

可変パラメータ・モデルによる 期待物価上昇率の計測*

— Anderson = Pesaran 法に代えて —

李 志 東

1 はじめに

近年、物価動向に関する質的なサーベイ・データを用いて、量的なインフレ期待を実際に計測しようとする試みが盛んに行われてきた。そのうち、将来の物価動向に関する質的なデータのみを利用して量的な情報を導出する方法としては、Carlson = Parkin 法(1975)(以下においては、CP法と略称する)がよく知られている。日本でも、豊田(1979, 1986)をはじめ、経済企画庁(1981)、島田他(1982)、嶋村(1986)などが、CP法またはその発想に沿った方法¹⁾を用いて研究を行った。また、刈屋(1986)は統計学の立場からCP法に対する解釈及び拡張を与え、さらに刈屋(1989)はCP法の考え方を物価期待の領域だけではなく、景気分析の領域へも導入しようと試みた。一方、実際の物価上昇率(官報統計による)と企業の実感(サーベイ調査による)との関係を通じて、将来の物価上昇率に対する期待を求める方法、すなわち物価変数の将来の動向予想と現在の実態判断に関する質的なサーベイ・データをともに利用する期待物価上昇率の計測方法としては、Anderson = Pesaran 法がある。残念ながら、日本においては、この方法がまだあまり知られていないようである。

そこで本論では、Anderson モデルと Pesaran モデルの考え方を紹介し、それらの問題点を明らかにすると共に、それらの発想に沿って、可変パラメータ・モデル(Time Variant

Parameter Model)という期待に関する新しい計測方法を提案することに狙いをおいている。さらに、可変パラメータ・モデルの推定に当たっては、カルマン・フィルター法(Kalman Filter Method)が用いられる。

以下の構成は次の通りである。第2節では、Anderson モデルと Pesaran モデルの考え方が導入されると共に、それらの問題点が明らかにされる。第3節では、Anderson = Pesaran モデルの発想に沿って、可変パラメータ・モデルが提案される。第4節では、Pesaran が用いたイギリスの「CBI」サーベイ・データを使用した計測例が与えられる。そして第5節では、簡単なまとめが提示される。最後に、カルマン・フィルター法についての付録が与えられる。

2 Anderson モデルと Pesaran モデル

2.1 サーベイ・データについて

Anderson モデルと Pesaran モデルには各々西ドイツの IFO-Institute・Munich 工商業サーベイ・データとイギリスの CBI 産業動向サーベイ・データが利用されている。ここでは、本稿の目的に合った企業に対する製品価格の動向調査のみに注目し、それを以下のように基準化する。

調査時間： t 、四半期あるいは月

調査対象：母集団とするある産業から選ばれた n_t 個の企業

第一種の調査：「今期の製品価格が前期に比べてどうなったと思いますか？」

回答は以下三項目に限定される：(a) 上昇した、(b) 変化しなかった、(c) 下降した。

集計結果：各項目に対する回答者の割合は

* 小稿の作成に際して、御多忙を顧みず、御指導を下された京都大学経済研究所佐和隆光先生、御助言を下された同研究所森棟公夫先生、横浜国立大学経済学部加納悟先生、貴重なコメントを下された『経済研究』編集部の方々に厚く御礼を申し上げます。

各々 R_t, S_t, F_t とする。

第二種の調査：「来期の製品価格が今期に比べてどうなると思いますか？」

回答は以下三項目に限定される：(a) 上昇する，(b) 変化しない，(c) 下降する。

集計結果：各項目に対する回答者の割合は各々 $R_{t+1:t}, S_{t+1:t}, F_{t+1:t}$ とする。

2.2 Anderson モデル

調査対象とする産業の製品価格の t 期における上昇率を p_t ， i 企業の製品価格の t 期における上昇率を p_{it} で表す。Anderson は、産業全体の製品価格上昇率は各企業の製品価格上昇率の加重平均によって表されると仮定した。すなわち、

$$\text{仮定 1: } p_t = \sum w_{it} p_{it} \quad (1)$$

w_{it} は i 番目の企業が全産業に占める割合を表すものである。もし、製品価格が上昇(+), 不変(0), 下降(-)と三種類に分類されると、(1)式が次のように書かれる。

$$p_t = \sum w_{it}^+ p_{it}^+ + \sum w_{it}^0 p_{it}^0 + \sum w_{it}^- p_{it}^- \quad (2)$$

