衡 p_T が存在する．本節では，これらの単一戦略均衡同士の関係を検討する．信頼構築期間が短い方が，信頼構築のために失う利得が少ないから平均利得は高い．従って

命題2. $T,T' \geq \underline{\tau}(\delta)$ なら，p_T と $p_{T'}$ は共に単一戦略均衡であり，

$$T<T' \Leftrightarrow v(c_T;p_T)>v(c_{T'};p_{T'})$$

である．

次に単一戦略均衡同士の安定性を考える．$T>\underline{\tau}(\delta)$ で，p_T の単一戦略均衡も p_{T+1} の単一戦略均衡も，共に存在する場合を考えよう．いま，社会に戦略 c_T と c_{T+1} だけが共存している場合を考え，マッチング・プールにおける c_T の割合を α, c_{T+1} の割合を $1-\alpha$ とする．記法の濫用にはなるが，誤解はないと思うのでこの戦略分布も α で表し，それぞれの戦略 $c_t(t=T,T+1)$ が得る期待フロー利得 $v(c_t;\alpha)$ を表したのが，図4である．ただしここで，

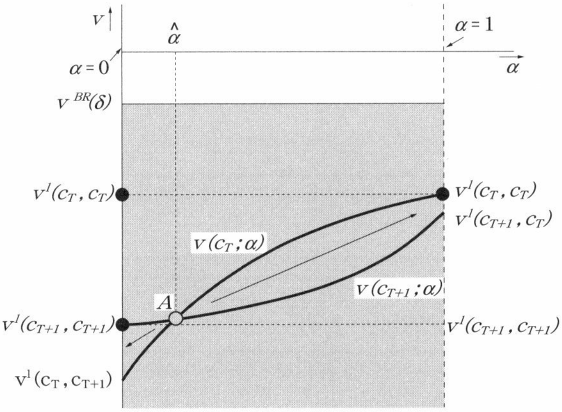
$$\begin{aligned} v(c_t;\alpha) &= \frac{V^I(c_t;\alpha)}{L(c_t;\alpha)} \\ &= \frac{\alpha V^I(c_t,c_T)+(1-\alpha V^I(c_t,c_{T+1})}{\alpha L^I(c_t,c_T)+(1-\alpha)L^I(c_t,c_{T+1})} \end{aligned} \quad (8)$$

である．以下，この図の特徴を説明する．

注意1. $v(c_T;\alpha)$ は α の増加凹関数．

$\alpha=1$ で社会に c_T しか存在しない場合(つま

図4．均衡の安定性



り分布が p_T の場合)，戦略 c_T がマッチング・プールで会う相手は必ず c_T だから，期待フロー利得は $v(c_T;1)=v^I(c_T,c_T)$ になる．α が減少すると，c_T はそれだけ c_{T+1} 戦略に会う可能性が増す．c_{T+1} とペアになるたびに $T+1$ 期目に l の利得を得てペアを解消するから，期待フロー利得は減少する．従って，フロー利得が α の増加関数であることは明らかである．

α が減少し，マッチング・プールで c_{T+1} 戦略に会う可能性が増えると，c_T の期待フロー利得はそれ以上の率で減少する．相手が c_T ならペアは $L_0=\dfrac{1}{1-\delta^2}$ 期間継続するが，相手が c_{T+1} なら，ペアは $L^I(c_T,c_{T+1})=\dfrac{1-\delta^{2(T+1)}}{1-\delta^2}(<L_0)$ 期間しか継続しない．従って，c_{T+1} と出会う確率が増えるとペアの平均継続期間 $L^I(c_T;\alpha)=\alpha L_0+(1-\alpha)L^I(c_T,c_{T+1})$ が減少し，生涯でペアを組むパートナーの数 $n(c_T;\alpha)=\dfrac{L_0}{L^I(c_T;\alpha)}$ が増加する．それだけ c_{T+1} とペアを組む確率が増え，期待フロー利得は逓減する．これが，c_T の期待フロー利得が α の増加凹関数である直観的理由である．

注意 2. $v(c_{T+1};\alpha)$ は α の増加凸関数又は減少凹関数．

$\alpha=0$ で c_{T+1} しか存在しない(つまり分布が p_{T+1} の)場合，c_{T+1} の期待フロー利得は $v^I(c_{T+1},c_{T+1})$ である．しかし $\alpha>0$ になり c_T とペアを組むと，$T+1$ 期目に g という利得を得て次の期にプールに戻る．このペアがもたらす期待フロー利得は $v^I(c_{T+1},c_T)$ である．

