経済研究
Vol. 52, No. 3, Jul. 2001

【調　査】

マルクス派搾取理論再検証

——70年代転化論争の帰結——

吉　原　直　毅

本論の目的は70年代の数理マルクス経済学の展開によって，マルクス派搾取理論がいかにその含意の転換を迫られてきたかを，現時点の現代社会科学の到達点から鑑みて考察する事にある．その主要な帰結は，労働価値概念に立脚するマルクス主義の古典的な搾取理論解釈は，まさに数理マルクス経済学の反証可能な手続きによる検証によって，否定されたという事である．主な論点は，(1)マルクスの基本定理及び，森嶋-シートン方程式，(2)「マルクスの総計一致2命題」，(3)「価値法則」の検証からなる．これらの分析結果は，労働価値が市場の均衡価格決定の説明要因たり得ない事，及び正の利潤の唯一の源泉としての労働搾取という含意の完全な喪失を意味している．さらに，正の利潤を資本家が取得する事も，私的所有制を前提する限り，剰余生産物生産可能性を有している資本財が社会の総労働人口に比して希少性を有する下では何ら不当なものとは言えないことも示され得る．

1. イントロダクション

マルクス派経済理論にとって，搾取理論はマルクス派がマルクス派であり得るアイデンティティを与える，尤も守るべき牙城であろう．本論は70年代以降の数理マルクス経済学の展開によって，マルクス派搾取理論がいかにその含意の転換を迫られてきたかを概括し，改めて現時点の現代社会科学の到達点から鑑みて，その意義が果たしてどこにあるかを考察したいと思う．とりわけ，労働価値概念に立脚するマルクス主義の古典的な搾取理論解釈が，数理マルクス経済学の反証可能な手続きによる検証によって否定されたことを述べる．

2. マルクスの搾取論と労働価値説

マルクスは『資本論』で剰余価値について論じ，剰余価値率を搾取率とも別称している．つまり，マルクス派において搾取とは剰余価値の存在を意味する．剰余価値とは，1労働日からその1労働日に対する賃金を通じて獲得される諸商品の生産に直接に要した労働時間の総和を差し引いたものであり，後者を必要労働とも称する．対して，1労働日から必要労働時間を差し引いたものを剰余労働もしくは剰余労働時間と称する．

ではなぜ，剰余価値ないしは剰余労働の存在が搾取(exploitation)の存在を意味するのか？搾取という言い方は，ある個人の利益の為の非公正的(unfairly)な資源の利用を含意するが，剰余価値によって意味する“非公正”の内容については以下の様な見方があるだろう．労働者の受け取る賃金収入は彼が提供した労働の対価として支払われたものと解釈されうるものであるが，それは市場を通じた正当な取引であるならば当然ながら彼が提供した労働に等価値なものでなければならない．しかしながら剰余価値の存在は労働者の提供した労働よりも受け取る労働のほうが少ないことを意味する．この事態は，価値の大いさは投下労働量に比例して決定されるという労働価値説の立場に基づけば，「労働の不等価交換」を意味する様に見える．

だが，労働市場では絶えず不等価交換が行われているという主張は，そもそも労働価値説に矛盾する．なぜならば，市場での取引は互いに等価値と認める財どうしを交換するのであって，まさに日常での実際の市場取引を通じて交換者は互いの財を等価物と認めあっていることを意味するのである．それゆえに，労働市場においてもまた，供給者と需要者の間にその取引を等価交換であると了承する論理が存在しているはずである．もしその論理を労働価値説が説明できず，不等価交換を指摘するだけならばむしろ労働価値説自体が市場の価格決定理論としての資格を失うことを意味しよう．これは古典派経済学が陥った矛盾であるが，マルクスはこの問題を労働力

商品という概念の提出によって解決した．つまり，労働市場で取引されるのは労働ではなく，労働力である事を強調した．労働市場では労働力商品が取引されると解釈すれば，労働価値説でも矛盾無く等価交換が行われていることを説明できるのである．

マルクスはさらに，労働力商品の買い手，すなわち資本家は，労働市場における労働力商品の等価交換を通じて剰余労働を抽出する権利を獲得する事を論じている．この権利の下に資本家は商品の生産過程において「剰余価値の生産」を行う．この過程において剰余労働抽出を巡る労資の権力関係の存在が強調される．マルクスの労働価値説に基づけば，こうして抽出された剰余価値こそが資本増殖を可能にする唯一の源泉である．労働力商品の使用価値は価値増殖機能と価値移転機能にあり，いわゆる物的資本財はこの後者の機能によってその価値を生産される商品に移転されるに過ぎない．マルクスにおける資本の定義は「自己増殖する価値の運動体」であるから，資本が資本たりえるのは労働力あってこそであるという議論になる．ところで，資本主義社会において資本とは富(wealth)の大きな比重を占め，それは資本家階級に属する人々によって占有されている．しかしながら，『資本論 I』の転変論によれば，その富は労働者による，資本家にとっての無償の他人労働によって生み出された剰余価値の蓄積に他ならない．これこそが，マルクスが剰余価値の生産を「労働の不等価交換」というよりはむしろ，「搾取(exploitation：＝to use selfishly and unfairly for one's own advantage)」と称する由縁であろう．つまり，社会に蓄積されている富のうち，一部の資本家階級に属する人々に資本として占有されている多くの比重を占める部分が，その他大勢の労働者階級に属する人々から抽出された無償労働の成果である事こそが非公正(unfair)の中味に他ならない．

マルクスはさらに『資本論 III』の転化論において，搾取の産物である剰余価値が市場的社会関係においては資本家の物的資本財の提供という貢献に対する報酬としての「利潤」となって現れることを論じている．この転化論は二重の機能を果たしている．一つはこの転化論によって，現実の世界のカテゴリーとしては存在しない“剰余価値”という概念規定が現実の世界のカテゴリーである“利潤”とリンクづけられようとしたのであり，それによって，この概念の科学性が保証されようとしたのである．第二に，労働価値説及び剰余価値論の科学性の主張によって，限界生産力説等，他学派の学説のイデオロギー性，体制擁護性が強調される事になる．すなわち，労働価値のカテゴリーの世界において捉えられていた搾取関係が価値の価格への転化によって覆い隠される事になり，その覆い隠しの機能を助長する働きをしているものこそが他学派の経済学説であるという理由である．この転化論を媒介にしてこそ，いわゆるマルクスの三身一体論批判も生きてくる．

こうして見てくると，マルクス派搾取理論にとって労働価値論，及び労働力商品論はキーコンセプトである事がわかる．古典派にとっては，投下労働価値説の事実上の含意は費用価値説であったと言われている．すなわち，長期均衡価格として成立する自然価格は需要サイドからは独立に成立するという立場である．これは収穫一定を仮定すれば正しい主張であるし，その種の仮定は製造業が産業の主要な比重を占める社会を想定する限り，必ずしも的外れではない．その際に，ニュメレール財として労働を用いて，財一単位当たりの費用価格を評価するという手法も現代経済学では受容されている．それは単に土地の生産要素としての機能を無視すれば，他に本源的生産要素といえるものは労働だけであり，それ以外の物的資本財は再生産可能な財であり，いずれも歴史を遡っていけば究極的にはその価値は全て労働に還元されうるという想定に基づいている[1)]．しかしながら，他方マルクスはその特有の労働力商品論により，労働に単なるニュメレール財としての機能以上の意味を持たせている．すなわち，唯一の価値生成機能としての意味である．労働力商品にこの機能を持たせることによって，資本家の利潤の獲得，資本の自己増殖の実現可能性は，他人の無償労働である剰余労働の抽出，という搾取に基づいていることが明瞭に示される事になる．

しかしながら，労働価値も唯一の価値生成機能としての労働力商品論も現実の市場社会の観察によっては不可視である概念規定であるが故に，その概念規定の科学性を立証するためには，市場の観察によって可視である価格運動がそれ等の概念によって論理整合性を以って説明され得ることを示せなければならない．マルクスの転化論はこの課題を果たすべきものであるが，彼自身はそれを完成させずに終わった．数理マルクス経済学はこの課題に対する明確な結論を与えたものとして位置付ける事が出来よう．マルクス転化論に残された問題は2点ある．一つは「剰余価値率の平均利潤率への転化」であり，そして

「価値の生産価格への転化」である．第一の問題に関して言及すれば，少なくとも剰余価値率ないしは搾取率と均等利潤率との間に対応関係が示せなければ労働搾取が利潤の唯一の源泉であるというマルクスの命題は否定されると言わざるを得ない．したがって，労働価値体系において搾取率が非正である事と生産価格体系において利潤率が正であるという事が両立するようなケースは起こり得ない事が示されなければならない．この問題に対する解として位置付けられるのが「マルクスの基本定理」である．第二に，搾取率によって均等利潤率が規定される事を示すためには，均等利潤率と搾取率が「関数関係」にある事が示されればよい．この点は，「森嶋－シートン方程式」の導出によって最初に示された．「価値の生産価格への転化」に関しては，マルクスの「総計一致の2命題」が示されるか否かが問題である．この問題はいわゆるマルクスの転化問題として，ベームバベルクの批判以来，論じられてきた問題であるが，森嶋(1974)によって基本的な結論が出されている．

