

日本の利子率の期間構造分析

——消費資産価格モデルの再検討——

福田 祐 一

I 序

利子率の期間構造分析では、長期利子率の変動が短期利子率の期待値の変動に起因するという期待仮説の検証が、重要なテーマとなってきた。期待仮説は、今日まで、Shiller(1979), Singleton(1980), Shiller, Campbell and Shoenhorz(1983), Mankiw and Summers(1984), Campbell and Shiller(1987), 鹿野(1984)等によって検証されてきたが、そのほとんどがこの仮説に否定的である。このことは、長期利子率の変動が、短期金利の期待値のみならずリスクプレミアムの変動に大きく起因するということを含意している。そこで最近では、時間によって変化するリスクプレミアムを考慮した期間構造分析が試みられている。具体的には、Backus, Gregory and Zin(1989), Lee(1989), Saylor(1990)等において、Lucas(1978), Breeden(1979)等によって展開された消費資産価格モデルにより、現実の期間構造が説明できるかどうかを検証されている。これらの多くは、消費資産価格モデルに否定的な結論を得ている¹⁾。

日本における消費資産価格モデルによる期間構造分析は、白川(1987)によって試みられている。白川(1987)は、Shiller(1979)等によって考察された分散制約テストを用い、消費資産価格モデルの検証をおこなっている。白川(1987)の検証の結果は、消費資産価格モデルから導出されるリスクプレミアムの分散が裁定条件と整合的な分散最小値を上回るというものである。このことは、欧米の結果とは対照的に、日本の利子率の期間構造に関しては消費資産価格モデル

が棄却されないことを示している。

しかし、白川(1987)の研究をみる際には、以下で述べる3つの問題点に注意を払うことが必要と考えられる。そこで、本稿の目的は、これらの点に新たな考慮を払うことによって、消費資産価格モデルの妥当性の問題を再検討することである。

第1の問題点は、白川(1987)の明らかにしていることが消費資産価格モデルの含意する1つの弱い必要条件である分散制約を肯定しているにすぎないということである。この結果で、消費資産価格モデルが妥当すると断定するのは、危険である。統計的検定理論の基本的な議論によれば、帰無仮説が棄却されないことは、棄却されることよりもはるかに弱い意味しかもっていない。いいかえると、白川(1987)の分析では、別の必要条件が否定されることにより、白川(1987)とは逆の結論が得られる可能性を否定しきれていない。この問題点に対処するために、本稿では白川(1987)とは異なった手法により消費資産価格モデルの検証をおこなう。具体的には、Lee(1989)の用いた消費資産価格モデルから導出されるオイラー方程式を推定する手法により、モデルを検証する。この手法は、推定されたパラメータが妥当な範囲内にあるかどうかと、推定式の制約が満たされるかどうかによって検証するというものである。

第2の問題点は、検証に用いるデータの定常性に関してである。データが定常でないときには、多くの統計的推定検定方法に問題が生じることが明らかにされている。そして、Nelson and Plosser(1982)等の研究では、多くのマクロ変数の時系列が定常でない可能性の高いこと

が明らかにされている。これらの結果にも拘わらず、従来の日本における利子率の期間構造分析では、データが定常であると仮定し、非定常から生じる問題を看過してきたといつてよい。そこで本稿ではまず、Phillips(1987)の方法による単位根の検定を、推定に使用するデータに適用する。そして、非定常の問題が発生する可能性のある場合には、その問題を回避した手法により、モデルの検証を試みる。

第3の問題点は、検証に用いるデータに関してである。鹿野(1984)、白川(1987)等、多くの日本の利子率の期間構造の研究には、利付債の複利利回りが用いられてきた。本来、利子率の期間構造の実証分析に用いるべきデータは、割引債の割引率である。そのことに加え、利付債の複利利回りには、クーポン効果のあることが、Buse(1970)等によって明らかにされている。このため最近の釜江(1990)等の期間構造分析には、クーポン効果から独立な割引債の割引率であるスポットレートが用いられている。本稿でも、この利付債の複利利回りの問題点が消費資産価格モデルの検証結果に影響することを避けるため、福田(1991a)で計算されたスポットレートを用いる。

本稿は以下のように構成される。II節では、本稿で検証される消費資産価格モデルから得られるオイラー方程式と、そこから導出されるリスクプレミアムの決定式が示される。そして、非定常性の問題点に対処するために、データが定常の場合の推定式と、非定常の場合の推定式の2種類が提示される。III節では、データに関する説明が行われる。本稿では、残存期間が6年、7年、8年、9年、9.5年の国債で、保有期間を3カ月と6カ月としたときの期間構造が分析の対象とされる。またIII節では、Phillips(1987)のZテストによって、単位根の検定が行われる。この結果として、保有期間3カ月の場合はデータが定常であるのに対し、保有期間6カ月の場合はデータが非定常の可能性があることが示される。IV節では、オイラー方程式の推定方法とその結果が説明され、白川(1987)とは対照的に、消費資産価格モデルに対して否

定的な結果が得られる。V節では、この標本期間に白川(1987)の分析方法である分散制約テストを用いて、モデルの検証が試みられ、IV節とは異なり消費資産価格モデルを棄却できないという結果が得られる。その後で、消費資産価格モデルを満たさなくとも、分散制約テストが満たされる簡単な金利と消費の確率過程が提示され、分散制約テストがタイプ2のエラーを生じる可能性のある検証方法であることが示される。最後にVI節では、消費資産価格モデルによって現実の期間構造を説明することはできないという結論が述べられ、今後モデルを拡張することが必要であることが述べられる。

II 推定モデル

II節では、Lucas(1978)等によって定式化された消費資産価格モデルに基づいて、利子率の期間構造におけるリスクプレミアムの導出を行う。

本稿のモデルは、LeRoy(1984)、Campbell(1986)、Lee(1989)、Backus et al.(1989)、Salyer(1990)等と同様に、代表的個人の効用最大化問題から導出される。 C_t を t 期の実質消費、 $E[\cdot|\Omega_t]$ を t 期に利用可能な情報 Ω_t のもとでの数学的期待値、 β をこの消費者の主観的割引率とし、この代表的個人の効用関数を、

$$(1) \quad U = E \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i [(C_t^{1-a} - 1) / (1-a) | \Omega_t]$$