もし，$v^I(c_{T+1},c_T)>v^I(c_{T+1},c_{T+1})$ なら，c_{T+1} は c_T と組んだ方が c_{T+1} 同士より高い期待平均利得が得られる．c_T の割合が増えれば増えるほど，短期間で g を得てプールに戻るケースがより頻繁に起こるから，このメリットは逓増する．従って，$v(c_{T+1};\alpha)$ は α の増加凸関数になる．

他方，$v^I(c_{T+1},c_T)<v^I(c_{T+1},c_{T+1})$ ならば，c_{T+1} は c_T と組むと c_{T+1} 同士より低い期待平均利得しか得られない．c_T の割合が増えれば増えるほど，ペアの継続期間が減少するから，このデメリットは逓増する．従って，$v(c_{T+1};\alpha)$ は α の減少凹関数になる[10]．

注意 3. $v(c_T;1)$ と $v(c_{T+1};0)$ は共に安定で $v(c_T;0)<v(c_{T+1};1)<v^{BR}(\delta)$ である．

$v^I(c_T,c_{T+1})<d$ だから

$$v(c_T;0)=v^I(c_T,c_{T+1})<v^I(c_{T+1},c_{T+1})=v(c_{T+1};0) \tag{9}$$

である．他方，$T>\underline{\tau}(\delta)$ を仮定したから

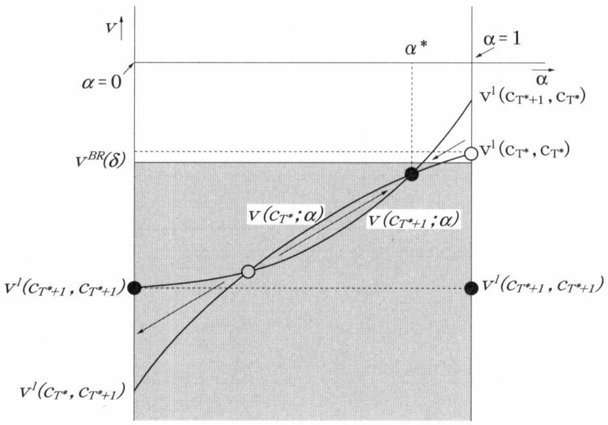
$$v(c_{T+1};1)=v^I(c_{T+1},c_T)<v^I(c_T,c_T)=v(c_T;1) \tag{10}$$

である．従って，$v(c_T;\alpha)$ と $v(c_{T+1};\alpha)$ は $\hat{\alpha}$ で一回だけ交差する．

利得の高い戦略の人口が相対的に増加するという通常の動学の下では，図4の矢印で示したように，$\hat{\alpha}$ の右では c_T が増え α が増大し，$\hat{\alpha}$ の左では c_T が減り α が減少する．安定なのは，$\alpha=0$ で p_{T+1} が戦略分布になる場合と，$\alpha=1$ で p_T が戦略分布になる場合である．また，$T>\underline{\tau}(\delta)$ だから，図4のように $v(c_T;0)<v(c_{T+1};1)<v^{BR}(\delta)$ であり，(6)式の条件が満たされる．

単一戦略分布同士を比較した場合，自発的繰り返しPDゲームは信頼構築期間の長さを通じたコーディネーション・ゲームに他ならない．ペア同士の信頼構築期間の長さがマッチすれば協力の利益を獲得できる一方，ミスマッチした場合には損失を被るからである．

図 5. 均衡の安定性



6. 複数戦略均衡

6.1 均衡の存在

$T^*<\underline{\tau}(\delta)<T^*+1$ としよう．このとき p_{T^*+1} が信頼構築期間がもっとも短い(従って期待利得が最も大きい)単一戦略均衡だが，p_{T^*} は均衡ではない．では c_{T^*} を含む戦略分布は，均衡になりえないだろうか．とりわけ，c_{T^*} と c_{T^*+1} が $\alpha\in(0,1)$ と $1-\alpha$ の割合で(プールに)共存する二戦略均衡(bimorphic equilibrium)は存在しないだろうか．