3. 数理マルクス経済学によるマルクスの搾取論と労働価値説の検証

「マルクスの基本定理」は Okishio(1963)，Morishima(1973)等によって，レオンチェフ体系(A, L)からなる経済の仮定の下で提出された．いま，$n \times n$ 投入産出行列 A が生産的で分解不可能であると仮定すれば，労働価値体系は正のベクトル $\Lambda = L[I-A]^{-1} \in \mathbf{R}^n_{++}$ によって定義される．このとき，労働者の1労働日当たりの対応する実質賃金バスケットをベクトル $b \in \mathbf{R}^n_{++}$ で表すとすると，搾取率は以下の式で定義されることになる．

$$e(b) = \frac{1-\Lambda b}{\Lambda b}$$

他方，生産価格 $p \in \mathbf{R}^n_{++}$ 体系は以下の式で決定される．

$$p = (1+\pi)p[A+bL]$$

ここで $\pi \in \mathbf{R}$ は均等利潤率を表す．このとき，マルクスの基本定理は以下の事を主張する．

マルクスの基本定理 (Okishio(1963), Morishima(1973))：*均等利潤率が正である為の必要十分条件は搾取率が正である事である．*

マルクスの基本定理は上述のようなレオンチェフ体系の仮定の下ばかりでなく，技術選択や固定資本の存在する経済を描いたフォンノイマン体系の下でも(森嶋(1974))，さらにより一般的な凸環境経済(Roemer(1980))でも基本的に成立する事が明らかにされている．この定理によって，資本主義経済における正の利潤の源泉は唯一，労働搾取の存在だけであり，それ故に資本主義社会もまた，直接的生産者階級の剰余労働を支配階級が搾取する階級社会である，というマルクスの主張の科学性が証明されたと解釈出来るようにも思える．しかしながら，上述したように，マルクスの搾取説が有意味であるためには労働価値概念の科学性が示されねばならず，その為には転化論に関するさらなる検証を要する．

その第一は，「剰余価値率の平均利潤率への転化」の検証である．この議論の主旨は利潤率が搾取率によって規定されることを示すことにあるので，両カテゴリーの間に「関数関係」がある事を示せればよい．この事は，以下の「森嶋－シートン方程式」(Morishima & Seton(1961))によって証明された．

森嶋－シートン方程式 (Morishima & Seton(1961))[2]：*経済が均斎成長経路にあるときの産出比率でもって部門間をウェイト付けすることによって搾取率と均等利潤率の間の以下の様な関数関係が得られる．*

$$\pi = e\frac{V}{C+V}$$

但し，$V = \Lambda bLx$，$C = \Lambda Ax$，x は経済が均斎成長経路にあるときの産出ベクトル．

かくして均等利潤率は搾取率の単調増加連続関数である事が示された．また，「森嶋－シートン方程式」より，$\Lambda Ax > 0$ でありさえすれば，搾取率は均等利潤率の上限を与えていることも明らかである．ところでこの「森嶋－シートン方程式」は労働者の実質賃金バスケットを全ての個人において同一のものとして固定した上で得られている．他方，John E. Roemer(1981)は労働者の消費選択の問題を導入することによって，実質賃金率が同一であっても選択される実質賃金バスケットが異なりうる場合においても(したがって個々の労働者の間で搾取率が異なりうる場合においても)，労働者の効用関数が一定の自然な性質を持つ場合には労働者階級全体の平均的搾取率と均等利潤率との間には単調増加の関数関

係がある事を示している．また，効用関数に関する制約を課さない場合においても単調増加の連続対応関係が平均的搾取率と均等利潤率との間にある事を示している．

「価値の生産価格への転化」に関する，マルクスの「総計一致の2命題」は森嶋(1974)によって証明された．森嶋(1974)はマルクスの iteration process によって，価値体系が生産価格体系に収束することを示した．そしてそのときの生産価格体系と価値体系をそれぞれ均斎成長経路上の産出ベクトルでもって集計して得られる総生産価格と総価値とが一致することを，さらに同様の事が総利潤と総剰余価値との間にも成立する事を示した．iteration process の初期状態は以下の様な価格体系から出発する．

$$p^1 = \left[1 + e\frac{\Lambda bLx^0}{\Lambda Ax^0 + \Lambda bLx^0}\right]\Lambda(A+bL)$$

ここで x^0 は0期における任意の産出ベクトルである．0期の費用価格が労働価値と等しい様に与えられ，それによって得られる第1期の価格 p^1 は一般に労働価値価格 Λ とは異なる．これがマルクスの直面した困難であった．それに対する森嶋(1974)の解決は以下の様にまとめられる．

マルクスの総計一致2命題 (Morishima(1974))：

$L>0$ とする．このとき公式

$$\lim_{t\to\infty} p^{t+1} = \lim_{t\to\infty}\left[1 + e\frac{\Lambda bLx^t}{\Lambda Ax^t + \Lambda bLx^t}\right]p^t(A+bL)$$

が存在し，その極値 $p=\lim_{t\to\infty} p^{t+1}$ においては以下の様な性質が成り立つ．すなわち，ある正の均等利潤率 $\pi>0$ に対して，

$$p = (1+\pi)p[A+bL]$$

但し，ここで，$p^0=\Lambda$，x^0 は任意の非負ベクトルである．さらに，このとき，極値 $x=\lim_{t\to\infty} x^t$ でもって総計する事によって，以下の2式が成立する．

$$px = \Lambda x \quad (\text{総価格} = \text{総価値})$$
$$\pi p(A+bL)x = e\Lambda bLx \quad (\text{総利潤} = \text{総剰余価値})$$

この結論において基本的に総計一致問題として知られるいわゆる転化問題は決着したといえる．

ところで，この総計一致問題の解決を巡る「転化論争」に対して，以下の様な批判は伝統的なマルクス経済学からは度々出てくるものである：マルクスの転化論の主旨を理解する事無く，単なる量的一致問題の解ける，解けないという事実だけで，マルクスの労働価値論，転化論の正否を論じている，と．すなわち，量的一致の議論では，価値の価格への転化の質的な意味を捉えられないにもかかわらず，量的一致問題の決着で同時に「質的転化」にも決着をつけたと錯覚しているとの批判である．この「質的転化」とは，階級的社会関係で生成されている諸形態(剰余価値，価値)の，市民社会の日常意識で生成されている諸形態(利潤，生産価格)への転化，物象化の事であると思われるが，いわゆる総計一致命題がこのような質的転化それ自体の証明になり得ないのは自明の事である．しかしながら，*総計一致命題がきちんと論証されることでマルクスの価値・剰余価値体系は日常世界のカテゴリーである利潤・生産価格体系と，それが単なる量的一致に過ぎないものであれ，リンケージがつけられ，その結果，マルクスの質的転化，物象化の議論の整合性も失われない*のである．それは，価値・剰余価値体系が日常の市場世界では観察不可能なカテゴリーである故に必要なのである．マルクスは「資本論I」,「資本論II」においては価値＝価格の仮定の下で全てを論じているのであり，それはもちろん理論的な操作であるが，そうであるが故にその操作が well-defined であることは理論的に証明されなければならないのである．それが解けなければ「資本論I」と「資本論III」との整合性は失われるであろう．

以上の考察によって，少なくとも技術選択や固定資本の存在しない単純なレオンチェフ経済体系を前提に議論を進める限り，マルクスの転化論は論理的整合性を有するものと論証される．しかしながら，転化論の主旨が総計一致問題を解くことよりも，労働価値の生産価格への規定関係を明らかにすることによって，労働価値概念の科学性，有効性を示し，「生産価格は価値の現象形態である」という主張に根拠を持たせることにあったとすれば，真の問題の関心はいわゆる「価値法則」の証明を与えることこそにあろう．「価値法則」とは，私見に基づけば，市場の諸商品価格の運動は労働価値の運動によって規定されているという事，換言すれば，資本主義的生産過程の背後にある階級的権力関係，搾取関係が，

市場における商品関係，価格運動を規定する事を主張する．これもまた，価値と価格の規定関係が論証されなければ，資本主義経済は階級的権力関係，搾取関係から成っており，資本とは搾取された労働の蓄積に他ならないとするマルクスの主張も，単なるイデオロギー的宣託として片付けられてしまう．

この価値法則の論証は，単に価値ないしは剰余価値率と生産価格ないしは平均利潤率との間の関数関係の存在を示すだけでは不十分である．なぜならば，価値法則の主旨は，資本主義的生産過程の背後にある階級的権力関係，搾取関係によって市場における商品関係，価格運動が規定される事を主張する事にあるので，実質賃金バスケット，もしくは実質賃金率の変化によって搾取率が変化しうる場合，それが関数関係的に価格体系の決定に影響を及ぼしているかどうかについてまで見なければならないのである．この問題は，実質賃金バスケット，もしくは実質賃金率が固定されている想定の下で搾取率と利潤率の間にリンケージを付ける「森嶋－シートン方程式」の課題とは異なる．この価値法則の論証問題は，John E. Roemer(1981)によって，実質賃金率一定で，実質賃金バスケットが個々の労働者の消費選択によって選ばれるケースに関して，解が示された．以下では，実質賃金バスケット一定の下で，実質賃金率が労資の力関係の変化によって変わりうるケースについて見ていこう．それは，第一に，いかなる任意の搾取率に対しても，各々一意の生産価格体系が存在する事，第二に，実質賃金の変化に対して，搾取率は単調減少に対応し，均等利潤率は搾取率の単調増加関数である事を示すことである．