のような時間に関して加法分離的で相対的危険回避度一定のものとする。ここで、期待は合理的期待を仮定し、 $0 < \beta < 1$ とする。

j は保有期間を示すものとし、保有期間中の債券の売却はできないと仮定する。この代表的個人は、 t 期首において $t-j$ 期から持ち越してきた安全資産(S_{t-j})と危険資産(B_{t-j})を保有している。ここで安全資産とは、将来の価格(満期償還価格は1とする)が事前に確定している資産とする。一方危険資産とは、将来の価格に関する不確実性のある資産で、それ以外の不確実性(例えばデフォルト等)は存在しないものと仮定する。危険資産は t 期末に1単位あたり価格 Q_{bt} で売却され、安全資産は t 期末に満期を

迎え償還が行われる。そして代表的個人は、この所得をもとに、 t 期の実質消費(C_t)と、 $t+j$ 期まで保有する安全資産(S_t)と危険資産(B_t)の量を決定する。以上より、この代表的個人が直面する予算制約式は

$$(2) \quad P_t C_t + Q_{bt} B_t + Q_{st} S_t = Q_{bt} B_{t-j} + S_{t-j}$$

となる。ここで、 P_t は t 期の物価水準とする。

(2) 式の制約の下で (1) 式を最大化し、インフレ率を

$$1 + \pi_t^{(j)} \equiv P_{t+j}/P_t,$$

安全資産、危険資産の収益率を

$$Q_{bt+j}/Q_{bt} \equiv 1 + H_t^{(j)},$$

$$1/Q_{st} \equiv 1 + R_t^{(j)}$$

とすると、

$$(3) \quad \beta^j E_t[(C_{t+j}/C_t)^{-a}\{(1+H_t^{(j)})/(1+\pi_t^{(j)})\}]\equiv 1$$

$$(4) \quad \beta^j E_t[(C_{t+j}/C_t)^{-a}\{(1+R_t^{(j)})/(1+\pi_t^{(j)})\}]\equiv 1$$

という 2 つの 1 階条件(オイラー方程式)を得ることができる。なお、 $E_t \equiv E[\cdot | \Omega_t]$ とし、2 階の条件はみたされているものと仮定する。

(3)、(4) 式を推定式の形に書き直すと、

$$(5) \quad \beta^j [(C_{t+j}/C_t)^{-a}\{(1+H_t^{(j)})/(1+\pi_t^{(j)})\}] + \eta_t^H = 1$$

$$(6) \quad \beta^j [(C_{t+j}/C_t)^{-a}\{(1+R_t^{(j)})/(1+\pi_t^{(j)})\}] + \eta_t^R = 1$$

が得られる。ここで、 η_t^H, η_t^R はそれぞれの方程式の誤差項とする。

次に、(3)、(4) の 2 式を、条件付き共分散を用いて展開し整理すると、

$$(7) \quad E_t H_t^{(j)} - R_t^{(j)} = -\text{COV}_t(S_t^{(j)}, 1+H_t^{(j)})/E_t(S_t^{(j)})$$

が得られる。ここで、

$$S_t^{(j)} \equiv (C_{t+j}/C_t)^{-a}/(1+\pi_t^{(j)}) \text{ とする。}$$

(7) 式は、長期の危険資産に投資する場合の一定期間の期待保有期間収益率と安全資産の収益率の差、すなわちリスクプレミアム(保有期間プレミアム)が、実質単位の異時点間の消費の限界代替率と危険資産の保有期間収益率の条件付き共分散のマイナスと、実質単位の消費の限界代替率の条件付き期待値の比で示されることを意味している²⁾。(7) 式はまた、Mankiw

and Shapiro(1986)や Ogawa(1987)等で、株式のデータを用いて検証が試みられた Consumption CAPM の公式の 1 種でもある。

白川(1987)の消費資産価格モデルの検証は、(7) 式からリスクプレミアムの分散を計算し、それをテストするものである(詳細は IV 節を参照)。本稿で用いる検証手法は、(5)、(6) 式の 2 つのオイラー方程式を Hansen(1982)、Hansen and Singleton(1983)による GMM によって推定するものである。オイラー方程式は、将来時点の期待値を取っているために、誤差項に自己相関と時間に依存した形で分散不均一が生じ、さらに内生性の問題も発生する。GMM は、この 3 つの問題点を克服する推定方法である。このため、Lee(1989)等、最近の合理的期待を仮定する資産価格モデルの実証研究では広く、GMM 推定が用いられている。しかし、GMM 推定が意味をもつためには、データが定常であることが必要とされる。しかし最近、Nelson and Plosser(1982)等によって、多くのマクロ経済変数の時系列が単位根を持つことが指摘されている。非定常性の問題は、日本の利子率の期間構造の研究では全く無視されてきた。さらに、本稿と同じくオイラー方程式を GMM で推定している Lee(1989)等でも、データの定常性を仮定している。以上の問題点を考慮するため本稿では、データに対し定常性の検定を試み、定常性が満たされている時のみ (5)、(6) 式のオイラー方程式を GMM で推定する。

定常性の検定によってデータが非定常である可能性が示された場合には、追加的な 2 つの仮定を加えて、オイラー方程式の推定を試みる。第 1 に (3)、(4) 式の期待値の中の変数が多変量対数正規分布に従うことを仮定する。第 2 に (7) 式で示されるリスクプレミアムの共分散(期待値の中の変数の 2 次のモーメント)が時間に依存しないことを仮定する。この 2 つの仮定より (3)、(4) 式は

$$(8) \quad j \log \beta - a E_t \log(C_{t+j}/C_t) + E_t \log(1+H_t^{(j)}) - E_t \log(1+\pi_t^{(j)}) + (1/2) \sigma H_{ct} = 0$$

$$(9) \quad j \log \beta - a E_t \log(C_{t+j}/C_t) + E_t \log(1+R_t^{(j)}) - E_t \log(1+\pi_t^{(j)}) + (1/2) \sigma R_{cr} = 0$$

