

外部性を伴うアロー＝ダスグプタ経済における マキシミン経路

須賀 晃 一*

ロールズのマキシミン原理は、世代間衡平性の有力な基準の1つと見なされているが、その直接的適用は特異な結果を生む。すなわち、最初の世代(第0世代)が最も不遇な立場におかれ、すべての世代に対していかなる貯蓄も要求しない。ロールズ自身は、世代間衡平性の問題に対するマキシミン原理の直接的適用を否定して、それぞれの世代が直近の子孫が享受する消費に対して家父長的な関心を持っているという仮説の採用を強く主張した。その帰結を追求したアロー、ダスグプタは、マキシミン原理が論理的な欠陥を保持しており、そのために不可解な結果を引き起こすことを示した。本稿では、彼らの動学モデルに環境的外部性を導入すると、いかなる作動特性が示されるか、帰結の変化にいかなる役割を果たすかを考察する。

1. はじめに

世代間衡平性は、経済成長や環境問題、年金を含んだ社会保障問題など、長期の資源配分や所得分配に関する議論の中で、最も重要と見なされかつ多くの論争に見舞われたテーマの1つである。今日の技術の下で利用可能な経済的資源や自然資産は、すべての世代の欲望を満足させるにはあまりにも乏しい。したがって、世代間の利害対立はすべての世代によって公正だとして受け入れられる何らかの基準に従って調整されるべきであろう。ロールズのマキシミン原理は、経済学において非常に多くの分野に適用できるそのような基準の代表格である。近年では、世代が連なる長期の動的経済にマキシミン原理を適用しその帰結を解釈することは、世代間での分配の公正・衡平性を考察する有力な方法の1つと見なされている。

しかしながら、Rawls(1971)、Solow(1974)などが示しているように、マキシミン原理を世代間の問題に直接適用し最適経路を確定しようとすると、特異な結果が生じる。効用や消費・貯蓄の分配で見た基本的な特徴の1つは、最初の世代(第0世代)が最も不遇な立場におかれるということである。なぜなら、第0世代には彼ら

に資産を贈与するいかなる祖先もいないからである。それゆえ、第0世代は未来の生産のための資本を節約する、言い換えれば蓄積するいかなるインセンティブも持っていない。あるいは、社会計画者の立場から見ると、マキシミン原理によって指定される最適経路は、第0世代の効用を最大化するという特徴を持つ。したがって、一般的に、公正な貯蓄のためのマキシミン原理は、そもそもすべての世代に対していかなる貯蓄も要求しないことになる。

Rawls(1971)自身は、世代間衡平性の問題に対するマキシミン原理の直接的な適用を否定して、それぞれの世代が直近の子孫が享受する消費に対して家父長的な関心を持っているという仮説の採用を強く主張した¹⁾。この系列に属する研究がArrow(1973)、Dasgupta(1974a, b)、Riley(1976)によって行われた。彼らは、マキシミン原理が論理的な欠陥を保持しており、そのために不可解な結果を引き起こすことを示している。このような拡張の下でも、第0世代が最も不遇な世代である。資本の限界生産物が時間選好率より小さいか等しい場合には、ロールズやソローの結論と同じく、すべての世代は等しい効用水準と消費水準を享受し、貯蓄は行わない。ところが、資本の限界生産物が時間選

好率より大きい場合には、偶数世代は第0世代と同じ効用水準と消費水準を享受し、奇数世代のために貯蓄を行うが、奇数世代は偶数世代より高い効用水準と消費水準を享受し、貯蓄を食いつぶす。したがって、最適経路上で実現される効用流列を図示すると、「のこぎりの歯」のような形状になる²⁾。

もう1つの系列に属する研究は、環境経済学の中では、枯渇性天然資源に関する Solow (1974)、および環境資産と経済的資本の代替に関する Asako (1980) に由来する。そのような経済においてマキシミン原理がいかなる作動特性を見せるかが検討されてきた。ソロー・モデルではマキシミン経路は消費水準が一定の経路であるが、浅子モデルでは効用水準一定の経路である。枯渇性資源が存在するケース、さらにそれらが人工的資源と代替可能であるケースは、実際の世代間衡平性が問われる典型的な例である。

こうした研究を包摂しながら、近年、地球温暖化などの自然環境の劣化や破壊による外部性が、世代間衡平性を分析する枠組みの中で盛んに議論されるようになってきた³⁾。たとえば、環境的外部性を組み込んだいくつかの世代重複モデルが提案され、それらに基づく分析もいくつか展開されている⁴⁾。これらのモデルでは、現在世代の行動によって発生した環境的外部性が将来世代に影響するという異時点間・世代間の外部性が捉えられており、外部性を通じた複数世代の依存関係があぶり出されている。

そこで本稿では、Arrow (1973)、Dasgupta (1974a, b) によって創始された動学モデルを取り上げ、環境的外部性を彼らのモデルに導入した際にいかなる作動特性が示されるか、帰結の変化に環境的外部性がいかなる役割を果たすかを考察する。彼らのモデルは異時点間の衡平性をロールズのマキシミン原理によって表現し、各世代が次の世代の利他的関心を示すような動的経済において、マキシミン原理の生み出す帰結について考察するものであった。そこに環境的外部性を組み込むことにより、これまでの結果がどのように修正されるかを検討しておくこ

とは、厚生経済学的観点から長期的な環境問題に接近するための重要な作業である。

ここでは、彼らの結論のある部分はほとんどそのまま成立するが、他の部分はかなりその様相を変えることを示す。利他的関心という心理的外部性を備えていたアロー＝ダスグプタ経済に環境的外部性を導入し拡張したとしても、第0世代は相変わらず最も不遇な世代である。資本の限界生産物が広義の時間選好率より小さいか等しい場合には、すべての世代は等しい効用水準と消費水準を享受し、貯蓄は行わない。これはアロー＝ダスグプタの結論とほとんど同じである。一方、資本の限界生産物が広義の時間選好率より大きい場合には、追加的な条件の下で、2つの状況が生じる。第1は、環境制約が拘束的であるケース。この場合、偶数世代は第0世代と同じ効用水準と消費水準を享受し、奇数世代のために貯蓄を行うが、奇数世代は偶数世代より高い効用水準と消費水準を享受する。奇数世代は貯蓄を食いつぶすが、環境制約のためすべてを食いつぶせず、強制貯蓄が生じ資本蓄積が進む。第2は、生産制約が拘束的であるケース。この場合、偶数世代は第0世代と同じ消費水準を享受するが、環境の改善が継続的に進むため効用水準は上昇を続ける。偶数世代は奇数世代のために貯蓄を行うが、奇数世代は偶数世代より高い効用水準と消費水準を享受する。奇数世代は貯蓄を食いつぶして消費を増やすので、直近の偶数世代より高い効用水準を享受する。環境制約が拘束的でないため環境改善が継続的に進み、奇数世代の効用水準も世代を経るごとに高まることになる。