マルクスの価値法則：　*実質賃金バスケット* $b>0$ *が一定の下で，実質賃金率* $\Omega\in\mathbf{R}_+$ *が労資の力関係に依って決定されるとき，搾取率は*

$$e(\Omega)=\frac{1-\Omega\Lambda b}{\Omega\Lambda b}$$

によって定義されるものとする．そのとき，

i) 任意に与えられた搾取率 $e^*\in\mathbf{R}_+$ *に対して，生産価格体系*

$$p=(1+\pi)p[A+\Omega bL]$$

が一意に存在する．

ii) $e(\Omega)$ *は単調減少関数となり，* $\pi(e)$ *は単調増加関数となる．*

以上の結論は，価値体系のデータと実質賃金率のデータから搾取率を計算する手続きを通じた生産価格体系の決定が可能な事を意味もする．しかしながら，実質賃金バスケットが固定されている下では，実質賃金率のデータさえ与えられれば，均等利潤率や生産価格体系は技術体系(A,L)に基づいて一意に決定されることは容易に見てとれる．他方，搾取率や労働価値体系に関しても，生産価格体系の導出と同様のデータがそろって一意に決定される．このことから，Steedman(1977)は，わざわざ労働価値体系を使う回り道をせずとも技術体系に関するデータだけで生産価格体系を導出する事ができると主張した．この主張は一定の範囲内で確かに正しい．しかしながら，マルクスの価値法則は，労働価値のデータでもって生産価格体系を導出出来る事を言いたかった訳ではない事はあえて繰り返すまでもない．我々の導出したこの定理も，マルクスの価値法則の主旨は，一定の仮定の下で見る限り，論理整合的である事を確認するだけのものに過ぎない．

4.　数理マルクス経済学の諸成果の意味

これまで見てきた数理マルクス経済学の成果はマルクスの労働価値説と搾取理論の有効性を裏付けるもののように見える．だが，これらの成果はマルクスの基本定理を除けば，単純なレオンチェフ経済体系の仮定の下だから得られたものであって，技術選択の問題や固定資本の問題が絡んでくるともはやマルクスの労働価値説は有効性を失ってしまう．マルクスの基本定理に関してはこれらの問題が絡んできた場合でも，搾取率の再定義を行うことで上記の様な困難を免れている．とは言え，この基本定理の頑健性から，すでに労働価値説が成立しない状況でもマルクスの搾取理論の含意自体が維持されていると見なせるか否かは，以下で見るように問題含みである．さらに，基本定理の頑健性自体も消費選択の問題が絡んだ場合には問題が生じてくるし，その含意においても，重大な障害がある事が示される．つまり，マルクスの基本定理は正の搾取率と正の利潤率と同値性を示すが，マルクスの搾取論の意味ある論証の為には，正の利潤率と同値関係が示せるものが搾取率だけであることまで示せなければならない．しかしこの事は単純なレオンチェフ経済体系の仮定の下でも成り立たないのである．同様の問題は総計一致問題の論証に関しても絡んでくるのである．以下，これらの問題をもう少し詳細に検討する事で，結論としては数理マルクス経済学の成果はマルクス

の労働価値説や搾取論の主張の限定性を明らかにしたと言わざるを得ない事について述べたい．もし数理マルクス経済学の目的がマルクスの主張の正しさを論証することにあったとしたら，その目論見は失敗だったという結論になるであろう．

4.1　数理マルクス経済学による，労働価値説の限界の露呈

マルクスの労働価値説の検討から始めよう．マルクスの労働価値説は単純なレオンチェフ経済体系を前提にする限りその主張の論理的整合性は維持された．しかしながら，単純なレオンチェフ経済体系の仮定は，資本主義経済のモデルとしては単純すぎる．現実の資本主義経済では，仮に工業生産における土地の生産要素としての役割が無視できる程度であるためにこれらの産業における収穫一定は仮定出来たとしても，そこには通常，複数の技術体系(資本財と労働投入係数との組み合わせ)の間での選択の問題が存在しているし，生産に際して固定資本財も用いられるのが一般的である．

もちろん，これらの要素をモデルに組み込むことによっていたずらにモデルを複雑にするよりも，単純なモデルでより明晰な結論を導く方が良いと言う側面はある．理論経済学においてモデルとは，当面するある特定の明らかにすべき課題にとって本質的と思われる事象だけを組み込んで，それ以外の単にモデルを繁雑にするだけと思われる事象は捨象してしまうものであるから，ただ単にモデルを一般化して結論を出せば良いというものではない．しかし我々の当面の問題に関しては，技術選択の余地や固定資本の存在を許容するようなモデルへの一般化は意味を持つのである．なぜならば，現代の新古典派経済学における一般均衡理論の成果によって，いわゆるマルクスの生産価格に相当する長期均衡価格は，技術選択の余地や固定資本の存在を許容する，より一般的な経済モデルの前提の下で存在する事が明らかにされているからである．したがって，マルクスの労働価値説が現代の一般均衡論の成果を踏まえても，依然として有効である事を示すためには，技術選択の余地や固定資本の存在を許容するようなより一般的な経済体系の下でも，労働価値が長期均衡価格を規定していることを証明出来なければならない．それによってマルクスの三身一体論批判が現代においても有効であると主張する資格を得るのであり，労働価値説の優位性を主張する資格を得る．

だが，Morishima(1973)や Steedman(1977)等の議論によってすでに知られている様にこの問題に関して労働価値説はその主張の頑健性を示せなかったのである．技術選択の問題から見てみよう．今，労働者の賃金率が Ω として固定されている下で，資本家は技術体系(A^1, L^1)と技術体系(A^2, L^2)の選択問題に直面しているとしよう．資本家は利潤最大化行動をとるので現行の価格体系 p の下でより収益性の高い方を選択するであろう．例えば，(A^1, L^1)がそうだったとしよう．この時，体系(A^1, L^1)が選ばれて初めて価値体系 Λ^1 が(A^1, L^1)に依存して決定されることに注意しよう．一般に，異なる技術体系(A^1, L^1)と技術体系(A^2, L^2)に対応する価値体系 Λ^1 と Λ^2 は異なるベクトルからなる．かくしてこの事態は価格体系 p によって価値体系 Λ^1 が決定されたことを意味する．これは価値が価格を規定するのでなく，価格が価値を規定する事を意味する．また，価格体系 p の下で，技術体系(A^1, L^1)と技術体系(A^2, L^2)の収益性がともに等しい状況を考えてみよう．そのとき，任意の $\alpha \in [0, 1]$ に関して，両技術体系の一次結合$(\alpha A^1+(1-\alpha)A^2, \alpha L^1+(1-\alpha)L^2)$もまた等しい収益性を生み出すが故に資本家によって選択されうる．それに対応して労働価値体系 $\Lambda(\alpha)$ が決定される訳であるが，この様な一次結合は $\alpha \in [0, 1]$ の変化に応じて無限に存在するので結局，一つの価格体系に対して無限の労働価値体系が存在しうることになる．これではもはや価値の価格への規定関係は主張し得ないと言うべきである．どの価値体系が成立するかは資本家がどの $\alpha \in [0, 1]$ を選択するかによる確率的な帰結に依存するからである．

固定資本の問題に関しては，結合生産のモデルの下で，個別労働価値を方程式で求めるときに生じ得る負の労働価値の指摘で十分であろう．この問題は森嶋(1974)のフォンノイマン経済モデルにおける価値の不等式アプローチによって基本的に解決されたと見なされている．そのアプローチの下では，労働価値は実質賃金バスケットを構成する諸商品の生産を尤も労働効率性の良い生産方法で行った場合の労働量として定義され，これは労働者の必要労働を定義する．しかしそこでは，商品個別の労働価値はもはや一意に決定されなくなる．その結果，上述したマルクス労働価値論に関する4つの命題はマルクスの基本定理以外は全て，棄却される．森嶋(1974)はこのアプローチの採用によって，フォンノイマン経済モデルにおける転化論の整合性の証明を諦め，マ

ルクスの基本定理だけを救いとったと言えよう．

以上より，マルクスの労働価値説の理論的パースペクティヴは技術選択や固定資本が存在しない単純なレオンチェフ経済体系の世界に限定されると言わざるを得ない．すなわち，価値法則は技術選択や固定資本が存在する経済体系を前提すれば，論理整合的な主張ではなくなる．では，単純なレオンチェフ経済体系の世界では間違いなく労働価値の有効性を主張できるかというとこれにも実は問題がある．我々はすでに，総計一致問題において，初期時点で費用価格を労働価値で表して iteration process を施すことによって生産価格体系が導出される事をみた．この操作は価値の価格への転化の正しい手続きと理解されているところのものであるが，この操作によって生産価格体系を導出出来るのは労働価値だけではないという問題がある．数学的には任意の価格ベクトルでもって初期時点の費用価格を評価した場合でも iteration process を施すことによって生産価格体系が導出されるのである．その事は「マルクスの総計一致２命題」の iteration process の証明(「数学付録」を参照の事.）より，容易に確認出来る．