この人口比のときの，c_{T^*} と c_{T^*+1} それぞれの期待フロー利得を，$v(c_{T^*};\alpha)$，$v(c_{T^*+1};\alpha)$ とする．このとき，本稿の均衡の定義と前節までの分析から，次のことが明らかである．

補助定理 1. *次の二つの条件を満たす $\alpha^*\in(0,1)$ が存在するとき，c_{T^*} と c_{T^*+1} が α^* と $1-\alpha^*$ の割合で存在する二戦略均衡が存在する．*

(i) 両戦略間の安定条件：

$v(c_{T^*};\alpha)\gtreqless v(c_{T^*+1};\alpha)\Leftrightarrow\alpha\lesseqgtr\alpha^*$

(ii) 他戦略の侵入不可能条件：$v(c_{T^*};\alpha^*)=v(c_{T^*+1};\alpha^*)\leq v^{BR}(\delta)$．

まず，(i)が成立する条件を考える．すでに見たように，$v(c_{T^*};\alpha)$ は α の増加凹関数である．また，$T^*<\underline{\tau}(\delta)<T^*+1$ だから $v^I(c_{T^*+1},c_{T^*})>v^I(c_{T^*},c_{T^*})$ であり，

$v^I(c_{T^*+1},c_{T^*})-v^I(c_{T^*+1},c_{T^*+1})=$

$[v^I(c_{T^*+1},c_{T^*})-v^I(c_{T^*},c_{T^*})]+[v^I(c_{T^*},c_{T^*})-v^I(c_{T^*+1},c_{T^*+1})]>0$

が成立する．従って，$v(c_{T^*+1}:\alpha)$ は必ず α の増加凸関数になる．

このとき，図5から明らかなように，以下の二つの可能性がある[11]．

(A) 図のように $v(c_{T^*+1};\alpha)$ と $v(c_{T^*};\alpha)$ のグラフが二回交差する．

(B) $v(c_{T^*+1};\alpha)$ と $v(c_{T^*};\alpha)$ のグラフが全く交差しない．

従って補助定理1の(i)のためには，次の条件が必要である．

条件(i)　$\alpha=1$ で $v(c_{T^*+1};\alpha)$ の傾きが $v(c_{T^*};\alpha)$ の傾きを上回る，つまり

$$\frac{\partial v(c_{T^*+1};1)}{\partial\alpha}>\frac{\partial v(c_{T^*};1)}{\partial\alpha}\tag{11}$$

が成立しなければならない．

$\alpha=1$ から α が減少すると，戦略 c_{T^*+1} が侵入してミスマッチが起こるため，$v(c_{T^*};\alpha)$ が下落する．他方，$v(c_{T^*+1};\alpha)$ が下落するのは，カモである戦略 c_{T^*} とマッチする代わりに，仲間である c_{T^*+1} とペアになるというコストが生まれるからである．ところで T^* が小さくなると，前者は増幅され後者は縮小される．T^* が小さいほど，ミスマッチやカモとのペアは短期間しか続かない．その分，マッチング・プールに頻繁に戻り次のパートナーを物色できる．それだけ，前者のミスマッチのロスが増幅され，後者のカモを失う効果が小さくなる．従って T^* が小さいほど，(11)の左辺が大きく，右辺が小さくなり，不等式(11)が成立しやすくなる．

同じことは δ が小さくなる場合にも起こる．δ が大きいと，同じ戦略とマッチした場合のペア継続期間が長くなる．それだけミスマッチやカモとの継続期間が相対的に短くなり，T^* が小さくなるのと同じ効果が生まれる．

計算は省略するが，$T\geq0$ のすべての実数について $\hat{\delta}(T)$ を，

$$\delta>\hat{\delta}(T)\quad\Leftrightarrow\quad\frac{\partial v(c_{T+1};1)}{\partial\alpha}>\frac{\partial v(c_T;1)}{\partial\alpha}$$

を満たす関数として定義できる．上に述べたこ

とから明らかなように，この関数は図3に示したように，T の単調増加関数である．

$T=\underline{\tau}(\delta)$ と $\delta=\hat{\delta}(T)$ の交点の縦座標を $\bar{\delta}$ で表そう[12]．明らかに，(11)の不等式が満たされるためには，$\delta>\bar{\delta}$ でなければならない．$\delta\in(\bar{\delta},1)$ なら，$\varepsilon>0$ を十分小さく取り $T^*=\underline{\tau}(\delta)-\varepsilon$ とすれば，T^* は条件(A)を満たすことになる．このことは，図5で