2. アロー＝ダスグプタ・モデルの帰結導入

2.1 モデルの設定

この節では、アロー＝ダスグプタ経済においてマキシミン原理がいかなる作動特性を示すかを見ておく。それは1種類の私的財からなり、1期間のみ生きる世代が重複せずに無限につながる無限期間経済である。また、各世代は代表的な1人の個人からなるとする。

私的財は消費財としても資本としても使用す

ることができ、資本として使えば利子を生むとする。\$K_t\$ で期間 \$t\$ の初頭における資本ストックを表す。\$K_t\$ のうちその期間内に \$C_t\$ が消費され、残りの \$K_t - C_t\$ が生産にまわされる。生産に投入された各単位はその期の終わりに \$\alpha\$ 単位の生産をもたらす、この産出量が次の期 \$t+1\$ に受け継がれる資本ストックになる。すなわち、

$$K_{t+1} = \alpha(K_t - C_t) \quad (1)$$

特殊な場合を除き経済は生産的であると仮定する⁵⁾。つまり、

$$\alpha > 1 \quad (2)$$

次のような生産の実行可能性条件は自然なものであろう。すべての \$t \geq 0\$ に対して、

$$K_t \geq 0 \quad (3)$$

ここで、\$K_0 \geq 0\$ は初期に与えられた資本ストックである。

\$t\$ 期の個人(世代)は自分自身の消費 \$C_t\$ と次世代の満足から効用を得る。したがって、彼女の効用関数は \$W(C_t, C_{t+1})\$ によって表される。世代間均衡性をロールズのマキシミン原理によって表すとし、それに基づいて最適と考えられる経路 \$\{C_t, K_t\}\$ を見つけるという、われわれの問題を記述することにしよう⁶⁾。マキシミン原理によれば、最適経路は次の問題の解である。

$$\max_{\{C_t, K_t\}} \min_t W(C_t, C_{t+1}) \quad (4)$$

単純化のために \$W\$ は \$t\$ に関して加法分離的で、世代 \$t\$ が世代 \$t+1\$ に与える豊かさの指標は世代 \$t+1\$ が自分自身の与える指標と同じであり、さらに豊かさの指標関数はすべての世代で同一だが、将来世代の効用は現在世代の効用の中では割引かれうると仮定する。すなわち、世代 \$t\$ の効用は

$$W(C_t, C_{t+1}) = U(C_t) + \beta U(C_{t+1}) \quad (5)$$

と表される。ここで \$\beta\$ は当該世代が次世代に与えるウェイトであり⁷⁾、\$\beta \leq 1\$ と仮定される。すなわち、各世代が自分と同じくらいに次世代を重視するケースは排除しない。この \$\beta\$ はすべての世代に共通である。

効用関数 \$U\$ に関して、次の仮定をおく：(a) \$U: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}\$ は連続微分可能で、厳密な凹関数で

ある。(b) 任意の \$C\$ に対して \$U'(C) > 0\$。(c) 任意の \$C\$ に対して、\$\lim_{C \rightarrow 0} U(C) = -\infty\$。

2.2 実行可能性条件——生産制約

最適成長経路を求める際の制約は実行可能性条件である。任意の \$t\$ に対して、

$$K_t = \alpha^t \left(K_0 - \sum_{v=0}^{t-1} \alpha^{-v} C_v \right) \geq 0 \quad (6)$$

が成り立つ。生産の実行可能性より、\$K_t \geq 0\$ だから、

$$\sum_{v=0}^{t-1} \alpha^{-v} C_v \leq K_0, \quad \forall t \geq 1$$

この不等式は

$$\sum_{v=0}^{\infty} \alpha^{-v} C_v \leq K_0 \quad (7)$$

が成り立つとき、そしてそのときにのみ満たされる \$\bar{C}\$ を、資本が世代を通じて一定に保たれる消費水準とする。すなわち、

$$\bar{C} = \frac{\alpha-1}{\alpha} K_0 \quad (8)$$

そのとき、任意の \$t\$ に対して \$C_t = \bar{C}\$ ならば、\$K_t = K_0\$ が成り立つ。言い換えれば、\$\bar{C}\$ は資本ストック \$K_t\$ を初期のストック量 \$K_0\$ に維持する消費水準である。

次の補題は、隣接する 2 世代ずつの制約と経路全体の実行可能性の関係を示している。これにより、簡単な 2 次元の図によって最適経路を示すことが可能となる。

補題 1 \$\alpha > 1\$ とする。もし、任意の \$t\$ に対して

$$C_{2t} + \alpha^{-1} C_{2t+1} > \bar{C}(1 + \alpha^{-1})$$

が成り立つならば、経路 \$\{C_t\}\$ は実行可能ではない。逆に、任意の \$t\$ に対して

$$C_{2t} + \alpha^{-1} C_{2t+1} \leq \bar{C}(1 + \alpha^{-1})$$

が成り立つならば、経路 \$\{C_t\}\$ は実行可能である。

では、最適経路はどのように特徴づけられるであろうか。その答が次の定理である。

定理 1 \$\alpha\beta > 1\$ とする。そのとき \$\min_t W(C_t, C_{t+1})\$ を最大化する最適経路は次のように特徴づけられる。\$C_0^*, C_1^*\$ を \$C_0 + \alpha^{-1} C_1 = \bar{C}(1 + \alpha^{-1})\$ の下で \$W(C_0, C_1)\$ を最大化するように