4.2　数理マルクス経済学による，マルクス派搾取理論の含意の喪失

他方，マルクスの基本定理に関しては，必要労働を不等式体系の下で賃金バスケットを生産する最小労働量として定義する，搾取率の再定義によって，技術選択も固定資本も存在するフォンノイマン経済体系の下でも定理の頑健性が基本的に維持される．さらにモデルを一般化して，必ずしも収穫一定に限定されない，単に凸な生産可能性集合の想定がなされただけの経済環境においても，マルクスの基本定理は基本的に頑健である．これらの事は森嶋(1974)や Roemer(1980)によって示された．ここで「基本的に」という限定的な言い回しをしたのは，資本家の利潤最大化の結果，必ずしもフォンノイマン均斉成長解に到達しなかった場合に，ゼロの搾取率と正の利潤率が両立してしまう劣位的生産技術の存在の問題があるからであるが，ここではこの問題には立ち入らない．

では基本定理の頑健性によって，マルクスの搾取理論の有効性が，とりわけその含意の有効性が維持されていると言えるであろうか？必ずしもそのようには言えない．第一に，労働価値概念の有効性が棄却されてしまった下では，再定義された搾取率に意味があるのかという問題である．労働価値が価格を規定しており，そして労働力商品が使用価値としては価値増殖機能を有しているという労働価値説の有効性があればこそ，搾取率の定義式は搾取の存在の表現形式として意味を有したのである．しかし再定義された搾取率の下では，労働者の１労働日と彼が一日の生活に要する実質賃金バスケットの生産に要する最小労働量との間に格差があるという事だけであって，そこから非公正な社会状況を示唆する含意は生じない．確かにこの最小労働量でもって労働者の必要労働と解釈することは可能かもしれない．したがって，労働者の労働の中に剰余労働が含まれるとの解釈も可能である．しかし，資本家の占有する資本が剰余労働の蓄積であるとの主張は労働価値説が有効でありえて初めて意味を持つものであったから，１労働日と一日の生活に要する実質賃金バスケットの生産に要する最小労働量との間に格差があるという事でもって，マルクスの搾取説の含意を持たせるのは難しいといえよう[3]．また，この定義からは労働の不等価交換という含意も引き出しえない．もはや，ここでは労働量は価値尺度としての意味を有していないからである．この事態を労働の不等価交換という者があったとすれば，彼は単に誤った価値尺度財を使って評価しているに過ぎないのだと言われるだけであろう．なぜならば，労働価値が価格を規定する事はこの文脈では主張できないからである．

以上の考察は，マルクスの基本定理それ自体の頑健性は維持しえても，マルクス搾取論の本来の含意を維持させることは難しい事を示すものであった．以下ではマルクスの基本定理それ自体にも実は問題があるのだということを見たい．第一の問題は労働者の消費選択の問題を考察したときに生じる．個々の労働者が異なる消費選択を行った場合，労働者各々の搾取率はたとえ実質賃金率が同一であっても異なってくる．この場合，労働者階級の平均的搾取率を見る限り，マルクスの基本定理が成立する事はレオンチェフ経済でもフォンノイマン経済でも証明される．しかしながら，このとき，個々の労働者の搾取率を見ていくと，正の利潤率が成立している経済状態の下で負の搾取率をもつ労働者が存在するというケースがフォンノイマン経済の下では生じてきてしまう事が吉原(1992)によって明らかにされているのである．

今，各産業工程内の労働者の消費需要関数は全て等しいが産業工程間のそれが異なっていると仮定しよう．(B, A, L)でフォンノイマン経済体系を表し，それぞれ，Bは$n\times m$型産出行列，Aは$n\times m$型投入行列で，Lは$m\times m$型の労働投入行列でその非対角成分はすべてゼロであるようなものであるとしよう．労働者の実質賃金率は1に基準化されていると考え，価格$p\in \mathbf{R}_+^n$に対する工程iの労働者の需要関数を$d_i(p)$と表すものとしよう．このとき，$p\cdot d_i(p)=1$が成立している．この$n\times 1$ベクトル$d_i(p)$を産業工程のインデックスの順番にm個並べることで$n\times m$型需要行列$D(p)$を得る．そのとき，フォンノイマン経済体系の均斎成長解は以下の条件を満たす，$(x^*, p^*, \pi)\in \mathbf{R}_+^m\times \mathbf{R}_+^n\times \mathbf{R}$である：

(1) $p^*B\leq(1+\pi)[p^*A+\delta L]$

(2) $p^*Bx^*=(1+\pi)[p^*A+\delta L]x^*$

(3) $Bx^*\geq(1+\pi)[A+D(p^*)L]x^*$

(4) $p^*Bx^*>0.$

但しここでδは$1\times m$ベクトルでその成分は全て1から成っているものである[4]．労働者階級の平均搾取率を求めるために，労働者階級全体の需要関数$d(p)$を以下の様に定義する：

$$d(p)=\frac{D(p)Lx^*}{\delta Lx^*}$$

ここで$p\cdot d(p)=1$が成立する事に注意せよ．このとき労働者階級の平均的搾取率は，問題

$$\min_{x\in \mathbf{R}_+^m}\delta Lx \quad s.t.\quad Bx\geq Ax+d(p)$$

の解δLx^oによって定まる必要労働量を基にして$e=\dfrac{1-\delta Lx^o}{\delta Lx^o}$と定義される．他方，各工程$i$の労働者の搾取率は，問題

$$\min_{x\in \mathbf{R}_+^m}\delta Lx \quad s.t.\quad Bx\geq Ax+d_i(p)$$

の解δLx^{io}によって定まる必要労働量を基にして$e=\dfrac{1-\delta Lx^{io}}{\delta Lx^{io}}$と定義される．このとき，以下の定理が成立する．

異なる消費需要の下でのマルクスの基本定理（吉原(1992)）：*経済がフォンノイマン均斎成長解$(x^*, p^*, \pi)\in \mathbf{R}_+^m\times \mathbf{R}_+^n\times \mathbf{R}$の下にあるとしよう．このとき，$\pi>0$と成る為の必要十分条件は$e>0$である．*

しかしながら，上述の定理は以下の様な反例を排除出来ないのである．

均斎成長解が正の利潤率を持つときに個人的には負の搾取率をもつ労働者が存在する例（吉原(1992)）：*経済体系が$B=\begin{bmatrix}10/3 & 10/3\\ 10/9 & 5/9\end{bmatrix}$，$A=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$，$L=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$とする．この時，価格が$p=(1/3, 2/3)$のときの工程1，2それぞれの，所得1の下での消費量は$d_1(p)=\begin{bmatrix}3\\ 0\end{bmatrix}$，$d_2(p)=\begin{bmatrix}2\\ 1/2\end{bmatrix}$とする．このとき，$x^*=\begin{bmatrix}1/2\\ 1/2\end{bmatrix}$，$p^*=(1/3, 2/3)$，$\pi=\dfrac{1}{9}$が一つの均斎成長解である．このとき，労働者階級の平均消費量は$d(p)=\dfrac{1}{2}d_1(p)+\dfrac{1}{2}d_2(p)=\begin{bmatrix}5/2\\ 1/4\end{bmatrix}$になる．また，この経済では$(B-A)^{-1}$が存在して，*

$$(B-A)^{-1}=\begin{bmatrix}15/43 & -63/43\\ -3/43 & 90/43\end{bmatrix}$$

と成る．したがって，

$$(B-A)^{-1}d(p)=\begin{bmatrix}15/43 & -63/43\\ -3/43 & 90/43\end{bmatrix}\begin{bmatrix}5/2\\ 1/4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}21,75/43\\ 15/43\end{bmatrix}=x^o$$

より，$\delta Lx^o=0{,}854$．かくして，$1-\delta Lx^o>0$より，確かに$e>0$．しかしながら第1工程の労働者について見てみると，

$$(B-A)^{-1}d(p)=\begin{bmatrix}15/43 & -63/43\\ -3/43 & 90/43\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3\\ 0\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}45/43\\ -9/43\end{bmatrix}$$

より，$x^{1o}=\begin{bmatrix}45/43\\ 0\end{bmatrix}$となる．かくして$1-\delta Lx^{1o}<0$より，$e^1<0$となる．

この例は，すでに労働者の消費選択可能性を導入したフォンノイマン経済ではマルクスの基本定理は正の利潤率をもつ均斎成長解のアルゴリズムを与える役割以上のものを持たないことを示している．その定理はもはやマルクスの搾取論の理論的整合性を支持するような意味を与えることはできない．なぜならば，全労働者が同一の実質賃金を受け取っていな

がら，各々の消費選択の違いによって搾取されている労働者と搾取されない労働者が出てくるということは，そもそも利潤の源泉を資本家による労働者への搾取と見なす理論自体の不整合を示しているからである．