と変形できる。ここで、 σ_i は i の分散、 σ_{ij} は ij の共分散とし、 σH_{ch} は $a^2\sigma_c + \sigma_h + \sigma\pi - 2a\sigma_{ch} + 2a\sigma_{pc} - 2\sigma\pi_h$ 、 σR_{cR} は $a^2\sigma_c + \sigma_R + \sigma\pi - 2a\sigma_{cR} + 2a\sigma_{pc} - 2\sigma\pi_R$ を示す。また σ_c 等の c は消費の成長率を示している。さらに、(8)、(9)式の1階の階差をとると、

$$(10) \quad dE_t \log(1 + \pi_{t+1}^{(j)}) - dE_t \log(1 + H_{t+1}^{(j)}) = -a\{dE_t \log(C_{t+j}/C_t)\}$$

$$(11) \quad dE_t \log(1 + \pi_{t+1}^{(j)}) - dE_t \log(1 + R_{t+1}^{(j)}) = -a\{dE_t \log(C_{t+j}/C_t)\}$$

となる。ここで、 d はその後の変数の階差をとることを示す。(10)、(11)式では、もとの変数が単位根を持っていたとしても、1階の階差を取ったものが単位根を持たなければ、推定に用いる変数は定常的となる。ここで(10)、(11)式を推定式の形に書き直すと、

$$(12) \quad d \log(1 + \pi_{t+1}^{(j)}) - d \log(1 + H_{t+1}^{(j)}) = -a\{d \log(C_{t+j}/C_t)\} + \eta^{dH}_t$$

$$(13) \quad d \log(1 + \pi_{t+1}^{(j)}) - d \log(1 + R_{t+1}^{(j)}) = -a\{d \log(C_{t+j}/C_t)\} + \eta^{dR}_t$$

となる。この2式が、データが非定常の可能性のある場合の推定式である。ここで η^{dH}_t と η^{dR}_t は、それぞれの式の誤差項である。

III データに関する考察

III 節では、本稿で用いたデータについて説明を行う。そして、利付債の複利利回りとスポットレートの違いについて説明する。その後で、単位根の検定を行う。

1 利付債の複利利回りをを用いることの問題点

鹿野(1984)、白川(1987)等、従来の利子率の期間構造の検証では、利付債の複利最終利回りが用いられてきた。しかし、Buse(1970)、小峰(1985)等によって、利付債の複利最終利回りをを用いることの問題点が指摘されている。それは、債券価格が価格決定式通りにしたがって決まり、価格決定要因であるスポットレート(割引率)が変化しなくとも、クーポンレートが変化することにより複利最終利回りが変化するというものである。このことをクーポン効果と呼ぶ³⁾。

また、元来、利子率の期間構造分析とは、残存期間の異なる債券の割引率の関係を分析する

ものである。このため、割引債を分析対象とするのがよい。

以上の2つの理由により、期間構造分析には、割引債の複利利回りであるスポットレートを用いるべきである。このため、釜江(1990)等の最近の期間構造分析では、スポットレートを用いている。

2 データ

(1) 国債の保有期間収益率の計算

本稿では、以上の理由により国債の保有期間収益率の計算に、福田(1991a)で推定されたスポットレートを用いる⁴⁾。スポットレートは、1981年8月から1989年11月まで月次(月末値)で、半年ごとに0.5年物から9.5年物まで推定される。本稿では分析対象を残存期間の比較的長い債券に絞るため、保有期間収益率は残存期間6年、7年、8年、9年、9.5年の国債について計算される。また、国債の保有期間は3カ月、6カ月とする。なお、ここでは離散時間モデルを考え1期を0.5年とするので、以下において、保有期間3カ月の場合は $i=0.5$ となり、保有期間6カ月の場合は $i=1$ となる。これは国債の利払いのタイミングに合致させるためである。

保有期間収益率は以下のように計算される。まず、割引債の価格決定式である

$$(14) \quad P(b)_s = 100 / (1 + SR(b)_{2s})^{2s}$$

を用いて、 b 時点の s 年物のスポットレートから残存期間 s 年の割引債の価格 $(P(b)_s)$ を計算する。ここで、時点は年単位ではかっている。次に、保有期間3カ月の場合の $b+0.25$ 時点における残存期間 $s-0.25$ 年の割引債の価格 $(P(b+0.25)_{s-0.25})$ を、

$$(15) \quad P(b+i/2)_{s-i/2} = 100 / (1 + SR(b+i)_{2s})^{2s-1}$$

の $SR(b+i)_{2s}$ に対し、 $b+0.25$ 時点の s 年物のスポットレートを代入して求める。また、保有期間6カ月の場合の $b+0.5$ 時点における残存期間 $s-0.5$ 年の割引債の価格 $(p(b+0.5)_{s-0.5})$ を、(15)式の $SR(b+i)_{2s}$ に、 $b+0.5$ 時点の $s-0.5$ 年物のスポットレートを代入して求める。なお、100は満期償還価格とする。

次に、以上で計算された割引債の価格から、

$$(16) \quad 1+H(b)_{st} = P(b+i/2)_{s-i/2}/P(b)_s$$

を用いて、 b 期から残存期間 s 年の割引債を i 期間保有した時の保有期間収益率 $(1+H(b)_{st})$ を計算する。なお、3 カ月の保有期間収益率は、スポットレートが計算可能な 1981 年 8 月から 1989 年 8 月までを計算する。6 カ月の保有期間収益率は、1981 年 8 月から 1989 年 5 月までを計算する。

(2) その他のデータ

3 カ月の安全資産の収益率は、3 カ月物現先金利を用いる。白川(1987)等は、6 カ月の安全資産の収益率として 3 カ月物現先金利を 2 乗して用いていた。しかし、この方法では国債の保有期間収益率の持つ情報区間と、短期金利の持つ情報区間が一致しないため、このデータを用いてオイラー方程式を推定すると、誤差項に自己相関が生じる。本稿では、この情報区間の不一致を回避するため、6 カ月の安全資産の収益率に、0.5 年物のスポットレートを用いる。現先金利は、『経済統計月報』(日本銀行)の 3 カ月

物現先金利の月末値を使用する。

名目消費には、『家計調査報告』(総務庁統計局)の名目全国全世帯消費支出を用い、物価水準には『物価統計月報』(総務庁統計局)の消費者物価指数(総合)を用いる。そして実質消費は、名目消費を物価水準でデフレートしたものを、インフレ率は、物価水準の変化率を用いる。

3 単位根の検定

ここでは、推定に使用するデータの定常性のテストを、Phillips(1987)によって提示された Z テストと、このテストを拡張した Perron(1989)のテスト⁵⁾を用いて行う⁶⁾。この理由は、 Z テストが分散不均一と誤差項の相関を許す方法であるからである。単位根の検定は、保有期間収益率、消費の成長率、インフレ率、短期金利について、それぞれ 3 カ月と 6 カ月のデータについて行う⁷⁾。