図1. アロー＝ダスグプタ・モデルにおける
最適経路の決定($\alpha\beta > 1$ の場合)

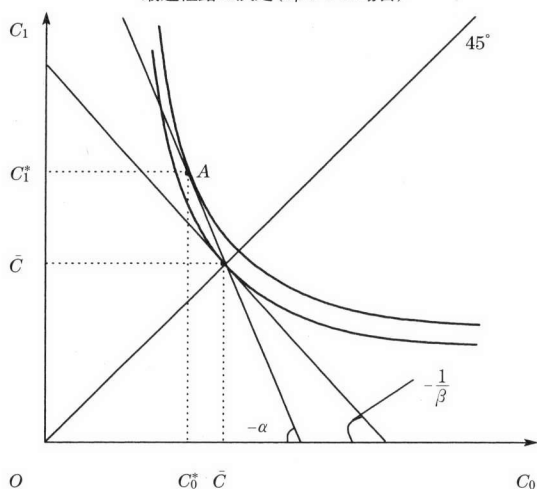


図2. アロー＝ダスグプタ・モデルの最適経路
($\alpha\beta > 1$ の場合)

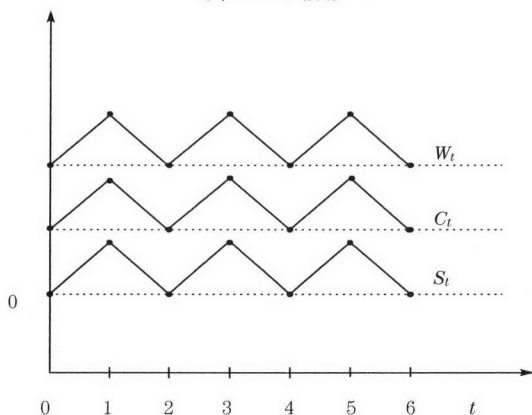
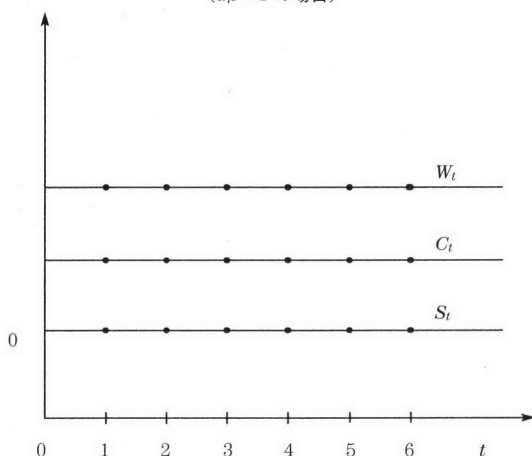


図3. アロー＝ダスグプタ・モデルの最適経路
($\alpha\beta \leq 1$ の場合)



選ぶ。そのとき、最適経路上では、 t が偶数ならば $C_t = C_0^*$, t が奇数ならば $C_t = C_1^*$ 。この経路に対して、 $C_0^* < C_1^*$; さらに

$$W(C_t, C_{t+1}) = \min_t W(C_t, C_{t+1}) \quad (t: \text{偶数})$$

$$W(C_t, C_{t+1}) \geq \min_t W(C_t, C_{t+1}) \quad (t: \text{奇数})$$

定理の意味を理解するために、図解しよう⁸⁾。

定理1より最適経路は第0世代と第1世代の消費が決まれば決まるが、そのときの制約は、 $C_0 + \alpha^{-1}C_1 = \bar{C}(1 + \alpha^{-1})$ である。したがって、効用関数に関する条件により、この決定は図1のように示すことができる。いま貯蓄(資本蓄積)を $S_t = K_t - K_0$ と定義すれば、この場合の W_t , C_t , S_t の経路は、図2のような「のこぎりの歯」状になる。

一方、定理の条件が成立せず、 $\alpha\beta \leq 1$ となる場合は、 W_t , C_t , S_t の経路は図3のように、すべての世代で同一水準の経路となる。

3. 環境的外部性の導入

3.1 モデルの拡張

次に、アロー＝ダスグプタ・モデルに環境的外部性を導入しよう。したがって、考察の対象とするのは2財からなる無限期間経済で、1つは私的財、もう1つは自然環境である。環境的外部性から生じる同一世代内の問題を無視することでモデルを単純化する。すなわち、各世代は代表的な1個人からなるとする。

環境は世代を超えて存在し、世代間で利用することができる公共財であるとする。人々の消費活動によって劣化する一方で、自浄能力を発揮して自ら質を改善すると仮定する。 E_t によって t 期の期首に存在する環境の質の指標を表し、私的財単位で測定されると仮定する。 E_t は次のような形式で決定される。

$$E_{t+1} = \gamma E_t - \delta C_t \quad (9)$$

ここで $\gamma > 1$ は自浄能力を表すパラメータであり、 $0 < \delta < 1$ は消費による環境の劣化を表すパラメータである⁹⁾。

t 期の個人(世代)は自分自身の消費 C_t と環境の質 E_t から効用を得るだけでなく、次世代の満足からも効用を得る。したがって、彼女の

効用関数は $W(C_t, E_t, C_{t+1}, E_{t+1})$ によって表される。

では、世代間衡平性基準としてのマキシミン原理によって最適と考えられる経路 $\{C_t, E_t\}$ を見つけよう。マキシミン原理によれば、最適経路は次の問題の解である。

$$\max_{\{C_t, E_t\}} \min_t W(C_t, E_t, C_{t+1}, E_{t+1}) \quad (10)$$

前節と同様、単純化のために W は t に関して加法分離的で、世代 t が世代 $t+1$ に与える豊かさの指標は世代 $t+1$ が自分自身の与える指標と同じであり、さらに豊かさの指標関数はすべての世代で同一と仮定する。すなわち、世代 t の効用は

$$\begin{aligned} W(C_t, E_t, C_{t+1}, E_{t+1}) \\ = U(C_t, E_t) + \beta U(C_{t+1}, E_{t+1}) \end{aligned} \quad (11)$$