$T^*\gtreqless\underline{\tau}(\delta)\Leftrightarrow v^I(c_{T^*+1},c_{T^*})\lesseqgtr v^I(c_{T^*},c_{T^*})$

であることに注意すれば明らかである．

そこで，$\delta\in(\bar{\delta},1)$ について(A)が成立するような T^* の下限を $\tau_2(\delta)$ と定義しよう．条件(A)が成立するような(T,δ)の範囲を，図3の薄い網かけ部分の領域として例示した．この範囲内に(T^*,δ)をとれば，図5のように $v(c_{T^*};\alpha)$ と $v(c_{T^*+1};\alpha)$ は二回交わる．右側の交点の横座標 α^* が，補助定理1の(i)，つまり両戦略間の安定条件を満たしていることが明らかである．

条件(ii)　この条件は，図5の $v(c_{T^*};\alpha)$ と $v(c_{T^*+1};\alpha)$ という二つのグラフの右側の交点の縦座標が，v^{BR} より下にあることであるが，これは両戦略間の安定性条件が満たされるとき常に成立する．その理由を直観的に説明すると以下のようになる．侵入不可能条件とは，協力期間中に D をとることは有利ではないという条件である．例えば $T+2$ 期以降に相手が c_T であることがわかってから D をとる，あるいは，$T+3$ 期以降に相手が c_{T+1} であることがわかってからDをとることを考えている．もし，このような戦略が有利なら，そもそも $T+1$ 期に D をとる方が有利である．そうすることで1期分早く利得を高めることができるからである．しかし，それは c_{T+1} が取っている戦略そのものである．従って，両戦略間の安定条件が満たされていれば，侵入不可能条件も満たされることになる[13]．

まとめて，次の命題が成立する．

命題3． $\delta>\bar{\delta}$ で，$T\geq 0$ が $\tau_2(\delta)<T<\underline{\tau}(\delta)$ を満たす場合，c_T と c_{T+1} が共存する二戦略均衡が存在する．この二戦略均衡の均衡フロー利得は，どんな単一戦略均衡の均衡フロー利得より高い．

証明：前半の主張は本文で示した．後半は，もっともフロー利得の高い単一戦略均衡が p_{T^*+1} であることから，そのフロー利得は $v(c_{T^*+1};0)$ であり，$v(c_{T^*+1};\alpha)$ が α の増加関数であることから従う．(図5を参照.)　□

$\underline{\tau}(\delta)$ や $\tau_2(\delta)$ が，図3のような形状をとっている場合を例に取れば，$\bar{\delta}<\delta<\delta_1$ の範囲では c_1 と c_2 が共存する二戦略均衡が，$\delta_1<\delta<1$ の間では c_0 と c_1 が共存する二戦略均衡が存在する．

6.2　経済学的意義

複数戦略均衡は，いわば異なる社会規範が共存することで，信頼が生まれ協力が可能になるという状態を表している．例えば，c_0 と c_1 が共存する二戦略均衡を例に取れば，本来単一戦略均衡として成立しうるのは c_1 だけである．c_0 しか存在しない社会では信頼資本を構築できず，マッチの最初から D をプレイすることが有利だからである．

しかし c_0 が c_1 と共存する場合，確率 $1-\alpha^*$ で相手は c_1 であり，マッチの最初から D をプレイすることは必ずしも有利ではない．また，運よく c_0 同士がマッチした場合，1期目が終われば相手が c_0 であることが判明し，2期目以降はお互いに(C,C)を選び続けることになり，高い利得を得られる．ここでもし，うまく c_0 が相手であるとわかった後 D をするような戦略を考えても，そのような戦略は裏切った次の期にプールに戻って確率 $1-\alpha^*$ で c_1 と出会って損失を被ることになる．つまり，自分と異なる規範で行動する人が社会にいるからこそ，同じ規範で生きる人の価値が増し，彼らを信頼し協力することが有利となる．