以上の議論はしかしながら，フォンノイマン経済において労働者の異なる消費選択を導入した際に生じてきた問題であって，単純なレオンチェフ経済を前提する限り，労働者の異なる消費選択を導入したとしてもこの様な問題は生じないのである．では，マルクスの搾取論は単純なレオンチェフ経済を前提する限り，頑健なのであろうか？それに対する答えが以下の一般化された商品搾取定理（Bowles & Gintis(1981), Samuelson(1982), Roemer(1982)）によって与えられる．この定理によって，マルクスの搾取理論は最終的な鉄槌を食らわされたと言ってよい．なぜならば，これは正の利潤存在の源泉は唯一，労働搾取の存在であるというマルクスの搾取論の主旨を根本から覆すものであるからである．

一般化された商品搾取定理（Bowles & Gintis (1981), Samuelson(1982), Roemer(1982)）：*単純なレオンチェフ経済を想定する．任意の商品 k を1単位生産するのに直接間接に投与される商品 k の総量が1よりも小さい時，商品 k の搾取率は正であるとする．この時，労働の搾取率が正であることと任意の商品 k の搾取率が正である事とは同値で，いずれも正の利潤率の必要十分条件である．*

この定理を突き詰めると，正の利潤の必要十分条件は正の剰余生産物が生産可能である事であるという究めて自明な命題に行き着いてしまう．つまり，正の搾取の存在云々の議論は結局のところ，正の剰余生産物をいかなるニュメレール財で量るかという議論と論理的に同値になってしまうのである．実際，以下の「数学付録」の「一般化された商品搾取定理の証明」の中で，我々は正の剰余生産物の生産可能性と任意商品の正搾取率の存在とが同値であることを導き出している．

正の剰余生産物の生産可能性が正の利潤の必要十分条件であるとすると，労働搾取論よりもむしろ，私的所有を前提にする限り，資本財所有者が利潤を獲得する正当性を認める議論の方がより説得的であるように思われる．以下の例の考察より，その事を見ていこう．今，一人の生産者が一日の生存のために最低限必要な消費財バスケットが $b \in \mathbf{R}^n_+$ であるとする．これらの財バスケットは彼の労働の投入だけで生産可能で，その技術関係は労働投入ベクトル $L \in \mathbf{R}^n_+$ で表されるとする．今，彼の1労働日の労働によってちょうど $b \in \mathbf{R}^n_+$ だけの生産が可能であるとする．すなわち，$Lx=1$ となる $x \in \mathbf{R}^n_+$ に関して $x=b$ である．ところでこの消費財バスケットはある物的資本財を導入する事によっても生産可能であるとしよう．この資本財は流動資本財のバスケットであって，その技術力は産出投入行列 A で表せるとしよう．ところでこの資本財はある資本家の所有物であって，彼は $\omega \in \mathbf{R}^n_+$ の資本を持っている．その大きさは彼の1労働日の労働によってちょうど使い切るようなものであるとしよう．すなわち，$L^*x=1$ となる $x \in \mathbf{R}^n_+$ に関して $Ax=\omega$ となる．生産技術体系が (A, L^*) の下では，純生産物は1労働日において $x-Ax$ で表せるが，このとき，$x-Ax>b$ であるとしよう．したがって，この生産者は同じ1労働日で生存ぎりぎり以上の財を生産できる技術体系 (A, L^*) の方を良しと見なして資本家 ω にのレンタルを要請するだろう．その際に ω のレンタルの見返りに資本家が何も得られなければ彼はこの生産者にレンタルしようとはしないだろう．なぜならば，この生産者と同じ境遇にいる生産者は他に大勢おり，彼等は資本家にもっといい条件でのレンタルを申し出る誘因があるからである．つまり，$y=x-Ax-b>0$ の一部を資本家にレンタルの見返りとして支払うという契約を条件で提示する事で彼等は資本財をレンタルしてもらうことが出来，それによって尚，生存ぎりぎり以上の財を手に入れることが出来るからである．他方，資本家はレンタルの条件として $y=x-Ax-b$ を上回る支払いを要求しはしないであろう．そのような要求をすれば，生産者のいずれも自分の労働だけで生産する方が良くなってしまうので，誰もこの資本財のレンタルを需要しないからである．結局，資本家のレンタルの条件は $[0, y]$ の間でのどこかの点 y^* で財の支払い水準が決まる形になるだろう．それは資本財の需要者と供給者の間での勢力争いを反映した資本市場での均衡として決定されよう．このとき財の価格体系が p であったとすれば，py^* こそが資本家の獲得する利潤である．

以上の議論は Roemer(1988) によって成された議論に基づいたもので，私的所有関係を前提にする限り，資本家の利潤請求権を正当と見なしうる事を示

している．この例の場合でも，資本財をレンタルして生産活動を行う各生産者に関して搾取率を定義する事はでき，この体系の下では資本家がレンタルへの対価として正の利潤を受け取る限り，正の搾取率が存在する事を見ることができよう．しかしながら，この場合の「労働搾取の存在」は何ら資本家の利潤収入の不当性を意味しないであろう．なぜならば，この例は利潤の源泉が労働者の剰余労働の搾り取りにあるというよりも，明らかに資本財の生産過程への導入による生産性の上昇にこそあり，また，資本レンタルの需要に比して供給しうる資本レンタルが稀少である事こそに資本家の利潤獲得の根拠がある事を示している．実際，この種の資本財が生産者達にとってあり余るほどに豊潤に存在すれば誰も正のレンタル価格を支払ってまで資本家から借りようとはしないであろう．他方，全ての生産者たちの1労働日を雇うに等しいほどの資本レンタルの供給がなされない限り，資本家は生産者達の一日の生存に最低限必要な消費財バスケットを保証する範囲内でレンタル価格を釣り上げることが出来るであろう．以上の話は資本主義経済における相対的過剰人口の存在こそが資本家の収益性を保証するというマルクスやカレツキーの主張を裏付けるものでもある．

5. 結び

これまでの議論によって，資本主義の正の利潤の源泉は唯一労働搾取の存在にあるという主張は成り立たない事，及び，私的所有関係を前提する限り，資本家の正の利潤の獲得は何ら不当なものではない事，それゆえにまた，「労働搾取の存在」も資本主義体制の不当性を示す事態とはいい難い事を論じてきた．これらは事実上，マルクスの搾取理論の否定を意味しよう．だが，これまでの議論は私的所有関係を前提にして行ったものであり，私的所有関係それ自体のもつ意味への分析のメスは加えられて来なかった．しかしながら私的所有関係の存在は資本主義経済を特徴づける本質的な要素の一つである．それが果たして社会状態に関して不公正と判断せざるを得ないような状態を生み出す要因に成っているのか，そして果たしてその場合にマルクス的な労働搾取の存在が関連性をもつものなのか否か？その問題に最初に取り組んだ研究がRoemer(1982)であり，搾取と所有関係，及び，労資の権力関係に関する評価をめぐる，RoemerとBowles & Gintis等のラディカル派との論争も絡んで，80年代以降の数理マルクス経済学における一つのトピックになっていくのである[5]．

付論：転化問題に関する“New Solution”アプローチについて

以下，Lipietz(1982)に沿って転形問題に関する“New Solution”アプローチについて見て行こう．経済の技術体系を(A, L)としよう．行列Aが生産的であるという仮定を置くことにより，$X(A) := \{x \in \mathbf{R}^n_{++} \mid (I-A)x > 0\}$という集合は非空であり，従って，非負の純産出ベクトルの集合，$Y(A) := \{y \in \mathbf{R}^n_{++} \mid \exists x > 0, y = (I-A)x\}$は非空である．今，ある純産出ベクトル$y \in Y(A)$をニュメレール合成財(貨幣財)とする．そのとき，価格シンプレックスは以下の様に定義される：

$$\Delta(y) := \{p \in \mathbf{R}^n_+ \mid p \cdot y = 1\}$$

ここで$y \in Y(A)$所与の下で，ニュメレール合成財の労働価値はΛyで与えられる．ここで，任意の$y \in Y(A)$及び$p \in \Delta(y)$に関して，$\beta(y) := \frac{\Lambda y}{py} = \Lambda y$である事に注意しよう．Lipietz(1982)はさらに，以下の様にして，搾取率を定義する：名目賃金率$w \in \mathbf{R}_{++}$，及びニュメレール合成財yの労働価値$\beta(y)$の下で，労働者の搾取率は

$$e(w, y) := \frac{1-\beta(y) \cdot w}{\beta(y) \cdot w}$$

として与えられる．搾取率に関するこのような新たな定義に基づいて，Lipietz(1982)はマルクスの転化問題は容易に解決され得る事を以下のように示した．

マルクスの総計一致2命題への“New Solution” (Lipietz(1982))：*$\Lambda y = 1$となるようなニュメレール合成財$y \in Y(A)$を任意に選択しよう．このとき，所与の名目賃金率$w \in \mathbf{R}_{++}$の下で，ある価格体系$p \in \Delta(y)$が均等利潤率$\pi \in \mathbf{R}_+$を伴う生産価格体系であるとしよう．このとき，集計因子として$x = (I-A)^{-1}y$を選ぶ事によって，総価格＝総価値及び，総利潤＝総剰余価値，すなわち：*

$$px = \beta(y)x$$
$$\pi(pA + wL)x = e(w, y)\beta(y)wLx$$

が成立する．

ここで，$y \in Y(A)$は$\Lambda y = 1$という条件を満たすも

のとして選ばれており，$p \in \Delta(y)$ である事から，y の選出の仕方，すなわち x の選出の仕方，及び p の定義それ自体より，総価格＝総価値の関係が従う事を確認できよう．従って，示すべきは総利潤＝総剰余価値の関係である．