と表される。ここで β は、前節と同様、当該世代が次世代に与えるウェイトであり、 $\beta \leq 1$ と仮定される。

効用関数 U に関して、改めて次の仮定をおく：

仮定 1 (a) $U: \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ は連続微分可能で、厳密な凹関数である。(b) 任意の (C, E) に対して $U_C(C, E) > 0$, $U_E(C, E) > 0^{(10)}$ 。(c) 任意の C に対して、ある M が存在して $\lim_{E \rightarrow \infty} U(C, E) \leq M$ を満たす。(d) 任意の E に対して、 $\lim_{C \rightarrow 0} U(C, E) = -\infty$ 。(e) 任意の C に対して、 $\lim_{E \rightarrow 0} U(C, E) = -\infty$ 。

3.2 実行可能性条件——環境制約

最適成長経路を求める際の制約は実行可能性条件として示されるが、ここでは先の生産に関する実行可能性に加えて、自然環境から生じる実行可能性も考慮する。任意の t に対して、

$$E_t = \gamma^t \left(E_0 - \delta \sum_{v=0}^{t-1} \gamma^{-v-1} C_v \right) \geq 0 \quad (12)$$

となる。 $E_t \geq 0$ より

$$\delta \sum_{v=0}^{t-1} \gamma^{-v-1} C_v \leq E_0, \quad \forall t \geq 0$$

この不等式は

$$\delta \sum_{v=0}^{\infty} \gamma^{-v-1} C_v \leq E_0 \quad (13)$$

が成り立つとき、そしてそのときに限り成立する。

次に、 $\hat{C}$ を環境の質が一定に保たれる消費水準とする。すなわち、

$$\hat{C} = \frac{\gamma-1}{\delta} E_0 \quad (14)$$

そのとき、任意の t に対して $C_t = \hat{C}$ が成り立つならば、 $E_t = E_0$ である。消費を $\hat{C}$ に固定すると E_t が初期の水準 E_0 に保全されることになる。

次の補題は、補題 1 と同様、隣接する 2 世代ずつの環境制約と経路全体の実行可能性条件の関係を示している。これにより、最適経路の図解が可能となる。

補題 2 $\gamma > 1$ とする。もし、任意の t に対して

$$C_{2t} + \gamma^{-1} C_{2t+1} > \hat{C}(1 + \gamma^{-1})$$

が成り立つならば、経路 $\{C_t\}$ は実行可能ではない。逆に、任意の t に対して

$$C_{2t} + \gamma^{-1} C_{2t+1} \leq \hat{C}(1 + \gamma^{-1})$$

が成り立つならば、経路 $\{C_t\}$ は実行可能である。

ここで、環境保全と資本ストックの保存の両方を達成する経路 $\{C_t, E_t\}$ を特定化する。任意の t に対して、 $C_t = \hat{C} = \bar{C}$ が成り立つとき、環境保全と資本ストックの保存が同時達成される。すなわち、

$$K_0 = \frac{\alpha(\gamma-1)}{\delta(\alpha-1)} E_0 \quad (15)$$

補題 1、および 2 より、生産制約が拘束的であるのは、

$$\gamma \geq \alpha, \quad E_0 \geq \frac{\delta(\alpha-1)}{\alpha(\gamma-1)} K_0$$

が成り立つときであり、環境制約が拘束的となるのは

$$\alpha \geq \gamma, \quad K_0 \geq \frac{\alpha(\gamma-1)}{\delta(\alpha-1)} E_0$$

が成り立つときである。両者が等号で成立するときのみ生産制約と環境制約は一致し、この制約の下で環境保全と資本ストックの保存とが同時達成される。

ここでは、アロー＝ダスグプタ流の世代間利他心のある経済に世代を超えた公共財として自

然環境を導入しているの、現在世代の消費が将来世代に及ぼす影響は2つのルートで考えておかなければならない。1つは、消費増による環境の劣化を通じる効果であり、もう1つは消費増による生産減少がもたらす直接的な効果である。これら2つの効果に関する想定いかなで異なる結果が生じる。以下の分析では、現在世代と将来世代の間のさまざまな限界代替率が重要な役割を果たす。まず、現在世代の消費と将来世代の消費の間の限界代替率を

$$MRS^{CC}(C_t, E_t, C_{t+1}, E_{t+1}) \\ \equiv \frac{U_C(C_t, E_t)}{\beta U_C(C_{t+1}, E_{t+1})} \quad (16)$$

によって定義する。同様に、現在世代の消費と将来世代が享受する環境の質との間の限界代替率を

$$MRS^{CE}(C_t, E_t, C_{t+1}, E_{t+1}) \\ \equiv \frac{U_C(C_t, E_t)}{\beta U_E(C_{t+1}, E_{t+1})} \quad (17)$$

によって定義する。また比較のために、将来世代の消費と将来世代が享受する環境の質との間の限界代替率を

$$MRS_2^{CE}(C_t, E_t, C_{t+1}, E_{t+1}) \equiv \frac{U_C(C_{t+1}, E_{t+1})}{U_E(C_{t+1}, E_{t+1})} \quad (18)$$

によって定義する。

この表記法を用いて、ロールズのマキシミン原理に基づく最適経路を記述することになるが、いくつかの仮定が追加的に必要となる。なぜなら、新たに環境の質を導入したため、環境と消費の間の重要性に関する各世代の評価がどのようなものかを、想定しておかなければならないからである。まず、次の仮定をおく。

仮定2 任意の消費一定経路 $\{C\}$ に対して、

$$MRS^{CE}(C, E_t, C, E_{t+1}) > \delta, \quad \forall t \quad (19)$$

が成り立つ。

この仮定の意味するところは、消費一定経路からの逸脱が、自然環境への負荷と相対的に、効用の増加をもたらすということである。決定の変更が効用の増加をもたらす状況が技術的に存在しえて始めて、意味のある議論が可能にな

る。ここでは、すべての世代が同一の効用水準と消費水準を享受するという、ロールズやソローの記述した結果を回避する可能性を仮定しておく必要がある。それが(19)式に他ならない¹¹⁾。