7．紹介状と信頼資本

7.1　紹介状が伝える情報

このように，見知らぬ人が出会う大きな社会

で信頼と協力が生まれるのは，信頼を裏切った場合に，さまざまな社会的制裁の仕組みがあるからである．せっかく構築した信頼を裏切ると，下積みのやり直しや預託金が必要になり，失業したり見知らぬ人と付き合うリスクを被ることになる．信頼と協力が規範として成立するためには，社会的制裁が生み出すこれらのコストが必要不可欠である．

とはいえ，せっかく構築した信頼関係が失われるのは，関係者が信頼を破るためばかりではない．天災や事業の失敗などの不運によって，パートナーが失われることもある．配偶者の転勤で転居を余儀なくされたり工場が閉鎖されれば，新たなパートナーを探す必要ができる．これらの場合，新たなパートナーからすぐ信頼されるよう，元のパートナーとの間に構築した信頼資本を移転することが望ましい．その仕組みの一つが，紹介状(reference letter)である．

推薦状は，推薦者が自分の評判(reputation)を担保に，被推薦者の能力や行動履歴に関する正しい情報を伝える．これに対して紹介状は，被紹介者が新たなパートナー(職)を探しているのは，前のパートナーとの関係が悪かった(解雇された)ためではないという情報のみを，次のパートナーに伝える仕組みである．

以下では，協力期間中に外生的要因でマッチが解消されたパートナー[14]は，紹介状を持ってプールで相手を探せるとし，信頼資本などがどう変化するかを考えよう．紹介状が伝えるのは，そのプレイヤーの行動履歴ではなく[15]，そのプレイヤーがマッチング・プールに登場したのは，直前のペアに何らかの不幸がおそったからだという情報である．工場が閉鎖したとか会社が移転したというこれらの情報は，大きなコストをかけずとも容易に確認できるだろう．このような単純な情報であっても，情報がまったくないときより効率性が改善するということが本節の主張である．

7.2 紹介状と戦略

紹介状制度の経済効果を調べるために，今までのモデルを紹介状がないモデル(Non-Reference Letter model，略して NRL モデル)と呼び，紹介状を導入したモデルを RL モデルと呼ぶ．RL モデルでは，プレイヤーは生まれたときには紹介状なしにプールに登場するが，協力期間に入った後に相手が「死亡」すれば紹介状を得てマッチング・プールに戻る．信頼構築期間中に相手が死亡したり，自分や相手が信頼を裏切ったためにペアが崩壊した場合，紹介状は得られない．従って，マッチング・プールには，紹介状を持つプレイヤー(タイプ Y)と持たないプレイヤー(タイプ N)という二種類のプレイヤーがいる．

次のような二つの戦略を考えることができる[16]．

紹介状戦略 c_T^{RL}

(a) N タイプのプレイヤーは，相手の如何を問わず $c_T(T>0)$ をプレイする．

(b) Y タイプのプレイヤーは，Y タイプとマッチしたときは c_0 をプレイする．

(c) Y タイプのプレイヤーは，N タイプとマッチしたときは c_T をプレイする[17]．

記述の簡単化のためここでは，紹介状は戦略の一部ではなく，協力期間中にパートナーが死亡したプレイヤーに自動的に付与されるものとするが，戦略の一部として，相手の今期の行動を見た後で紹介状を書くかどうかの選択をするというモデルでも本質的な結果は変わらない．詳細はグレーヴァ・奥野・鈴木(2007)を参照されたい．

7.3 分析と結果

いま，NRL モデルでもっとも短い信頼構築期間を持つ単一戦略均衡を p_{T^*} とし，対応する均衡フロー利得を $v^{NRL}=v(c_{T^*};p_{T^*})$ と表そう．紹介状を導入し，信頼構築期間が同一の紹介状戦略($c_{T^*}^{RL}$)だけからなる単一分布を考える．

マッチング・プール(でまだ相手を見つけていない状態)における Y タイプの期待フロー利得を $v(Y)$(期待生涯利得は $V(Y)$)，N タイプの期待フロー利得を $v(N)$(期待生涯利得は $V(N)$)とする．また，タイプの組み合わせご

との単一マッチ内での総利得(一つのマッチが解消するまでの利得の和)を $V^I(x, y)$(ただし $(x, y) \in \{N, Y\}^2$ で第一項が当該プレイヤーのタイプとする)と書く．