計算された Z_a 検定量と Z_t 検定量は表 1-1 にまとめられている。ここで、 Z_a 検定量とは標本数を使った検定量で、 Z_t 検定量とは t 値

表 1-1 Z テストの結果

LAG=4			LAG=8		
保有期間 3 カ月	Za-TEST	Zt-TEST	Za-TEST	Zt-TEST	
6 年物	***-31.316	***-4.2747	** -18.855	***-3.5166	
7 年物	***-31.708	***-4.4131	** -18.702	***-3.6955	
8 年物	***-33.159	***-4.5853	** -18.21	***-3.8476	
9 年物	***-35.423	***-4.6363	** -18.705	***-3.7475	
9.5 年物	***-35.971	***-4.6987	** -19.149	***-3.8326	
現先金利	-3.1077	-1.4646	-2.6784	-1.4031	
インフレ率	***-34.892	***-5.404	***-36.472	***-5.446	
消費	***-105.15	***-11.719	***-100.42	***-11.913	

LAG=4			LAG=8		
保有期間 6 カ月	Za-TEST	Zt-TEST	Za-TEST	Zt-TEST	
6 年物	***-23.152	***-3.5495	* -13.45	* -2.796	
7 年物	***-25.556	***-3.7529	** -14.667	** -2.9575	
8 年物	***-28.1	***-3.9065	** -14.517	** -2.9284	
9 年物	***-29.176	***-3.9694	** -14.546	** -2.9229	
9.5 年物	***-30.65	***-4.0905	** -14.455	** -2.9657	
短期金利	-3.7575	-1.8919	-3.4296	-1.8912	
インフレ率	***-35.939	***-4.7221	***-34.601	***-4.6551	
消費	***-99.554	***-9.3617	*** 99.652	***-9.3628	

注: *** 有意水準 1% で有意。

** 有意水準 5% で有意。

* 有意水準 10% で有意。

ただし、有意水準は Fuller(1976)による。

LAG 本稿の分散などを計算する際の 1 を示す(Phillips(1987))。

図1 3カ月物現先金利 標本期間：1981年9月—1989年9月

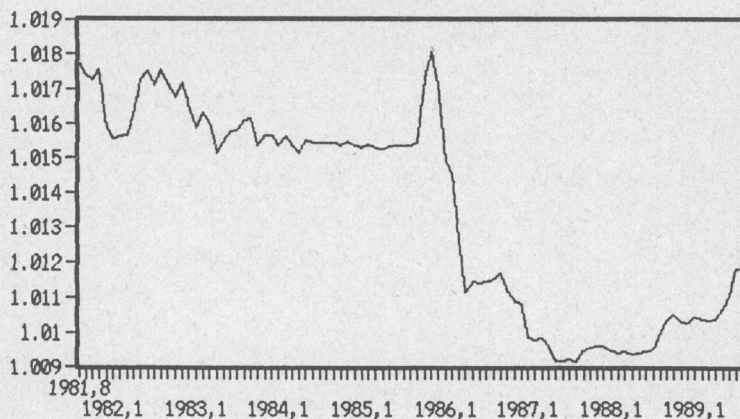
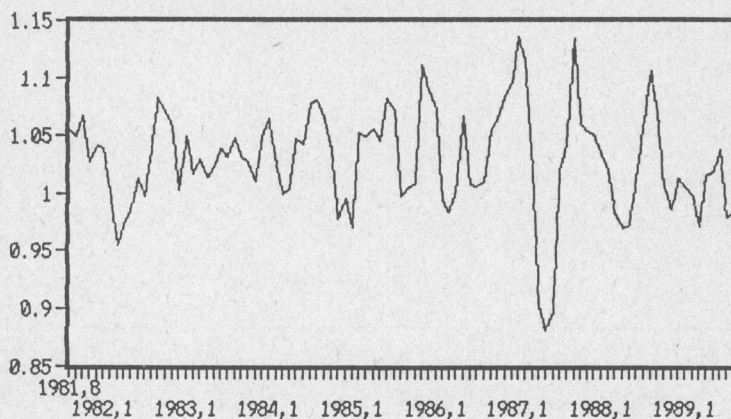


図2 9.5年物国債の3カ月保有期間収益率 標本期間：1981年8月—1989年8月



を使った検定量である⁸⁾。消費、インフレ率、保有期間収益率については、全ての場合で単位根の仮説は棄却され、消費とインフレ率と保有期間収益率は定常であると判断できる。しかし、3カ月物現先金利と0.5年物のスポットレートについては、単位根の仮説は棄却されない。

この理由を考察するために、図1に3カ月物現先金利を、図2に残存期間9.5年国債の3カ月の保有期間収益率の時系列を示している。これによると、1986年初めからの金融緩和時において、短期金利が低下している。この事実から、短期金利について単位根の仮説が棄却できないのは、1986年初期から3カ月物現先金利と0.5年物のスポットレートの平均に構造変化が生じているためであると考えられる。

そこで、構造変化を考慮した単位根の検定で

あるPerron(1989)の方法を用いる。Perron(1989)は、ダミー変数を含めて単位根の検定を行った場合、 Z_a, Z_t の2つの検定量がFuller(1976)の分布には従わないことを示し、この場合の経験分布を提示している。そこで本稿では、Perron(1989)の示した分布を用いて、平均に構造変化のある場合の単位根の検定を行う。構造変化の時期を、3カ月物現先金利の場合は1986年3月とし、0.5年物スポットレートの場合は1986年4月として計算された Z_a, Z_t 検定量が、表1-2にまとめられている。この結果、平均についての構造変化を考慮すると3カ月物現先金利については単位根の仮説は棄却される。しかし、0.5年物のスポットレートについては、構造変化をいれても、単位根の仮説は棄却されない。

この結果から、保有期間6ヶ月の場合は線形

表 1-2 ダミー変数付きの Z テストの結果

	LAG=4		LAG=8	
	Za-TEST	Zt-TEST	Za-TEST	Zt-TEST
3 カ月現先金利				
1986. MAR	** -28.642	*** -4.8687	* -24.534	*** -4.7756
6 カ月短期金利				
1986. APR	-16.389	-3.1718	-13.827	-2.9826