ところで，置塩(1977)や森嶋(1974)の研究によって明らかにされていたように，労働価値が財一単位当たり生産に直接，及び間接に投下される労働時間 Λ として定義される場合には，一般にマルクスの総計一致2命題は成立せず，従って，総価格＝総価値が成立するようにを選出した場合，その総利潤＝総剰余価値は成立しないはずであった．この問題を解決する為に森嶋(1974)は，任意の集計因子ではなく，フォン・ノイマン成長経路上の産出ベクトルを集計因子として選ぶ事によって，総計一致2命題が成立する事を示したのであった．

他方，ここでの Lipietz(1982)の議論では，労働価値を定義する際に，ある選出されたニュメレール合成財(貨幣財)y の一単位当たり生産に直接，及び間接に投下される労働時間 $\beta(y)$ を労働価値の価値標準と定め，これによって各商品の価値を測る事になる．搾取率もまたニュメレール合成財(貨幣財)の労働価値 $\beta(y)$ に基づいて定義されるわけであるが，そのような定義に基づく限り，集計因子をちょうど総価格＝総価値が成立するように任意に選んだとしても総利潤＝総剰余価値が成立する事を，Lipietz(1982)は示している．これが，転化問題に関する Lipietz の "New Solution" と言われるアプローチである．上記の命題における条件 $\Lambda y=1$ は，単に y をシンプレックス $\Delta(\Lambda):=\{y \in \mathbf{R}^n_+ \mid \Lambda \cdot y=1\}$ 上で選べと言っているだけであり，従ってかなり広い範囲での非負ベクトルの可能性を許している．そして，x は $(I-A)^{-1}y$ として定められるものとされているので，集計因子もまた極めて広い範囲で選択可能であると言ってよい．従って，Lipietz(1982)による転化問題の解決方法は，フォン・ノイマン成長経路上の産出ベクトルを集計因子として選ぶ事を要請する森嶋(1974)の方法に比して，一見，はるかに強い結果である様に見える．

しかし問題は，Lipietz(1982)の搾取率の定義が果たしてマルクス派の搾取概念をより適切に定式化したものとして評価できるか否かにある．第一に，Lipietz(1982)の搾取率の定義では，労働者の搾取率はニュメレール合成財(貨幣財)の選出の仕方に応じて，その値が可変的である．しかし，マルクスの本来意図した労働搾取の概念は，何が貨幣財として選出されるかという問題とは独立に定義づけられるものであった事は間違いない．この点だけからして，Lipietz(1982)の搾取率の定義はマルクス派の労働搾取の定義として疑わしいと見なす事ができよう．第二に，Lipietz(1982)の搾取率 $e(w, y)$ の定義より明らかに，彼の定義の下では $\beta(y)w=w\Lambda y$ が，労働者の一労働日当たりの必要労働時間を意味するものとなる．しかし，この $w\Lambda y$ がなぜ労働者の一労働日当たりの必要労働時間を意味する事ができるのかは，不明瞭である．なぜならば，y は貨幣財として自由に選ばれたものであり，いわゆる労働力再生産に不可欠な生存賃金バスケット $b \in \mathbf{R}^n_{++}$ とは全く無関係な概念である．

もっとも，貨幣財として特に $y=b$ を取れば，その場合，労働者の名目賃金率 w は実質賃金率 Ω と一致するので，$w\Lambda y$ は労働者の一労働日当たりの必要労働時間 $\Omega\Lambda b$ として解釈することが可能である．さらにもしこのときに，価格の集合を

$$\Delta(b, \Lambda):=\{p \in \mathbf{R}^n_+ \mid pb=\alpha\},\ \text{但し，}\ \alpha=\Lambda b$$

と定める事が許されるならば，やはりこの価格集合上で定義される生産価格及び均等利潤率に関して，総計一致2命題が成立する事を確認する事ができる．しかしこの $\Delta(b, \Lambda)$ のような価格集合は，$\alpha=1$ でない限り，b が貨幣財であるという仮定に矛盾している．b が貨幣財であるならば，$pb=1$ とならねばならないからである．また，労働者の名目賃金率 w が実質賃金率 Ω と一致すると想定できるのは一般に b が貨幣財である場合だけである．また，$y=b$ を取った上で，総利潤＝総剰余価値：

$$\pi(pA+wL)x = e(\Omega, b)\Omega\Lambda bLx,$$
$$\text{但し}\ x=(I-A)^{-1}b$$

という関係を Lipietz(1982)の定理の証明を適用して導出する為には，名目賃金率 w が実質賃金率 Ω と一致していなければならない．従って，b はやはり貨幣財として機能していなければならない．しかし b を貨幣財として，価格がシンプレックス $\Lambda(b)$ 上で定義される限り，総利潤＝総剰余価値という関係が偶々成立したとしても，総価格＝総価値が成立する保証はなくなる．なぜならば，$\Lambda b=1$ となる保証は一般にどこにもないからである．さらに $\Lambda b=1$ となる保証がないという事は，Lipietz(1982)の定理の前提条件が $y=b$ においてはそもそも満たされ

ない事を意味し，よって，定理の帰結を得られる保証がない事を意味する．ここで Λ は経済の技術体系から，生存賃金バスケットの値 b とは全く独立に，決定されるものであり，b もまたパラメーターである．よって，$\Lambda b=1$ とするべく調整する変数はどこにも存在しないのである．

かくして，$w\Lambda y$ を一労働日当たりの必要労働時間として解釈・定義した上で，Lipietz (1982) の定理を用いて，マルクスの総計一致2命題問題の解決を図るという可能性は絶たれた事になる．以上の議論より，Lipietz (1982) の "New Solution" は，マルクスの労働搾取の定義に基づいて，いわゆる転化問題の解決に成功したものと評価する事は出来ないと言えよう．転化問題の解で森嶋 (1974) のアプローチを超えるものは，依然として存在していないと言ってよい．

（一橋大学経済研究所）

数学付録

1. マルクスの総計一致2命題 (Morishima (1974)) の証明．

証明は以下の数学的レンマを用いる．

レンマ1：$n\times n$ 正行列 $M>0$ が与えられているとき，定差方程式，

$$x^{t+1}=Mx^t$$

を考える．このとき，任意の初期値 $x^0\geq 0$ からスタートして，各部門 $i=1,\Lambda,n$ に関して，$\mu_i^t=x_i^{t+1}/x_i^t$ と定めると，全ての $i=1,\Lambda,n$ に関して，

$$\lim_{t\to\infty}\mu_i^t=\mu(M).$$

但し，$\mu(M)$ は M のフロベニウス固有値である．また，$\lim_{t\to\infty}x^t$ が存在してそれは $\mu(M)$ に属するフロベニウス固有ベクトルとなる．

レンマ2：$n\times n$ 正行列 $M>0$ が与えられているとき，そのフロベニウス固有値 $\mu(M)>0$ が存在し，そのとき，

$$\lim_{t\to\infty}\left(\frac{1}{\mu(M)}M\right)^t=x\cdot p$$

但し，x は $\mu(M)$ に属する固有列ベクトル，p は $\mu(M)$ に属する固有行ベクトルであって，$px=1$ を満たす．

今，$M=A+bL$ とおくと，$L>0$ より $M>0$ となる．また，

$$1+e\frac{\Lambda bLx^t}{\Lambda Ax^t+\Lambda bLx^t}=\frac{\Lambda x^t}{\Lambda Mx^t}$$

である事より，産出水準の決定方程式を

$$x^{t+1}=\frac{\Lambda x^t}{\Lambda Mx^t}Mx^t$$

と定める．レンマ1より，全ての $i=1,\Lambda,n$ に関して，$\lim_{t\to\infty}\left(x_i^{t+1}\Big/\frac{\Lambda x^t}{\Lambda Mx^t}x_i^t\right)=\mu(M)$ となり，さらに $\lim_{t\to\infty}x^t=x$ となる事より，

$$x=\frac{\Lambda x}{\Lambda Mx}Mx$$

となる．ここで $\frac{\Lambda x}{\Lambda Mx}=1+e\frac{\Lambda bLx}{\Lambda Mx}$ であり，分解不能な非負行列の非負固有値問題の解はフロベニウス根だけであることから $\frac{\Lambda x}{\Lambda Mx}=\frac{1}{\mu(M)}$ であるので，結局

$$1+e\frac{\Lambda bLx}{\Lambda Mx}=1+\pi.$$

その結果，問題は

$$p^{t+1}=(1+\pi)p^tM$$

の iteration に還元される．
ここで，

$$(1+\pi)p^tM=(1+\pi)^t\Lambda M^t$$

であることと，レンマ2より，

$$\lim_{t\to\infty}(1+\pi)^t\Lambda M^t=\alpha\cdot p$$

但し $\alpha=\Lambda x$ である．ここで α は定数であるので，結局これで生産価格体系が導出されたことになる．ここで $p^{t+1}=(1+\pi)p^tM$ の両辺に固有ベクトル $x>0$ を乗ずれば

$$p^{t+1}x=(1+\pi)p^tMx$$

ここで $x=(1+\pi)Mx$ より，全ての $t=0,1,2,\Lambda$ に対して，$p^{t+1}x=p^tx$ が成立する事から，$\lim_{t\to\infty}p^tx=px=\Lambda x$ が成立する．同様に，全ての $t=0,1,2,\Lambda$ に

対して，$p^tMx=\Lambda Mx$ が成立していることから，

$$\lim_{t\to\infty}p^{t+1}x-p^tMx = px-pMx = \Lambda x-\Lambda Mx$$

ここで，$px-pMx=\pi pMx$ 及び，$\Lambda x-\Lambda Mx=e\Lambda bLx$ より，上式は総利潤＝総剰余価値を意味する． Q.E.D.