N タイプは，相手が Y でも N でもペア内部のプレイ結果は同一だから，プールで出合った最初の相手とのペア期間内に期待できる利得を $V^I(N)$ と書くと，$V^I(N)=V^I(N, N)=V^I(N, Y)$ となり，NRL モデルと同じである．しかし，このペアは正の確率で協力期間まで維持され，その後ペアが崩壊すれば紹介状を持ってプールに戻れる．紹介状があれば，正の確率で起こる Y タイプとのペアでは最初から協力期間に入る．従って，次の関係が成立する．

$$v(N) > v^{NRL}$$

このように，紹介状導入の第一の効果は期待フロー利得の改善であり，紹介状を持たない N タイプの期待利得さえ紹介状のない場合を上回る．しかしそのため，協力期間に D を選んだ場合に失う信頼資本の大きさも変化する．これが第二の効果である．

信頼資本は，二つの要因で異なる方向に変化する．第一に，D をプレイして相手の信頼を失えば，紹介状なしにプールに戻らなければならない．しかし紹介状という社会慣行があれば，紹介状なしでもより高いフロー利得が得られるから，ペア崩壊のコストは小さくなる．紹介状システムは信頼資本を引き下げる効果を持つのである．第二に，D をプレイせず C をプレイすれば相手との信頼関係が残る．この場合，万一相手が死亡しても紹介状と共にプールに戻れるから，Y タイプの相手と出会えばペア形成と同時に協力を始められる．信頼の効果は現在のペアだけでなく，紹介状を通じて将来のペアにも有効なのである．

これら二つの効果を比較するために，協力期間に入ったら D をプレイするという逸脱戦略(あるいはミュータント戦略)の一時的利得増と将来利得の低下(信頼資本の喪失)を，上記の戦略の利得と比較してみよう．D をプレイすれば今期 g を得るが，来期は N としてプールに戻ることになり $V^{RL}(N)$ の期待生涯利得しか得られない．従って，D をプレイした場合の期待生涯利得は次のようになる．

$$g+\delta V(N) = g+\frac{\delta}{1-\delta}v(N) \qquad (12)$$

他方，協力期間中に戦略通り C をプレイすると，得られる利得はどれだけだろうか．協力期間内ならばどんなペアを考えても同じだから，それを Y 同士のペア (Y, Y) で表す．(Y, Y) にいるプレイヤーが得る生涯利得は，次のように表される．

$$\begin{aligned}&\frac{c}{1-\delta^2}+\delta(1-\delta)\{1+\delta^2+\cdots\}V(Y)\\ &\quad = c+\frac{\delta^2 c}{1-\delta^2}+\frac{\delta}{1-\delta^2}v(Y) \qquad (13)\end{aligned}$$

c^{RL}_{T*} が均衡であるための必要条件は，(12)と(13)から，

$$\begin{aligned}g-c &\le \delta^2\frac{c-v(N)}{1-\delta^2}+\frac{\delta}{1-\delta^2}[v(Y)-v(N)]\\ &\equiv \delta^2 K^{NRL}+\Delta K \qquad (14)\end{aligned}$$

と表せる．ただし，

$$K^{NRL} \equiv \frac{c-v^{NRL}}{1-\delta^2}$$

$$\Delta K \equiv \frac{\delta}{1-\delta^2}[v(Y)-v(N)] - \delta^2\frac{v(N)-v^{NRL}}{1-\delta^2}$$

(14)を(5)と比べれば，RL モデルでは $\dfrac{\Delta K}{\delta^2}$ だけ信頼資本が大きくなる．

注意 4. $\Delta K>0$ である．

N は，マッチした相手が Y でも N でも全く同じ生涯経路をたどるから，

$$\begin{aligned}V(N) &= V^I(N, Y)+\delta(1-\delta)\{1+\delta^2+\cdots+\delta^{2(T-1)}\}V(N)\\ &\quad +\delta(1-\delta)\{\delta^{2T}+\cdots\}V(Y)\\ &= V^I(N, Y)+\frac{\delta(1-\delta^{2T})}{1-\delta^2}v(N)+\frac{\delta^{2T+1}}{1-\delta^2}v(Y)\end{aligned}$$