注： 有意水準の記号や LAG の意味は表 1-1 と同様。

ただし、有意水準は Perron(1989)による。

金利の下月からダミー-1をいれる。

表 1-3 2 重単位根の Z テストの結果

	LAG=4		LAG=8	
	Za-TEST	Zt-TEST	Za-TEST	Zt-TEST
6 カ月短期金利	*** -89.912	*** -9.1338	*** -77.718	*** -9.1267

注： 有意水準の記号や LAG の意味は表 1-1 と同様。

有意水準は Fuller(1976)による。

表 2 オイラー方程式の推定結果

保有期間 3 カ月	(標本期間 1981.9 月—1989.9 月)				
	6 年物	7 年物	8 年物	9 年物	9.5 年物
割引率	0.9549	0.9463	0.9636	0.9878	0.9667
(s. d.)	(0.0135)	(0.01976)	(0.014)	(0.00468)	(0.0108)
危険回避度	-16.7151	-19.7852	-13.1987	-5.1148	-13.711
(s. d.)	(6.4919)	(9.5464)	(7.677)	(2.7611)	(5.5622)
J 統計量	11.3709	10.17479	11.777	10.1824	13.3021
自由度	24	24	22	22	24
P 値	0.986	0.9846	0.962	0.985	0.961

注： 括弧内は標準誤差。

過乗 P 値は過剰識別がないという帰無仮説のもとで χ^2 (自由度)の確率変数が J 統計量より大きい確率を示している。

操作変数は 6, 7, 9.5 年物の場合は各変数の 4 期ラグまでと定数項。

8, 9 年物の場合は各変数の 4 期ラグまでとした。

保有期間 6 カ月	(標本期間 1981.9 月—1989.7 月)				
	6 年物	7 年物	8 年物	9 年物	9.5 年物
危険回避度	-0.34933	-0.36024	-0.26503	-0.11842	-0.30361
s. d.	(0.18474)	(0.22796)	(0.2448)	(0.26155)	(0.27924)
J 統計量	33.9516	34.5454	35.4703	33.8943	37.4281
自由度	9	9	9	9	9
P 値	0.00003	0.00007	0.00004	0.00009	0.00002

注： 括弧内と P 値は保有期間 3 カ月と同様。

操作変数は各変数の 3 期ラグまでと定数項。

のオイラー方程式を推定する。このため、0.5 年物のスポットレートについては、2 重単位根の検定を試みる。この場合の Za , Zt の 2 つの検定量は表 1-3 に示されるが、この結果、2 重単位根の仮説は棄却される。したがって、0.5 年物のスポットレートに関しては、1 階の階差をとると、定常性を満たすと判断できる。

IV 推定方法と結果⁹⁾

前節の単位根の検定結果が示すように、保有期間 3 カ月の場合は (5), (6) 式を GMM で推定し、保有期間 6 カ月の場合は (12), (13) 式を、線形 GMM で推定する。

表 2 は、オイラー方程式を推定した結果を示している。保有期間 3 カ月の場合について、割引率はすべての残存期間の国債について有意で

妥当な範囲内で(0.9以上1以下)で求められているものの、相対的危険回避度についてはそれが負であるという仮説を、すべての残存期間の国債について棄却できない。また表2には、過剰識別を検定する Hansen(1982)の J 統計量が報告されている。 J 統計量は、過剰識別のない場合には、推定に用いる方程式の数(操作変数の数)とパラメータの数の差の自由度を持つカイ2乗分布に従う。保有期間3カ月の場合の J 統計量は、 P 値から明らかなように、有意に正ではなく、過剰識別がないという仮説は棄却されない。これらの結果から、保有期間3カ月の場合の推定結果に関して注意すべきは、相対的危険回避度が負になるということである。相対的危険回避度が負の場合、ここで仮定した効用関数では限界効用が逓増し、効用最大化の2階条件が満たされない(Mankiw, Rotemberg and Summers(1985))。よって、保有期間3カ月の場合は、本稿の消費資産価格モデルで現実の期間構造を説明することはできないと結論づけられる。

次に保有期間6カ月の場合は、 J 統計量があるに正であり、過剰識別が生じており、推定式の制約が棄却される¹⁰⁾。よって、保有期間6カ月の場合も、本稿のモデルで現実の期間構造を説明することはできない¹¹⁾。

よって、オイラー方程式を推定した結果は、いずれの保有期間の場合も消費資産価格モデルによって、現実の期間構造を説明することはできないことを示している¹²⁾。

V 分散制約テストとの比較

1 分散制約テストの結果

前節のオイラー方程式の推定結果は、白川(1987)とは対照的に、消費資産価格モデルに対して否定的なものとなっている。この白川(1987)との結果の相違が生じた理由として、データの問題点、標本期間の違い、検証方法の違いなどが考えられる。そこで、データに関する問題点あるいは標本期間の相違が結果の相違を生じさせたかどうかを検討するため、推定した標本期間において、スポットレートを用い、分

散制約テストによって消費資産価格モデルの検証を試みる。

分散制約テストの方法は白川(1987)に基づいているので、ここでは表3にまとめられている結果について説明する。これによると、ほとんどの相対的危険回避度について裁定条件と整合的なリスクプレミアムの分散最小値は、消費資産価格モデルから得られるリスクプレミアムの分散より小さい。このことは、分散制約テストによって検証を試みると、消費資産価格モデルが棄却されないことを示している。この結果は白川(1987)と同一である。よって、データの違いあるいは標本期間の違いが、検証結果の相違を生じさせた理由ではないことを確認できる。

データあるいは標本期間に代わる理由としては、白川(1987)の分散制約テストの検出力が弱かったことが考えられる。このことは分散制約テストが満たされても消費資産価格モデルが成立しない可能性のあるということを意味している。そこで、分散制約テストを満たしても、必ずしも消費資産価格モデルが満たされないことを、例によって示そう。

2 分散制約テストの問題点

Consumption CAPM で示されるリスクプレミアム(ϕ_{ct})を、(13)式と Shiller(1990)、釜江(1988)等で示されているスポットレートを用いた保有期間収益率の近似式を用いると(簡単化のため、保有期間は6ヶ月と仮定)。

$$\begin{aligned} (17) \quad \phi_{ct} &= E_t(1+H_t^{(i,1)}) - E_t\{S_t(1 \\ &\quad + H_t^{(i,1)})\}/E_t(S_t) \\ &= (i-1)\{E_t(S_t R_{t+1}^{(i-1)})/E_t(S_t) \\ &\quad - E_t R_{t+1}^{(i-1)}\} \end{aligned}$$