後の非生産的経済に関する議論を補完するため、次の補題を挙げておく。

補題3 $\alpha \leq 1$ あるいは $\gamma \leq 1$ ならば、任意の実行可能な消費経路 $\{C_t\}$ に対して、 $t \rightarrow \infty$ のとき $C_t \rightarrow 0$ となる。

4. 効用生産的経済

仮定2の下で、アローの定理1に対応する最初の定理を導くことができる。

定理2 $\alpha > 1$ かつ $\gamma > 1$ であり、仮定2を満たすとする。そのとき、 $\{C_t, E_t\}$ が $\min_t W(C_t, E_t, C_{t+1}, E_{t+1})$ を最大化する最適経路ならば、次の関係が成立する。

- (a) $W(C_0, E_0, C_1, E_1)$
 $= \min_t W(C_t, E_t, C_{t+1}, E_{t+1})$
 かつ $C_0 = \min_t C_t$;
- (b) もし $C_u > \min_t C_t$ ならば
 $C_{u-1} = \min_t C_t = C_{u+1}$

定理2によれば、最小の効用水準は第0世代によって達成され、かつ第0世代は消費水準もまた最小である。そして、もしある世代で最低水準より大きな消費水準を実現しているなら、その前後の世代は最小の消費水準を甘受しなければならない。

生産制約と環境制約の両方が等号で満たされ、したがって環境保全と資本ストックの保存が同時に達成されるケースでは、定理2から次の系1が直ちに導かれる¹²⁾。

系1 $\alpha = \gamma > 1$ かつ $E_0 = \frac{\delta(\alpha-1)}{\alpha(\gamma-1)} K_0$ 、すなわち $\hat{C} = \bar{C}$ であり、さらに仮定2を満たすとする。そのとき、 $W(C_u, E_u, C_{u+1}, E_{u+1}) > \min_t W(C_t, E_t, C_{t+1}, E_{t+1})$ ならば、 $W(C_{u-1}, E_{u-1}, C_u, E_u) = \min_t W(C_t, E_t, C_{t+1}, E_{t+1}) = W(C_{u+1}, E_{u+1}, C_{u+2}, E_{u+2})$ が成り立つ。

アローに従い、任意の実行可能な消費一定経

路が与えられたとき、任意の世代 t が C_{t+1} を増加させ C_t を減少させることを好むならば、経済は効用生産的であるという。次の補題 4 は、経済が効用生産的であるための必要十分条件を示している。

補題 4 消費一定経路 $\{C\}$ から生産制約・環境制約を満たしながら C_{t+1} を増加させ C_t を減少させることで得られる経路 $\{C_t, E_t\}$ を持った経済は、次の条件

$$\min\{\alpha, \gamma\} > MRS^{CC}(\bar{C}, E_t, \bar{C}, E_{t+1}) \times \left[1 - \frac{\delta}{MRS^{CE}(\bar{C}, E_t, \bar{C}, E_{t+1})} \right] \quad (20)$$

を満たすとき、そしてそのときに限り効用生産的である。

(20) 式の意味を考えておこう。環境を考慮しないとき、左辺は α であり、 $MRS^{CC}(\bar{C}, E_t, \bar{C}, E_{t+1})$ は時間選好率 $1/\beta$ に等しく、 $[\]$ 内の第 2 項は存在しないから、右辺は $1/\beta$ に等しい。したがって、式(20)はアロー＝ダスグプタ・モデルにおいて効用生産的であることの条件に一致する。言い換えれば、(20)式はその一般化になっていると考えられる。(20)式の右辺を広義の時間選好率と呼べば、この条件は、資本の限界生産物と自然浄化能力が広義の時間選好率より大きい、と読むことができる。

アローの定理 2 に対応する命題を導くためには、さらに仮定が必要となる。

仮定 3 消費一定経路 $\{C\}$ から生産制約・環境制約を満たしながら、第 0 世代の消費を減らし第 1 世代の消費を増やして (C_0^*, C_1^*) に到達するとき、

$$\frac{U_E(C, E_1)}{U_C(C, E_1)} \leq \frac{U_E(C_1^*, E_1^*)}{U_C(C_1^*, E_1^*)} \quad (21)$$

が満たされなければならない。

(21) 式は次のように書き換えることができる。

$$MRS_2^{CE}(C_0^*, E_0, C_1^*, E_1^*) \leq MRS_2^{CE}(C, E_0, C, E_1)$$

左辺は、第 0 世代が消費を消費一定経路から変更したときに到達する経路上での、第 1 世代の消費と環境の間の限界代替率である。一方、右

辺は、消費一定経路上での第 1 世代の消費と環境の間の限界代替率である。仮定 3 によれば、消費一定経路が第 0 世代にとって最適でないとして第 0 世代の消費を減らし第 1 世代の消費を増やすとき、第 1 世代にとっての環境の価値が上昇することを要求している。

定理 3 $\alpha > 1$ かつ $\gamma > 1$ 、任意の t に対して

$$\min\{\alpha, \gamma\} > MRS^{CC}(\bar{C}, E_t, \bar{C}, E_{t+1}) \times \left[1 - \frac{\delta}{MRS^{CE}(\bar{C}, E_t, \bar{C}, E_{t+1})} \right],$$

さらに仮定 2, 3 が満たされるとする。そのとき $\min_t W(C_t, E_t, C_{t+1}, E_{t+1})$ を最大化する最適経路は次のように特徴づけられる：制約 $C_0 + \alpha^{-1}C_1 \leq \bar{C}(1 + \alpha^{-1})$, $C_0 + \gamma^{-1}C_1 \leq \bar{C}(1 + \gamma^{-1})$ かつ $E_1 = \gamma E_0 - \delta C_0$ の下で $W(C_0, E_0, C_1, E_1)$ を最大化する C_0^*, C_1^* を選択する。すると、最適経路では偶数の t に対して $C_t = C_0^*$ 、奇数の t に対して $C_t = C_1^*$ が成り立ち、 $C_0^* < C_1^*$ が満たされる。