である．$V^I(N, Y)=\dfrac{(1-\delta^{2T})d+\delta^{2T}c}{1-\delta^2}=\dfrac{v^{NRL}}{1-\delta^2}$ だから，

$$\frac{v(N)-v^{NRL}}{1-\delta^2}=\frac{\delta^{2T+1}}{1-\delta^2}[v(Y)-v(N)] \qquad (15)$$

であり，$\Delta K>0$でなければならない．

従って，次の命題が得られた．

命題4. 推薦状(RL)モデルと推薦状がない(NRL)モデルを比べると，

(1) 信頼構築期間Tの長さが同一でも，RLモデルの期待フロー利得がNRLモデルを上回る．

(2) Tが同一でも，RLモデルの信頼資本の大きさはNRLモデルを上回る．

(3) NRLモデルより短い信頼構築期間でも，RLモデルの均衡戦略となる．

8. 終わりに

本稿では，通常の繰り返しゲームではなく，プレイヤーたちがランダムに出会う大きな社会の中で，あるゲーム(囚人のジレンマ)を当事者の合意によってのみ繰り返すことができるという枠組みを考え，その下でどのような社会的制裁の仕組みが協力を生み出すかを，社会全体のゲームとして考えた．このような枠組みは現代社会をよく表しており，それ自体でも十分興味のあるものである．さらに，自発的協力はある期間の信頼構築を行なうという社会的制裁システムによって進化的均衡となるし，紹介状という情報伝達手段が加わると信頼構築期間を短縮するか，あるいは利得を上げることによって効率性の改善ができることも示された．

特に強調したいのは，単に自発的協力を実現させることでなく，それが異なる戦略が共存する社会でも可能であり，むしろ複数戦略均衡の方が効率性が高いという帰結である．その直観的理由は，異なる戦略がいるために，自分と同じ戦略を持ったパートナーと出会えたらその関係を大切にすることにメリットがあり，信頼構築期間とは別の追加的な協力のインセンティブとなるからである．そのおかげで，単一戦略均衡よりも短い信頼構築期間の戦略が存在できる．日本における系列などのグループ経営は，必ずしも閉鎖的ではなく信頼が構築されれば誰とでも取引可能であるが，長期的関係を大切にするという意味で，複数戦略均衡に近い状態ではないだろうか．

これまでの文献では(Carmichael and MacLeod (1997)を除いて)，社会全体の戦略的安定性(ミュータント戦略の侵入不可能性)を問う社会ゲームの分析は行われていなかった．また，完備情報のモデルのものは全て単一戦略均衡に着目していたので，多様性の良さがわからなかった．不完備情報モデルでは，多様性は仮定であり，どうしてそうなるかまでは議論されなかった．本稿では多様な戦略の安定性と効率性を証明できたので，既存文献をさらに発展させたと言えよう．今後は，本稿で単純化していたマッチングの構造の一般化や，囚人のジレンマ以外の状況などについても研究が待たれる．

(東京大学大学院経済学研究科・経済学部／慶應義塾大学経済学部・駒澤大学経済学部)

注

＊ 本稿執筆に当たり，一橋大学経済研究所の研究会で鈴村興太郎先生を始め，参加者から貴重なコメントを頂いた．ここに記して感謝したい．

1) この制裁はまた，良く知られているように，その過程で実現される(D, D)の繰り返しもナッシュ均衡になっているから，プレイヤーBのインセンティブにもかなっている．上記の制裁つきの約束は，サブゲーム完全均衡であり，自己拘束性を満たしているのである．

2) いわゆる，効率賃金仮説(efficiency wage hypothesis)がこれに当たる．Shapiro and Stiglitz (1984)， Okuno-Fujiwara (1987)などを参照せよ．

3) Datta (1996), Ghosh and Ray (1996), Kranton (1996a,b)では，完備情報・不完備情報の場合について個々のパートナーシップの継続・解消のインセンティブのための信頼構築期間を分析している．Carmichael and MacLeod (1997)は，パートナーシップ形成時点に贈り物をしあえば，最初から完全に協力できることを社会ゲームを使って分析している．

4) 背景には，社会全体の戦略分布に対してより高い利得をもたらす戦略が，そうでない戦略に比較して相対的に拡大するという人口動学がある．本稿は，そのような動学プロセスの行き着いた先の定常均衡だけを考えている．