となる。なお、 S_t はII節の定義による。ここで、 $R_{t+1}^{(i-1)}$ は残存期間 $i-1$ 期の $t+1$ 期のスポットレートを、 $H_t^{(i,1)}$ は残存期間 i 期の債券を1期間保有したときの保有期間収益率を示す。

そこで、 S_t と $R_{t+1}^{(i-1)}$ が、

$$\begin{aligned} S_t &= aS_{t-1} + \varepsilon_t^S \\ R_{t+1}^{(i-1)} &= cR_t^{(i-1)} + \varepsilon_t^R \\ S_t R_{t+1}^{(i-1)} &= acS_{t-1} R_t^{(i-1)} + d + \varepsilon_t^{SR} \end{aligned}$$

のような確率過程に従うと仮定し、これを(17)式に代入し整理すると、

表3 シラーテストの結果

保有期間 3 カ月		×10000				
危険回避度	6 年物	7 年物	8 年物	9 年物	9.5 年物	
	0.5	* 0.7	* 0.7	* 0.7	1.8	* 0.6
	1	1.3	1.4	1.5	2.4	* 1.3
	1.5	2	2.3	2.5	3.2	2.3
	2	3.2	3.3	3.6	4.2	3.5
現実分散値	2.5	9	4.8	5.7	5.2	18.5
	3	6.9	5.7	6	6	7
	3.5	7	10.1	11	6.9	7.9
	4	7.1	10.3	11.1	11.9	12.3
	4.5	8.4	11.9	12.8	12.5	14.7
	5	7.2	10.5	11.4	12.2	13.6
分散最小値		0.9	1.2	1.2	1.2	1.3

保有期間 6 カ月		×10000				
危険回避度	6 年物	7 年物	8 年物	9 年物	9.5 年物	
	0.5	* 1.2	* 1.4	* 1.9	* 1.1	* 1
	1	* 2.2	3.8	4	3.5	* 1.7
	1.5	3.1	3.8	3.9	3.1	* 2.8
現実分散値	2	4.3	5.1	4.6	4.1	4.1
	2.5	5.8	6.6	5.6	5.4	5.7
	3	7.5	8.5	6.9	7	7.4
	3.5	14.6	10.5	8.5	8.9	9.4
	4	15.9	19.3	17.4	2.0	11.6
	4.5	18.7	22.5	20.3	23.5	24.9
	5	18.2	22.2	20.1	22.9	25.1
分散最小値		2.4	2.8	3	2.7	3

注： * 理論分散値を下回り，消費資産価格モデルを棄却するもの。

$$\phi_{ct} = d(i-1)/aS_{t-1}$$

となる。このとき Consumption CAPM で示されるリスクプレミアムの分散は，

$$(18) \quad \text{Var}(\phi_{ct}) = (d^2/a^2)(i-1)^2 \text{Var}(1/S_{t-1})$$

と表すことができる。Var は，分散を示す。

裁定条件と整合的なリスクプレミアムの分散最小値は，白川(1987)の方法をスポットレートによる保有期間収益率の近似式を用いて計算すると(保有期間は1期間)¹³⁾，

$$(19) \quad \text{Var}(\phi_t) = (2i-1/\rho_{rR}^2 i^2) \text{Var}(H_t^{(i,1)}) - \text{Var}(r_t)$$

と書き表すことができる。ここで， ρ_{rR} は割引債の複利利回りと短期金利の相関係数， r_t は短期金利を示す。

次に，(18)，(19)式の両者を比較するために，

$$\text{Var}(r_t) = 0.00001, \text{Var}(H_t^{(i,1)}) = 0.0015, \text{Var}(1/S_t) = 0.0015,$$

$$a = 0.6, d = 1, \rho_{rR} = 0.9, i = 18$$

のような数値例を考える。このとき，

$$\text{Var}(\phi_t) = 0.00019 < \text{Var}(\phi_{ct}) = 1.20417$$

となり，リスクプレミアムの分散最小値は Consumption CAPM で示されるリスクプレミアムの分散を下回る。このことは，分散制約テストでは，消費資産価格モデルが棄却されないことを示している。

次に，この確率過程が消費資産価格モデル(オイラー方程式)を満たすかどうか調べる。オイラー方程式の制約は，(4)式より，

$$(20) \quad \beta E_t(S_t r_t) = 1$$

で与えられる。先ほど仮定した確率過程を用いて，(20)式を展開し，

$$\beta = 0.99$$

という数値を仮定し，オイラー方程式を満たす $\text{Var}(1/S_{t-1})$ を $\text{Var}^*(1/S_{t-1})$ とすると，

$$\text{Var}^*(1/S_{t-1}) = 0.000004$$

となる。ところが先ほどの分散制約テストで仮定した $\text{Var}(1/S_{t-1})$ は 0.0015 より，

$$\text{Var}^*(1/S_{t-1}) \neq \text{Var}(1/S_{t-1})$$

となり、この確率過程は消費資産価格モデル(オイラー方程式)を満たさない。

よって、本節で提示された確率過程は、白川(1987)の分散制約を満たすものの、消費資産価格モデルは満たさない。このことは、白川(1987)の分散制約は消費資産価格モデル(オイラー方程式)より緩い制約であり、分散制約を満たしたとしても、消費資産価格モデルの制約は棄却される可能性のあることを示している。もしこの説明が正しいとするならば、白川(1987)の結果は第2種のエラーによるものとなり、我々が得た結果が正しいものであると考えられる。

VI 結論と問題点

本稿では、消費資産価格モデルの妥当性を再考察した。白川(1987)は消費資産価格モデルに対して肯定的な結論を示していたが、本稿の結論は消費資産価格モデルに否定的なものとなった。この相違は、白川(1987)の用いた分散制約テストが第2種のエラーを生じる可能性の高い検証方法であったことから生じていると考えられる。よって、日本においても、時間に関して加法分離的で相対的危険回避度一定の効用関数を用いた消費資産価格モデルでは、現実の期間構造を説明することはできないと結論づけられる¹⁴⁾。これは、アメリカにおける、Bakus et al. (1989), Salyer(1990)等の結果と共通している¹⁵⁾。