2. マルクスの価値法則の証明

i)について．今，$b>0$ を固定し，価格体系を $pb=1$ に基準化する．$e^*\in\mathbf{R}_+$ を任意に一つ与える．

$$\mathbf{W}:=[\Omega\in\mathbf{R}_+|e(\Omega)=e^*]$$

としよう．搾取率の定義式より，一般に $e(\Omega)=\frac{1}{\Omega\Lambda b}-1$ であることから，$\mathbf{W}$ は singleton set である事が解る．$\mathbf{W}$ の要素を今，$\Omega(e^*)$ としよう．e^* がある有限の非負値であることから $\Omega(e^*)$ は正数でなければならない．そのとき，A が分解不可能であることから拡大投入産出行列

$$M(e^*):=[A+\Omega(e^*)bL]$$

もまた，分解不可能な非負行列となる．かくしてペロン－フロベニウス定理により

$$(1+\pi(e^*))>0$$

及び，

$$p(e^*)=(1+\pi(e^*))[p(e^*)A+\Omega(e^*)L]$$

を満たす $p(e^*)>0$ が一意に決定する．ここで $\pi(e^*)$ の非負値性はマルクスの基本定理によって保証されている．

ii)について．$e(\Omega)$ の単調減少性は明らか．次に $\pi(e)$ の単調増加性について．$e(\Omega)$ の単調減少性より，$e>e^*$ は対応する $\Omega(e)<\Omega(e^*)$ を意味する．したがって $M(e)\leq M(e^*)$．そのとき，対応するフロベニウス根に関して M の分解不可能性より，$\mu(M(e))<\mu(M(e^*))$ となる事が知られている．$\pi=\mu(M)^{-1}-1$ の関係より，$\pi(e)>\pi(e^*)$ が導かれる． Q.E.D.

3. 一般化された商品搾取定理の証明

以下の議論では $L>0$，及び，A が分解不能かつ生産的であると仮定する．A が生産的とは $x>Ax$ となるようなベクトル $x>0$ が存在する事を意味する．今，労働者の実質賃金率を1に基準化して拡大投入産出行列を $M=A+bL$ で定めれば，経済が剰余生産物を生産可能であるとは，$x>Mx$ と成るようなベクトル $x>0$ が存在する事と定義される．

一般化された商品搾取定理は以下の2つのレンマを用いて証明される．

レンマ3：労働の搾取率が正である事と経済が剰余生産物を生産可能である事とは同値である．

レンマ4：任意の商品 $k\in\{1,\Lambda,n\}$ の搾取率が正である事と経済が剰余生産物を生産可能である事とは同値である．

レンマ3の証明：$e(b)>0\Leftrightarrow 1-\Lambda b>0$ である．$1-\Lambda b$ にある正のスカラーを右から乗ずると，

$$\begin{aligned}&Lx^*-\Lambda bLx^*>0\\ \Leftrightarrow\ &L(I-A)^{-1}(I-A)x^*-\Lambda bLx^*>0\\ \Leftrightarrow\ &\Lambda[I-(A+bL)]x^*>0.\end{aligned}$$

ここで $L>0$ と，A が分解不能かつ生産的である事から $(I-A)^{-1}>0$ であることにより，$\Lambda>0$．よって $[I-(A+bL)]x^*\geq 0$．また，$Lx^*>0$ より，$x^*\geq 0$．このとき，strong solvability の条件が成立するので，非負の逆行列 $[I-(A+bL)]^{-1}\geq 0$ が存在する．さらに

$$M=A+bL$$

は分解不能なので，$[I-(A+bL)]^{-1}>0$．

今，ある商品 j の生産プロセスでは，$x_j^*-M_jx_j^*=0$ と仮定しよう．$x^*\geq 0$ より，この事は $[I-M]_j=0$ を意味し，したがって $[I-M]=0$ となるが，これは strong solvability の条件が成立する事に矛盾．よって，$[I-M]x^*>0$．さらに，$[I-M]^{-1}>0$ より，$x^*>0$．すなわち，ある適当な $x^*>0$ に対して

$$[I-M]x^*>0$$

が成立した．

次に，ある適当な $x^*>0$ に対して $[I-M]x^*>0$ とすると，$\Lambda>0$ を左に乗ずることで

$$\Lambda[I-(A+bL)]x^*>0.$$

先の議論より，これは $e(b)>0$ に同値である．Q.E.D.

レンマ4の証明：任意の商品 $k\in\{1,\Lambda,n\}$ を選び，労働力商品も含めて諸商品の1単位の生産のために

直接間接に必要な商品 k の量を表記した $1\times(n+1)$ 型ベクトルを $\Psi=(v_1, \Lambda, v_k, \Lambda, v_n, v_{n+1})$ で表す．ここで $n+1$ は労働力商品の index とする．この Ψ を k 価値ベクトルといい，各商品の k 価値は

$$v_j = a_{kj} + \sum_{i\neq k,n+1} v_i a_{ij} + v_{n+1} L_j \quad \forall j \in \{1, \Lambda, n\} \quad (1)$$

$$v_{n+1} = b_k + \sum_{i\neq k,n+1} v_i b_i \quad (2)$$

(1)に(2)を代入すると，

$$\begin{aligned} v_j &= a_{kj} + \sum_{i\neq k,n+1} v_i a_{ij} + b_k L_j + \sum_{i\neq k,n+1} v_i b_i L_i \\ &= \sum_{i=1}^{n} v_i (a_{ij} + b_i L_j) + (1-v_k)(a_{kj} + b_k L_j) \quad (3) \end{aligned}$$

(3)をベクトル表示すると

$$\Psi = \Psi[A+bL] + (1-v_k)[A+bL]_k$$

ただし，$[A+bL]_k$ は $[A+bL]$ の第 k 行ベクトル．これを変形すると

$$\Psi[I-(A+bL)] = (1-v_k)[A+bL]_k \quad (4)$$

今，ある適当な $x^*>0$ に対して $[I-M]x^*>0$ とすると，M の分解不能性より，$[I-M]^{-1}>0$ が存在．この逆行列を(4)式の両辺に右から乗ずれば，

$$\Psi = (1-v_k)[A+bL]_k(I-M)^{-1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\Psi}{(1-v_k)} = [A+bL]_k(I-M)^{-1}>0$$

ここで $v_k=1$ ならば，$\Psi=0$ となり，これは $v_k=1$ に矛盾．$v_k>1$ ならば，$\Psi<0$ となり，これまた $v_k>1$ に矛盾．よって $1-v_k>0$，$\Psi>0$ が成立する．$1-v_k>0$ は商品 k の正の搾取の存在を意味する．

逆に $1-v_k>0$，$\Psi\geq 0$ のとき，$[A+bL]_k>0$ であるから(4)式より weak solvability と Hawkins-Simon 条件の同値性より，$[I-(A+bL)]^{-1}\geq 0$ が存在する．このときある正のベクトル $c>0$ をとって左から乗ずると $[I-(A+bL)]^{-1}c>0$ とならなければならない．もし $[I-(A+bL)]^{-1}c$ がゼロ成分をもつとするとそれは対応する $[I-(A+bL)]^{-1}$ の行ベクトルがゼロベクトルであることを意味するがそれは $[I-(A+bL)]^{-1}$ の行列式がゼロになることを意味し，矛盾である．ここで

$$x^* = [I-(A+bL)]^{-1}c$$

とすれば，$x^*>0$ に対して $[I-M]x^*>0$ となる．Q.E.D.

一般化された商品搾取定理の証明：レンマ 3 とレンマ 4 より，正の労働搾取と任意の商品の正の搾取の存在とは同値である．かくして，マルクスの基本定理より，正の利潤の必要十分条件は任意の商品の正の搾取の存在である． Q.E.D.