生産制約と環境制約の両方が等号で満たされるケースでは、定理 3 から次の系 2 が直ちに導かれる¹³⁾。

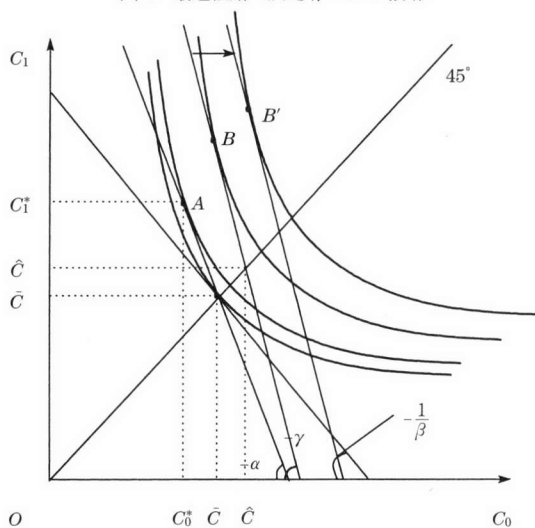
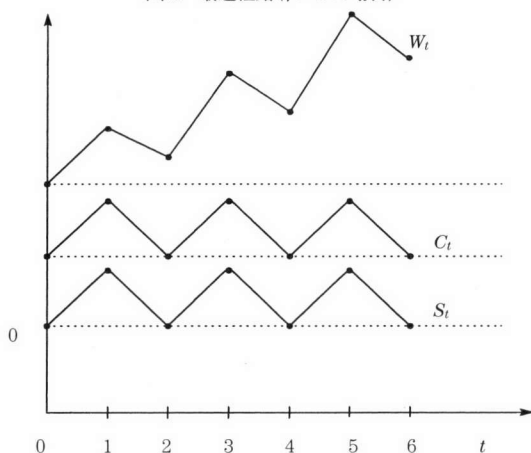
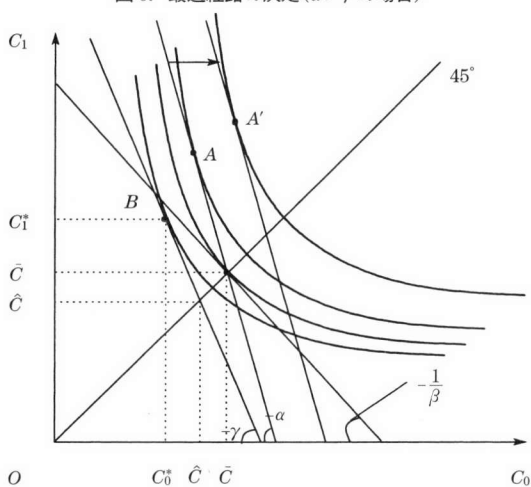
系 2 $\alpha = \gamma > 1$ かつ $E_0 = \frac{\delta(\alpha-1)}{\alpha(\gamma-1)}K_0$ 、したがって $\bar{C} = \bar{C}$ とする。また、任意の t に対して

$$\min\{\alpha, \gamma\} > MRS^{CC}(\bar{C}, E_t, \bar{C}, E_{t+1}) \times \left[1 - \frac{\delta}{MRS^{CE}(\bar{C}, E_t, \bar{C}, E_{t+1})} \right],$$

さらに仮定 2, 3 が満たされるとする。このとき、

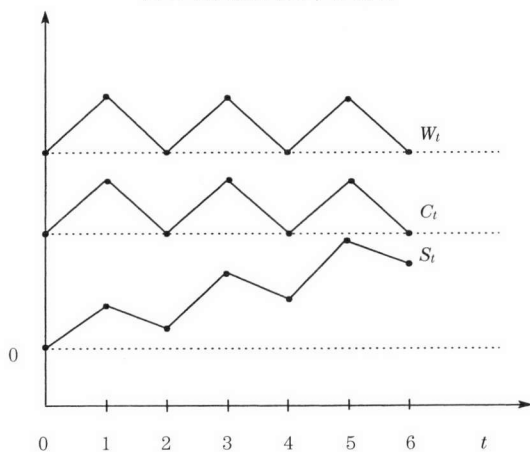
$$\begin{aligned} W(C_t, E_t, C_{t+1}, E_{t+1}) \\ = \min_t W(C_t, E_t, C_{t+1}, E_{t+1}) \quad (t \text{ が偶数}) \\ W(C_t, E_t, C_{t+1}, E_{t+1}) \\ \geq \min_t W(C_t, E_t, C_{t+1}, E_{t+1}) \quad (t \text{ が奇数}). \end{aligned}$$

以上の結果を図解する。図 4 には、 $\gamma > \alpha$ かつ $\bar{C} > \bar{C}$ の場合に最適経路がどのように決定されるかが描かれている。生産制約を満たす効用最大化点は A であり、環境制約を満たす効用最大化点は B である。両方の制約を満たすのは A 点だから、第 0 世代の消費は C_0^* 、第 1 世代の消費は C_1^* に決まる。点 A は環境制約線

図4. 最適経路の決定 ($\gamma > \alpha$ の場合)図5. 最適経路 ($\gamma > \alpha$ の場合)図6. 最適経路の決定 ($\alpha > \gamma$ の場合)

の厳密に内側に位置しているので、環境の質は改善される。続いて第2世代、第3世代の消費決定を考える際には、注意が必要である。生産制約線は前と同じだが、環境制約線は環境の質が改善された結果、右方にシフトしている。しかし、生産制約と環境制約を同時に満たす点は、やはりA点である。第4世代、第5世代以降も同じ論理が成立するので、時間の経過と主に効用水準、消費水準、貯蓄水準がどのように変化するかは、図5のように表される。偶数世代は第0世代と同じ消費水準を享受するが、環境の改善が継続的に進むため、偶数世代だけを見ると効用水準は上昇を続ける。偶数世代は奇数世代のために貯蓄を行うが、奇数世代は貯蓄を食いつぶして消費を増やすので、直近の偶数世代より高い効用水準を享受する。環境制約が拘束的でないため環境改善が継続的に進み、奇数世代の効用水準も世代を経るごとに高まることになる。