5) $t=1, 2, \ldots$期とは，当該ペアの年齢，つまりペアが形成されてから経過した期間数を表しており，ペアの形成時点が$t=1$である．

6) 戦略をT期信頼構築戦略に限定するのは分析の単純化が目的であり，一般性はあまり失われない．ただ，(b)の「相手がDを選ぶとペアを解消する」という性質は本質的であり，協力期間中にDを見た後にもペアを続けることをゆるすと，均衡分析は異なる．

7) この定義は，evolutionary stable strategy (ESS)を少し弱めたneutrally stable strategy(NSS)に当たる．従って，この定義で戦略分布が均衡であれば，その分布はナッシュ均衡である．

8) Vやvの上付き添え字Iは，ペア継続期間中(in-the-pair)の利得を表している．

9) 詳しくはFujiwara-Greve and Okuno-Fujiwara(2006)を参照されたい．

10) 図4は増加凸関数の場合を図示している．

11) 中間的な場合として，両者が接している場合があるが，以下の議論にとって本質的でない．

12) なお計算により，$\hat{\delta}(0)=0$で$\lim_{T\to\infty}\hat{\delta}(T)=1$，$\bar{\delta}=\sqrt{1-\dfrac{c-d}{g-l}}$で，$\hat{\delta}(\underline{\tau}(\delta))=\delta$である．

13) 証明についてはFujiwara-Greve and Okuno-Fujiwara(2006)を参照されたい．

14) モデル上は，相手が死亡してマッチが解消されたパートナーである．

15) もし過去の行動履歴を伝達可能なら，各個人の行動履歴が社会全体で共有されることになり，社会全体で繰り返しゲームをプレイしていることになる．この場合，通常のフォーク定理が成立する．

16) 紹介状の真贋がわからず，$T\geq 2$ならば，NがNとマッチした場合，1期目の終わりに偽の紹介状をお互いに作成し，プールに戻って新たな相手を探すという戦略が可能になる．本稿では，工場閉鎖や転居などの事実だけは確認可能だとしたから，この戦略は実行不可能だと考える．

17) 代替的な戦略として，YタイプのプレイヤーがNタイプとマッチしたときはペアを作らず，1期間相手なしで(失業)すごし，次の期にもう一度プールで相手を探すという戦略を考えることもできる．しかし，本質的な結果は変わらない．

参考文献

グレーヴァ香子・奥野正寛・鈴木伸枝(2007)『ランダム・マッチング社会における自発的継続囚人のジレンマゲームでの情報の役割について』未発表論文，慶応大学，東京大学，駒沢大学．

Carmichael, L. and B. MacLeod (1997) "Gift-Giving and Evolution of Cooperation," *International Economic Review*, Vo. 38, No. 3, pp. 485-509.

Datta, S. (1996) "Building Trust," Working Paper, London School of Economics.

Fujiwara-Greve, T. and M. Okuno-Fujiwara (2006) "Voluntarily Separable Prisoner's Dilemma," CIRJE discussion paper, CIRJE-F-415, University of Tokyo. http://www.e.u-tokyo.ac.jp/~okuno/Greve-Okuno060810.pdf

Ghosh, P. and D. Ray (1996) "Cooperation in Community Interaction without Information Flow," *Review of Economic Studies*, Vol. 63, No. 3, pp. 491-519.

Kranton, R. (1996a) "The Formation of Cooperative Relationship," *Journal of Law, Economics & Organization*, Vol. 12, No. 1, pp. 214-233.

Kranton, R. (1996b) "Reciprocal Exchange; A Self-Sustaining System," *American Economic Review*, Vol. 86, No. 4, pp. 830-851.

Matsui, A. and M. Okuno-Fujiwara (2002) "Evolution and the Interaction of Conventions," *Japanese Economic Review*, Vol. 53, No. 2, pp. 141-153.

Okuno-Fujiwara, M. (1987) "Monitoring Cost, Agency Relationship, and Equilibrium Modes of Labor Contract," *Jounal of Japanese and International Economies*, Vol. 1, No. 2, pp. 147-167.

Shapiro, C. and J. Stiglitz (1984) "Equilibrium Unemployment as a Worker Discipline Device," *American Economic Review*, Vol. 74, No. 3, pp. 433-444.

Watson, J. (2002) "Starting Small and Commitment," *Games and Economic Behavior*, Vol. 38, No. 1, pp. 176-199.