4. Lipietz(1982)の “New Solution” による総計一致 2 命題の証明：最初に，各所与の名目賃金率及び任意の貨幣財に対して，必ず生産価格体系が一意に存在する事を確認する事から始めよう．

$p\in\Delta(y)$ を均等利潤率を伴う生産価格体系であるとしよう：

$$p = (1+\pi)[pA + wL].$$

$wL>0$ であるので，$p>(1+\pi)pA$，従って $p>0$ である．これは $[I-(1+\pi)A]^{-1}>0$ が存在して，

$$p = (1+\pi)wL[I-(1+\pi)A]^{-1}$$

となる事を意味する．定義より $p\in\Delta(y)$ なので，

$$1 = (1+\pi)wL[I-(1+\pi)A]^{-1}y$$

である．$\beta(y)=\Lambda y$ である事から，

$$\Lambda y = \beta(y)(1+\pi)wL[I-(1+\pi)A]^{-1}y$$

が成立する．搾取率 $e(w, y)$ の定義より，

$$\Lambda y = (1+\pi)\left(\frac{1}{1+e(w, y)}\right)L[I-(1+\pi)A]^{-1}y$$

となる．ここで $e(w, y)\geq 0$ より，もし $\pi=0$ ならば，

$$\Lambda y \geq (1+\pi)\left(\frac{1}{1+e(w,y)}\right)L[I-(1+\pi)A]^{-1}y$$

となる．さらに

$$1+\pi\left(\frac{1}{1+e(w,y)}\right)L[I-(1+\pi)A]^{-1}y$$
$$=(1+\pi)\left(\frac{1}{1+e(w,y)}\right)L\sum_{n=0}^{\infty}[(1+\pi)^n A^n]$$

である事から，

$$\lim_{\pi\to\infty} 1+\pi\left(\frac{1}{1+e(w,y)}\right)L[I-(1+\pi)A]^{-1}y=\infty$$

となる．ところで，関数

$$(1+\pi)\left(\frac{1}{1+e(w,y)}\right)L[I-(1+\pi)A]^{-1}y$$

は π に関して連続かつ強単調増加であるので，中間値の定理より，ある一意の $\pi^*=\pi(w,y)\geq 0$ が存在して，

$$\Lambda y = (1+\pi^*)\left(\frac{1}{1+e(w,y)}\right)L[I-(1+\pi^*)A]^{-1}y$$

となる．よって，$\pi=\pi^*$ とならなければならず，生産価格体系もある一意の価格ベクトル $p^*=p(w,y)$ が存在して，このとき

$$p^* = (1+\pi^*)wL[I-(1+\pi^*)A]^{-1}$$

が成立する．かくして $p\in\Delta(y)$ は p^* でなければならない．以上で，各所与の名目賃金率 w 及び任意の貨幣財 y に対して，必ず生産価格体系が一意に存在する事を確認できた．

次に $\beta(y)=\Lambda y=1$ であるときに総利潤＝総剰余価値という関係が確かに得られる事を示そう．今，$p^*=(1+\pi^*)[p^*A+wL]$ であるとしよう．このとき，$x=(I-A)^{-1}y$ に関して，

$$p^*x = (1+\pi^*)[p^*A+wL]x$$

である．これは $1=\pi^*[p^*A+wL]x+wLx$ を意味する．かくして，

$$\pi^*[p^*A+wL]x = \Lambda y - wLx = Lx - wLx$$
$$= (1-w)Lx$$

である．今，$\beta(y)=\Lambda y=1$ である事から，

$$(1-w)=e(w,y)\beta(y)w$$

である．かくして，

$$\pi^*[p^*A+wL]x = e(w,y)\beta(y)wLx$$

が成立する． Q.E.D.

注

1)　今，経済が収穫一定なレオンチェフ体系 (A,L) からなるものとすれば，古典派の自然価格体系は
$$p = (1+\pi)pA+wL$$
で書き表せる．いま，投入産出行列 A が生産的で分解不可能であると仮定すれば，上式は以下の様に書き表すことが出来る．
$$p = wL\left[\sum_{k=0}^{\infty}(1+\pi)^k A^k\right]$$
ここで両辺を w で割れば，価格体系が労働を単位として評価されていることを意味する．ここでもし利潤率 $\pi=0$ ならば，上式は
$$p_w = L\left[\sum_{k=0}^{\infty}A^k\right] = L[I-A]^{-1}$$
となり，この最右辺の式は労働価値ベクトル Λ に等しいことから，労働価値によって自然価格体系が決定されるという古典派の主張が得られる．

2)　生産価格体系が，
$$p = (1+\pi)p[A+bL]$$
であるとき，ペロン‐フロベニウス定理より，以下の様な性質を満たす $x\in\mathbf{R}^n_{++}$ が存在する．

$$x = (1+\pi)[A+bL]x$$

この式の両辺に Λ を乗じると，

$$\Lambda x-[\Lambda Ax+\Lambda bLx] = \pi[\Lambda Ax+\Lambda bLx]$$

ここで搾取率の定義式より，$(1+e)\Lambda b=1$ であることから，
$$[\Lambda-(\Lambda A+\Lambda bL)]x = e\Lambda bLx$$
かくして，$\pi=e\dfrac{\Lambda bLx}{\Lambda Ax+\Lambda bLx}$ が得られる．また，この方程式より，マルクスの基本定理が成立していることも同時に確認されよう．

3)　Roemer(1982：ch. 5)は別の観点から，搾取の森嶋流不等式アプローチを批判している．それは，搾取率の定義に要する，実質賃金バスケットの労働価値を，フォンノイマン均衡価格の下で採用され得る産出ベクトル

と全く無関連に定義することへのものであった．Roemer(1982：ch. 5)は，実質賃金バスケットの労働価値はむしろ，フォンノイマン均衡価格の下で採用され得る産出ベクトルの集合の中から，実質賃金バスケットの生産に必要な労働量を最小化するものを選ぶ事によって，労働価値を定義すべきと主張した．その場合，労働価値の決定は均衡価格の決定に論理的に依存してなされることになる．つまりもはや価値決定を均衡価格決定の論理的前提条件とする転化理論は全く存在する余地がなくなる．Roemerはこれこそがマルクス転化論へのもっとも根源的な批判を意味すると主張した．筆者は2000年12月にYale大学にRoemerを訪ねた際，直接その見解を耳にする機会を得た．

4）このフォンノイマン経済体系の均斎成長解が存在する事に関してはMorishima(1969)を見よ．

5）80年代以降の数理マルクス経済学の展開については，吉原(1998，1999)を参照の事．

参 考 文 献

置塩信雄(1977)『マルクス経済学：価値と価格の理論』筑摩書房．

吉原直毅(1992)「現代経済学の観点からの搾取理論」，一橋大学大学院修士論文．

吉原直毅(1998)「搾取と階級の一般理論」，ISER Discussion Paper, The Institute of Social and Economic Research, Osaka University, No. 458.

吉原直毅(1999)「搾取と階級の一般理論」，高増明・松井暁編『アナリティカル・マルキシズム』ナカニシヤ出版，pp. 66-85.

Bowles, S. and H. Gintis (1981) "Structure and practice in the labor theory of value," *Review of Radical Political Economics*, Vol. 12, No. 4, pp. 1-26.

Lipietz, A. (1982) "The So-Called 'Transformation Problem' Revised," *Journal of Economic Theory*, Vol. 26, No. 1, pp. 59-88.

Marx, K. (1867) : *Das Kapital, Volume I, II, III* Diez Verlag, Berlin.
マルクス『資本論』，『マルクス＝エンゲルス全集』第23a，b，24，25a，b巻，大月書店，1965-1967年．

Morishima, M. (1969) *Theory of Economic Growth*, Oxford Univ. Press. Oxford.

Morishima, M. (1973) *Marx's Economics : A Dual Theory of Value and Growth*, Cambridge Univ. Press, Cambridge.
森嶋道夫『マルクスの経済学』高須賀義博訳，東洋経済新報社，1974年．

Morishima, M. (1974) "Marx in the Light of Modern Economic Theory," *Econometrica*, Vol. 42, No. 4, pp. 611-32.

Morishima, M. and F. Seton (1961) "Aggregation in Leontief Matrices and the Labour Theory of Value," *Econometrica*, Vol. 29, No. 2, pp. 203-20.

Okishio, N. (1963) "A Mathematical Note on Marxian Theorems," *Weltwirtschaftliches Archiv*, Vol. 91, No. 2, pp. 287-99.

Roemer, J. E. (1980) "A General Equilibrium Approach to Marxian Economics," *Econometrica*, Vol. 48, No. 2, pp. 505-30.

Roemer, J. E. (1981) *Analytical Foundation of Marxian Economic Theory*, Cambridge Univ. Press, Cambridge.

Roemer, J. E. (1982) *A General Theory of Exploitation and Class*, Harvard Univ Press, Cambridge.

Roemer, J. E. (1985) "Should Marxists be interested in exploitation?" in *Analytical Marxism*, ed. J. E. Roemer, pp. 260-282, Cambridge Univ. Press, Cambridge.

Roemer, J. E. (1988) Free to Lose : An Introduction to *Marxist Economic Philosophy*, Harvard Univ Press, Cambridge.

Samuelson, P. (1982) "The normative and positive inferiority of Marx's vales paradigm," *Southern Economic Journal*, Vol. 49, No. 1, pp. 11-18.

Steedman, I. (1977) *Marx after Sraffa*, London : New Left Books.