一方、図6には、 $\gamma < \alpha$ かつ $\hat{C} < \bar{C}$ の場合が描かれている。生産制約を満たす効用最大化点はAであり、環境制約を満たす効用最大化点はBである。両者の制約を同時に満たすB点で、第0世代の消費 C_0^* 、第1世代の消費 C_1^* が決まる。点Bは生産制約線の厳密に内側に位置しているので、貯蓄が生じる。第2世代、第3世代の消費決定に関して、環境制約線は前と同じだが、生産制約線は強制貯蓄が生じたために期首の資本ストックが増大するので、右方にシフトしている。しかし、生産制約と環境制約を同時に満たす点は、やはりB点である。第4世代、第5世代以降も同じ論理が成立するので、時間の経過と主に効用水準、消費水準、貯蓄水準がどのように変化するかは、図7のように表される。偶数世代は第0世代と同じ効用水準と消費水準を享受し、奇数世代のために貯蓄を行うが、奇数世代は偶数世代より高い効用水準と消費水準を享受する。奇数世代は貯蓄を食いつぶすが、環境制約のためすべてを食いつぶせず、強制貯蓄が生じ資本蓄積が進む。したがって、偶数世代、奇数世代ごとに見ると、貯蓄は代を重ねるにつれて増大しているので、右

図7. 最適経路($\alpha > \gamma$ の場合)

上がりとなる。

5. 非生産的経済

最後に、非生産的経済におけるマキシミン経路について見ておく。経済は $\alpha < 1$ あるいは $\gamma \leq 1$ のとき、物理的に非生産的である。一方、 $\alpha > 1$ かつ $\gamma > 1$ だが任意の t に対して

$$\max(\alpha, \gamma) \leq MRS^{cc}(\bar{C}, E_t, \bar{C}, E_{t+1}) \quad (22)$$

であるとき、効用の意味で経済は非生産的である。補題3より次の命題が直ちに従う。

定理4 $\alpha \leq 1$ あるいは $\gamma \leq 1$ とする。そのとき実行可能な経路では

$$\inf W(C_t, E_t, C_{t+1}, E_{t+1}) = -\infty$$

が成り立つ。

定理5 $\alpha > 1$ かつ $\gamma > 1$ 、任意の t に対して

$$\max\{\alpha, \gamma\} \leq MRS^{cc}(\bar{C}, E_t, \bar{C}, E_{t+1})$$

$$\left[1 - \frac{\delta}{MRS^{ce}(\bar{C}, E_t, \bar{C}, E_{t+1})} \right]$$

とし、仮定2,3が満たされるとする。そのとき、 $\min_t W(C_t, E_t, C_{t+1}, E_{t+1})$ を最大化する最適経路 $\{C_t, E_t\}$ は消費一定経路 $\{\bar{C}\}$ となる。

6. 結論

本稿では、直近の世代に対する利他的関心によって表現される心理的外部性を各世代が持つ

というアロー＝ダスグプタ経済に環境的外部性を導入したとき、彼らの主張する命題にどのような変化が生じるかを検討した。ここでの結論は以下になる。

アロー＝ダスグプタの命題のある部分はほとんどそのまま成立するが、他の部分はかなり修正されることを示した。第1に、第0世代は相変わらず最も不遇な世代である。第2に、資本の限界生産物が広義の時間選好率より小さいか等しい場合には、すべての世代は等しい効用水準と消費水準を享受し、貯蓄は行わない。これはアロー＝ダスグプタの主張とほとんど同じである。第3に、資本の限界生産物が広義の時間選好率より大きい場合には、追加的な条件の下で、2つの状況が生じる。

1つは、環境制約が拘束的であるケースであり、偶数世代は第0世代と同じ効用水準と消費水準を享受し、奇数世代のために貯蓄を行うが、奇数世代は偶数世代より高い効用水準と消費水準を享受する。奇数世代は貯蓄を食いつぶすが、環境制約のためすべてを食いつぶせず、強制貯蓄が生じ資本蓄積が進む。最適経路上で実現される効用流れ・消費流れを図示すると、アロー＝ダスグプタの帰結と同じく「のこぎりの歯」のような形状になる。一方、貯蓄流れは「のこぎりの歯」のような形状を残しながらも、偶数世代、奇数世代それぞれを見ると右上がりとなる。

もう1つは、生産制約が拘束的であるケースであり、偶数世代は第0世代と同じ消費水準を享受するが、環境の改善が継続的に進むため効用水準は上昇を続ける。偶数世代は奇数世代のために貯蓄を行うが、奇数世代は偶数世代より高い効用水準と消費水準を享受する。奇数世代は貯蓄を食いつぶして消費を増やすので、直近の偶数世代より高い効用水準を享受する。環境制約が拘束的でないため環境改善が継続的に進み、奇数世代の効用水準も世代を経るごとに高まることになる。最適経路上で実現される消費流れ・貯蓄流れを図示すると、「のこぎりの歯」のような形状になる。一方、効用流れは「のこぎりの歯」のような形状を残しながらも、偶数

世代, 奇数世代それぞれを見ると右上がりとなる。

このように, アロー=ダスグプタ経済で見られなかった長期的貯蓄が生じるケース, 効用流列が偶数世代, 奇数世代それぞれで見ると右上がりになるケースは興味深い。前者は, 公正な貯蓄原理であるマキシミン原理がゼロ貯蓄を含意するというアロー=ダスグプタの結論を回避することができたからである。また後者は, 動学モデルの中でマキシミン基準が効用水準一定を含意すると考えられてきたからである。しかしながら, 偶数世代と奇数世代とで非対称な効用水準, 消費水準, 貯蓄水準が発生することを, 世代間衡平性に関するいかなる直観的な議論で正当化できるであろうか。マキシミン原理に含まれたこのような性質は容易には正当化できないことに注意しながら, 慎重にマキシミン原理を使うことが大切かもしれない。

最後に, ここでの環境の捉え方にコメントしておく。第3節では, 環境による制約が生産制約と同じ程度に厳しく, 経路の実行可能性に対する制約となることを仮定した。枯渇性資源のような財を考えるのであれば, この想定ももっともらしい。ところが, 地球環境問題で取り上げられるような財の場合は, それほど強い制約を課すとは考えにくい。本稿とは逆の極端なケースを考えることも可能であろう。すなわち, 環境的外部性は効用関数の変数となるが, 実行可能性に対する制約とはならないというものである。この場合, 本稿のように2本の制約式が出てくるのではなく, 生産制約のみが有効となる。そして, 定理2, 3はアローの定理1.2と同じようになり(本稿の定理1), のこぎりの歯のような形状の経路が復活する。