ここで、添字 +, 0, - は各々製品価格上昇率が正、ゼロ、負であることを表す。明らかに、 p_{it}^0 が 0 に等しい。それ故、(2)式が次のようになる。

$$p_t = \sum w_{it}^+ p_{it}^+ + \sum w_{it}^- p_{it}^- \quad (2)'$$

続いて、Anderson は、企業の製品価格上昇率の大きさについて、以下のような仮定を設けている。

$$\text{仮定 2: } p_{it}^+ = \alpha, p_{it}^- = \beta \quad (3)$$

すなわち、Anderson は p_{it}^+ と p_{it}^- に対して企業 i 及び時間 t に依存しないという二重の仮定を設けたのである(仮定 2A, 2B)。 (3)式を(2)'式に代入すれば、次のような関係式が得られる。

$$\begin{aligned} p_t &= \sum w_{it}^+ \alpha + \sum w_{it}^- \beta + \varepsilon_t \\ &= \alpha \sum w_{it}^+ + \beta \sum w_{it}^- + \varepsilon_t \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 α, β, σ は t に依存しない未知パラメータである。又、 $\sum w_{it}^+$ と $\sum w_{it}^-$ はそれぞれ製品価格が上昇した企業の割合と下降した企業の割合であるから、それぞれ第一種類の動向

調査から得られる集計結果の R_t と F_t に置き換えることが出来る。従って、(4)式を次のように書くことが出来る。

$$p_t = \alpha R_t + \beta F_t + \varepsilon_t \quad (5)$$

さらに、Anderson は現在に見られる産業全体の製品価格と企業の自社製品価格との間の関係が将来にも続くだろうと仮定して、製品価格上昇率に対する期待を(8)式で求めている。

$$\begin{aligned} \text{仮定 3A: } p_{t+1:t}^e &= \alpha^e R_{t+1:t} + \beta^e F_{t+1:t} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\text{仮定 3B: } \alpha^e_{t+1:t} = \alpha^*, \beta^e_{t+1:t} = \beta^* \quad (7)$$

$$p_{t+1:t}^{e*} = \alpha^* R_{t+1:t} + \beta^* F_{t+1:t} \quad (8)$$

ただし、添字 $^e_{t+1:t}$ は t 期において $t+1$ の変数(パラメータ)に対する期待、添字 * は変数(パラメータ)の推定値を表すものである。

(5)式は一種の線形回帰式であるから、ここでは、Anderson モデルは線形回帰型モデルと名付けられよう。

2.3 Pesaran モデル

Pesaran はインフレの上昇期において、Anderson の(3)式での仮定が成立し難いと批判した。更に、彼はインフレの上昇期においては、個別企業の価格上昇率と産業全体の上昇率との間に次のような非対称性の関係が存在すると仮定した。

$$\begin{aligned} \text{仮定 4-1: } p_{it}^+ &= \alpha + \lambda p_{it}, p_{it}^- = \beta, \\ \text{ただし, } 0 &\leq \lambda < 1 \end{aligned} \quad (9)$$

従って、Pesaran モデルが次のように得られる。

$$p_t = (\alpha R_t + \beta F_t) / (1 - \lambda R_t) + \varepsilon_t \quad (10)$$

上の仮定を受けて、Pesaran は企業の期待形成構造について次のように仮定した。すなわち

$$\begin{aligned} \text{仮定 5-1 A: } p_{t+1:t}^e &= (\alpha^e_{t+1:t} R_{t+1:t} \\ &+ \beta^e_{t+1:t} F_{t+1:t}) / (1 - \lambda^e_{t+1:t} R_{t+1:t}) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \text{仮定 5-1 B: } \alpha^e_{t+1:t} &= \alpha^*, \beta^e_{t+1:t} = \beta^*, \\ \lambda^e_{t+1:t} &= \lambda^* \end{aligned} \quad (12)$$

そうすると、次の式から期待物価上昇率の推定値が求められる。

$$\begin{aligned} p_{t+1:t}^{e*} &= (\alpha^* R_{t+1:t} + \beta^* F_{t+1:t}) / \\ &(1 - \lambda^* R_{t+1:t}) \end{aligned} \quad (13)$$

(10)式が一種の非線形回帰式であるから、

Pesaran モデルは非線形回帰型モデルと名付けられよう。

また、Pesaran 自身は明示的に提案しなかったが、彼の発想に沿って次のようなモデルも考えられる。即ち、インフレの鎮静期においては、Pesaran モデルは

$$\text{仮定 4-2: } p_{it}^+ = \alpha, \quad p_{it}^- = \beta + \gamma p_t, \\ \text{ただし, } 0 \leq \gamma < 1 \quad (14)$$