ただし、本稿の分析には、いくつかの制約が含まれる。第1は、本稿のような90から100程度の標本数でGMM推定を行う場合、小標本バイアスが生じている可能性が高いということである。第2は、1986年初期からの低金利時代における消費者行動の構造変化の可能性である。第3は、理論と実証のデータの不一致である。ここで消費のデータとして用いたのは、耐久消費財消費を含む家計調査報告の総合のデータである。だが、このモデルで想定している財は貯蓄できない財である。よって、耐久消費財に関して理論と整合的な消費は、耐久消費財の購入時点からそのサービスなどのフローを計算し、それを耐久消費財以外の消費のデータに加えた

ものである。しかし、家計調査の総合のデータでは、耐久消費財がその購入時点に一括して消費とみなされる。よって、検証に用いている消費のデータと理論で想定している消費のデータとが異なる。そのため、消費のデータとして、家計調査の総合のデータではなく、食費のデータを使うなどして耐久消費財の消費を除去する方法が、いくつかの研究ではとられている。ただし、この点は、白川(1987)も本稿と同様のデータを用いているため問題となる。

最後に、今後の課題に触れて、本稿を閉じることにしたい。

本稿の結論は、日本の利子率の期間構造を説明するには新たなモデルの展開が必要とされることを示している。モデルの展開として考えられる方向としては、2つある。1つが、消費資産価格モデルの拡張である。最近いくつかの研究で、効用関数の拡張や消費資産価格モデルへの貨幣の導入などが試みられている。この方向でのモデルの拡張によって、現実の利子率の期間構造が説明できるかどうかは興味深い問題であろう。もう1つが、現実の国債取引の主体である機関投資家の存在を意識し、個人と機関投資家の目的関数の違いを考慮して、利子率の期間構造を分析することである。現実の国債取引のほとんどが機関投資家によって行われていることから、機関投資家の目的関数を考慮することは重要であると考えられる。このような問題意識を扱った既存のモデルとしては、伝統的なCAPMやAPTのみならず、最近展開されたノイズトレーダーモデルなどを挙げるができる。このようないくつかのモデルによって現実の期間構造を説明し得るかどうかを検討することが、今後の重要な課題であろう。

(論文受付日1991年11月13日・採用決定日1992年5月13日、大阪大学経済学部)

注

本稿は、修士論文「日本における利子率の期間構造分析—期待仮説再考—」の第3章を修正し、1991年度理論計量経済学会において報告したものに、さらに修正を加えたものである。修士論文の審査員であるコリン・マッケンジー、伴金美、巖山昌一の各先生より、

また当大会の討論者を引き受けて下さった一橋大学・福田慎一先生より、有益なコメントをいただきました。そのほか、京都大学・岩本康志、大阪市立大学・柴田章久、大阪大学・筒井義郎の各先生、および本誌レフェリーより、有益なコメントをいただきました。また、ファイナンスフォーラムに出席された諸先生方より有益なコメントをいただきました。ここに記してお礼申し上げます。なお、本稿において有り得べき誤りは、すべて筆者の責任に帰するものである。

1) 利子率の期間構造に関する研究の展望論文としては、Shiller(1990)、福田(1991b)を挙げることができる。

2) このことは、来期の実質消費が増加する時に危険資産の収益率が上昇するような場合は、保有期間プレミアムが大きくなり、実質消費が減少する時に危険資産の収益率が上昇する場合には、保有期間収益率が小さくなることを意味している。これは、消費が上昇する時に資産の収益率が上昇しても、このような資産は消費者にとって消費の変化を抑えるバッファの役目を果たさず、逆の場合には、その資産は消費の変動を抑えるバッファの役目をはたすためである。

3) クーボン効果については、Buse(1970)、小峰(1985)に詳しい。

4) スポットレートの推定は以下のようなものである。まず、残存期間6カ月以内の国債価格、クーボン、残存期間のデータを用いて、0.5年物のスポットレートを推定する。次に、0.5年物のスポットレート、残存期間6カ月から1年以内の国債価格、クーボン、残存期間のデータを用いて、1年物のスポットレートを推定する。この方法を繰り返し、9.5年物までのスポットレートを推定する。

5) PhillipsのZテストとPerronのテストはともに、定常性の検定ではなく単位根の検定である。よってここでは、発散するような時系列はないと仮定している。

6) 保有期間が3カ月、6カ月で、観測値が月次であるために、誤差項が自己相関する。このため、DFテストを用いることはできない。また、Phillips and Perron(1988)のモンテカルロ実験により、標本数100程度ではZテストがADFテストよりパワーをもつことが示されている。これらの理由により、Zテストを単位根の検定に用いた。

7) データとして用いるのは、保有期間収益率をインフレ率で除した実質保有期間収益率と現先金利をインフレ率で除した実質短期金利である。よって、名目の収益率やインフレ率等が非正常でも、実質収益率等が定常となっている可能性はある。

8) 表のLAGは、Zテストにおいて分散を計算するときに用いるラグの数を示している(Phillips(1987))。

9) 推定によって消費資産価格モデルを検証する方法は、帰無仮説がはっきりしないという問題点がある。例えば、相対的危険回避度が6程度で有意になったときに、その結果をみて、消費資産価格モデルで現実の長短金利の関係を説明できると考えるかどうかには議論のあるところであろう。

10) 非線形のオイラー方程式を線形にすると、Jテ

ストが棄却されやすくなるという結果は、Lee(1989)と共通である。

11) 保有期間6ヶ月の場合、消費の成長率とインフレ率と国債の保有期間収益率が定常であるのに対し、短期金利が非定常である。このことは、消費資産価格モデルの成立を否定するものと解釈できる可能性がある。しかし、注8)で指摘したように、実質金利が定常であれば消費資産価格モデルとは矛盾しない。

12) この検証結果は、モデルや合理的期待などの複合仮説が棄却されることを示しており、必ずしもモデルの棄却を意味するものではない。

13) 白川(1987)の方法を割引債の保有期間収益率の近似式に対して適用すると、リスクプレミアムの分散最小値は、

$$\text{Var}(\phi_t) \geq (j(2i-j)/i^2 \rho_{rr}^2) \text{Var}(H_t^{(i,j)}) - \text{Var}(r_t)$$