(早稲田大学政治経済学部)

注

本稿を作成する過程で, 文部科学省科学研究費特定領域研究プロジェクト「地球温暖化問題を巡る世代間衡平性と費用負担」のメンバー, 特に一橋大学鈴木興太郎氏, 小樽商科大学篠塚友一氏から多くの有益なコメントをいただいた。ここに記して深く感謝したい。

なお, 本論文で示した結果の証明に関心をもたれる読者は, Suga(2003)を参照していただきたい。

1) Rawls(1971)44節を参照せよ。

2) この系列に属する研究の評価, ならびに世代間衡平性に関する研究の中での位置づけについては, 鈴村(2002)を参照せよ。

3) 最近の展開については Michel and Rotillon(1995), Beltratti(1996)ならびに Heal(1998)を参照せよ。

4) John and Pecchenino(1994), John, Pecchenino, Schimmelpfennig and Schreft(1995)などによってそのような世代重複モデルが提案されている。それらを応用した文献として, Ono(1996), Ono and Maeda(2002), Yoshida(2002)などを参照せよ。

5) $\alpha-1$ が通常の限界生産物を表す。したがって, (2)式は限界生産物が正であることを示している。ここでは, 便宜上, α を限界生産物と呼んでおく。

6) ローレンズのマキシミン原理は, 本来は効用ではなく社会的基財を情報的基礎とする原理である。しかし, 本稿では経済学の伝統的解釈に従ってマキシミン原理を定式化する。

7) $-\frac{dC_{t+1}}{dC_t} = \frac{U'(C_t)}{\beta U'(C_{t+1})}$ より, $\frac{1}{\beta}-1$ は時間選好率を表すことがわかる。ここでは, 便宜上, $\frac{1}{\beta}$ を時間選好率と呼んでおく。

8) 図1は小樽商科大学篠塚友一氏が特定領域研究プロジェクト「地球温暖化問題を巡る世代間衡平性と費用負担」研究会の報告で用いた図である。また, 図2, 3はRiley(1976)による。

9) 環境の質の推移を表す単純なこの形式は, John and Pecchenino(1994), John et al(1995)などの, 外部性を伴った重複世代モデルで使われたものと本質的に同じである。

10) U_C と U_E は C と E に関する U の偏微分である。

11) (19)式は, 消費一定経路において, 消費と環境の間の限界代替率が限界変形率より大きいことを示しており, その意味で消費一定経路上では非効率が生じていることになる。

12) 系1は生産制約と環境制約が一致する特殊なケースを扱っており, Arrow(1973)の定理1に直接対応する命題となっている。すなわち, 定理2では消費経路の特徴のみが示されているが, 系1ではそれに加えて効用経路の特徴まで述べている。

13) 系2は系1と同様, 生産制約と環境制約が一致する特殊なケースを扱っている。この場合, Arrow(1973)の定理2に直接対応する命題, すなわち, 「のこぎりの歯」の形状をした消費経路と効用経路が導かれている。

参 考 文 献

- 鈴木興太郎(2002)「世代間衡平性の厚生経済学」『経済研究』第53巻第3号, pp.193-203.
 Arrow, K. J. (1973) "Rawls' Principle of Just Saving," *Swedish Journal of Economics*, Vol. 75, No. 4, pp. 323-335.
 Asako, K. (1980) "Economic Growth and Environ-

- mental Pollution under the Maxmin Principle," *Journal of Environmental Economics and Management*, Vol. 7, No. 3, pp. 157-183.
- Beltratti, A. (1996) *Models of Economic Growth with Environmental Assets*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht. (森岡洋訳, 夏目隆監修『経済成長と環境資産』同文館出版, 2001年)
- Dasgupta, P. (1974a) "On Some Problems Arising from Professor Rawls' Conception of Distributive Economics," *Theory of Decision*, Vol. 4, No. 3/4, pp. 325-344.
- Dasgupta, P. (1974b) "On Some Alternative Criteria for Justice Between Generations," *Journal of Public Economics*, Vol. 3, No. 4, pp. 405-423.
- Heal, G. (1998) *Valuing the Future: Economic Theory and Sustainability*, Columbia University Press, New York.
- John, A., and R. Pecchenino (1994) "An Overlapping Generations Model of Growth and the Environment," *Economic Journal*, Vol. 104, No. 427, pp. 1393-1410.
- John, A., R. Pecchenino, D. Schimmelpfening, and S. Schreft (1995) "Short-lived Agents and the Long-lived Environment," *Journal of Public Economics*, Vol. 58, No. 1, pp. 127-141.
- Michel, P. and G. Rotillon (1995) "Disutility of Pollution and Endogenous Growth," *Environmental and Resource Economics*, Vol. 6, No. 3, pp. 279-300.
- Ono, T. (1996) "Optimal tax schemes and the environmental externality," *Economics Letters*, Vol. 53, No. 3, pp. 283-289.
- Ono, T. and Maeda, Y. (2002) "Pareto-Improving Environmental Policies in an Overlapping-Generations Model," *Japanese Economic Review*, Vol. 53, No. 2, pp. 211-225.
- Rawls, J. (1971) *A Theory of Justice*, Harvard University Press, Cambridge Mass. (矢島鉤次監訳『正義論』紀伊國屋書店, 1979年)
- Riley, J. G. (1976) "Further Remarks on the Rawlsian Principle of Just Saving," *Scandinavian Journal of Economics*, Vol. 78, No. 1, pp. 16-25.
- Solow, R. M. (1974) "Intergenerational Equity and Exhaustible Resources," *Review of Economic Studies*, Symposium on the Economics of Exhaustible Resources, pp. 29-45.
- Suga, K. (2003) "On the Role of Externalities in the Arrow-Dasgupta Economy," mimeo.
- Yoshida, M. (2002) "Intergenerational Pigouvian Tax Systems," *Japanese Economic Review*, Vol. 53, No. 2, pp. 199-210.