の右辺で示される。これに $j=1$ (保有期間6カ月より) を代入して(19)式を得る。

14) 最近、Hamori(1992)によって Consumption CAPM によって日本の資産市場は説明できるという結果が示されている。

15) 厳密に言うと、検証している仮説は異なっている。

参考文献

- Backus, David K., Allan W. Gregory and Stanley E. Zin(1989), "Risk Premiums in the Term Structure: Evidence from Artificial Economies," *Journal of Monetary Economics*, Vol. 24, No. 3, December, pp. 371-399.
- Lee, Bong-Soo(1989), "A Nonlinear Expectations Model of the Term Structure of Interest Rates with Time-Varying Risk Premia," *Journal of Money, Credit and Banking*, Vol. 21, No. 3, August, pp. 348-367.
- Breeden, Douglas T.(1979), "An Intertemporal Asset Pricing Model with Stochastic Consumption and Investment Opportunities," *Journal of Financial Economics*, Vol. 7, No. 3, September, pp. 265-296.
- Buse, A.(1970), "Expectations, Prices, Coupons and Yields," *Journal of Finance*, Vol. 25, No. 4, September, pp. 809-818.
- Campbell, John Y.(1986), "Bond and Stock Returns in a Simple Exchange Model," *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 101, Issue 4, November, pp. 783-803.
- Campbell, John Y. and Robert J. Shiller(1987), "Cointegration and Tests of Present Value Models," *Journal of Political Economy*, Vol. 95, No. 5, October, pp. 1062-1088.
- Fuller, Wayne A.(1976), *Introduction to Statistical Time Series*, (John Wiley & Sons) New York.
- Hamori, Shigeyuki(1992), "Test of C-CAPM for Japan: 1980-1988," *Economics Letters*, Vol. 38, No. 1, pp. 67-72.
- Hansen, Lars P.(1982), "Large Sample Properties of Generalized Method of Moments,"

- Econometrica*, Vol. 50, No. 4, July, pp. 1029-1054.
- Hansen, Lars P. and Kenneth J. Singleton.(1983), "Generalized Instrumental Variables Estimation of Nonlinear Rational Expectations Models," *Econometrica*, Vol. 50, No. 5, September, pp. 1269-1286.
- LeRoy, Stephen F.(1984), "Nominal Prices and Interest Rates in General Equilibrium," *Journal of Business*, Vol. 57, No. 2, April, pp. 177-213.
- Lucas, Robert E.(1978), "Asset Prices in an Exchange Economy," *Econometrica*, Vol. 46, No. 6, November, pp. 1429-45.
- Mankiw, N. Gregory, Julio J. Rotemberg and Lawrence H. Summers(1985), "Intertemporal Substitution in Macroeconomics," *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 100, Issue 1, February, pp. 225-251.
- Mankiw, N. Gregory and Matthew D. Shapiro (1986), "Risk and Return: Consumption Beta Versus Market Beta," *Review of Economics and Statistics*, Vol. 68, No. 3, August, pp. 452-459.
- Mankiw, N. Gregory and Lawrence H. Summers (1984), "Do Long-Term Interest Rates Overreact to Short-Term Interest Rates?," *Brookings Papers on Economic Activity*, No. 1, pp. 223-42.
- Nelson, Charles R. and Charles I. Plosser(1982), "Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series: Some Evidence and Implications," *Journal of Monetary Economics*, Vol. 10, No. 2, September, pp. 139-162.
- Ogawa, Kazuo(1987), "An Empirical Investigation of the Consumption-Based Capital Asset Pricing Model in Japan: Tests by Consumption Data of Income Quintile Groups," 『ファイナンス研究』, 第7号, 7月, pp. 15-53.
- Perron, Pierre(1989), "The Great Crash, the Oil Price Shock, and the Unit Root Hypothesis," *Econometrica*, Vol. 57, No. 6, November, pp. 1361-1401.
- Phillips, Peter C. B.(1987), "Time Series Regression with a Unit Root," *Econometrica*, Vol. 55, No. 2, March, pp. 277-301.
- Phillips, Peter C. B. and Pierre Perron (1988), "Testing for a Unit Root in Time Series Regression," *Biometrika*, Vol. 75, No. 2, June, pp. 335-346.
- Salyer, Kevin D.(1990), "The Term Structure and Time Series Properties of Nominal Interest Rates: Implications from Theory," *Journal of Money, Credit and Banking*, Vol. 22, No. 4, November, pp. 478-490.
- Shiller, Robert J.(1979), "The Volatility of Long-Term Interest Rates and Expectations Models of the Term Structure," *Journal of Political Economy*, Vol. 87, No. 6, December, pp. 1190-1219.
- Shiller, Robert J.(1990), "The Term Structure of Interest Rates," in Benjamin M. Friedman and Frank H. Hahn eds., *Handbook of Monetary Economics* (North Holland).
- Shiller, Robert J., John Y. Campbell and Kermit L. Schoenholtz(1983), "Forward Rates and Future Policy: Interpreting the Term Structure of Interest Rates," *Brookings Papers on Economic Activity*, No.1, pp. 173-217.
- Singleton, Kenneth J.(1980), "Expectations Models of the Term Structure and Implied Variance Bounds," *Journal of Political Economy*, Vol. 88, No. 6, December, pp. 1159-1176.
- 釜江廣志(1988), 「国債利回りの期間構造—予備的分析—」, 『一橋論叢』, 第99巻, 第2号, 2月, pp. 169-189.
- 釜江廣志(1990), 「利子率の期間構造に関する純粋期待仮説の検定—改善されたスポット・レート推計値を用いて—」, 『国民経済雑誌』, 第162巻, 第4号, 10月, pp. 21-32.
- 小峰みどり(1985), 「債券価格の決定と直利指向」, 『ファイナンス研究』, 第4号, 12月, pp. 29-41.
- 鹿野嘉昭(1984), 「期待理論と「金利の期間構造」」, 『金融研究』, 第3巻, 第4号, 12月, pp. 38-56.
- 白川浩道(1987), 「債券利回りの変動要因について—日米比較の実証分析に基づく期待理論の再検討—」, 『金融研究』, 第6巻第2号, 7月, pp. 93-128.
- 福田祐一(1991a), 「日本における利子率の期間構造分析—期待仮説再考—」, 大阪大学大学院修士論文.
- 福田祐一(1991b), 「利子率の期間構造に関する実証研究—展望—」, 『大阪大学経済学』, 第41巻, 第1号, 6月, pp. 113-130.