$$p_t = (\alpha R_t + \beta F_t) / (1 - \gamma F_t) + \varepsilon_t \quad (15)$$

$$\text{仮定 5-2A: } p_{t+1:t}^e = (\alpha^{e_{t+1:t}} R_{t+1:t} \\ + \beta^{e_{t+1:t}} F_{t+1:t}) / (1 - \gamma^{e_{t+1:t}} F_{t+1:t}) \quad (16)$$

$$\text{仮定 5-2B: } \alpha^{e_{t+1:t}} = \alpha^*, \quad \beta^{e_{t+1:t}} = \beta^*, \\ \gamma^{e_{t+1:t}} = \gamma^* \quad (17)$$

$$p_{t+1:t}^{e*} = (\alpha^* R_{t+1:t} + \beta^* F_{t+1:t}) / \\ (1 - \gamma^* F_{t+1:t}) \quad (18)$$

と得られ、更にインフレの激変期においては、

$$\text{仮定 4: } p_{it}^+ = \alpha + \lambda p_t, \quad p_{it}^- = \beta + \gamma p_t \quad (19)$$

$$p_t = (\alpha R_t + \beta F_t) / (1 - \lambda R_t - \gamma F_t) + \varepsilon_t \quad (20)$$

$$\text{仮定 5A: } p_{t+1:t}^e = (\alpha^{e_{t+1:t}} R_{t+1:t} \\ + \beta^{e_{t+1:t}} F_{t+1:t}) / \\ (1 - \lambda^{e_{t+1:t}} R_{t+1:t} - \gamma^{e_{t+1:t}} F_{t+1:t}) \quad (21)$$

$$\text{仮定 5B: } \alpha^{e_{t+1:t}} = \alpha^*, \quad \beta^{e_{t+1:t}} = \beta^* \\ \lambda^{e_{t+1:t}} = \lambda^*, \quad \gamma^{e_{t+1:t}} = \gamma^* \quad (22)$$

$$p_{t+1:t}^{e*} = (\alpha^* R_{t+1:t} + \beta^* F_{t+1:t}) / \\ (1 - \lambda^* R_{t+1:t} - \gamma^* F_{t+1:t}) \quad (23)$$

と得られる。

(19)~(23)式によって構成されるモデルにおいては、もし $\gamma=0$ であれば、(9)~(13)式のモデルが得られ、もし $\lambda=0$ であれば、(14)~(18)式のモデルが得られる。それ故、(19)~(23)式のモデルは Pesaran モデルの一般型とも言える。従って、以下においては非線形回帰型モデルと呼ぶ場合、このモデルを指すこととする。

2.4 Anderson = Pesaran モデルの問題点

上述したように、Anderson モデルは三つの仮定を前提としている。そのうち、仮定1はこのような定量化に際しては最小限必要とされるものであり、経済理論と統計理論的な正当性を持つものと考えられる。問題は、仮定2と仮定3である。仮定2はモデルにおける未知パラメータ

α と β があらゆる企業に対して(仮定2A) また計測期間にわたって(仮定2B) 固定であることを意味する。仮定3は仮定2の影響を受けて、企業の期待形成機構が計測期間にわたって安定的であることを意味する。このような固定パラメータを用いて期待を計測するにあたって、次の二点が問題となる。

①計測期間中、パラメータが変化しないのは現実的ではない。パラメータが変化するか否かは実証分析によって明かにされるべき問題であり、事前的に規定されるべき問題ではない。それ故、パラメータの変化を記述できるようなモデルが望ましい。

②パラメータの値は計測期間中における各期の値の平均であり、その推定に当たっては、各期の情報が利用されている。それ故、最終期 T 期における期待を除いて、ほかのすべての期間、すなわち $(T-1)$ 個の期間における期待を計測するに当たって、その期より先の情報が利用されている。例えば、 t において $t+1$ 期の期待を計測する時、 t 期より将来の情報が使われている。明らかに、これは非現実である。別の角度から言えば、一定の期間について期待を計測した後、さらに後の観測期間を追加して再計測すれば、以前の期待が変化してしまうのである。 t 期における期待は、あくまでも t 期までの情報によって形成されるべきであり、将来時点の情報によって影響を受けないことが望ましい²⁾。

Anderson の線形回帰型モデルの欠点を克服するために、Pesaran は企業が感知した物価上昇率の大きさが産業全体の物価上昇率の大きさに対応しないように Anderson の仮定2A を仮定4-1に置き換え、非線形回帰型モデルを提案したが、そのモデルでもパラメータが計測期間中を通じて変動しないという点に関しては、Anderson の線形回帰型モデルと共通している³⁾。従って、非線形回帰型モデルを用いて期待を計測する場合、線形回帰型モデルの以上のような欠点があるまま残っている。

最後に、線形回帰型モデルも非線形回帰型モデルも不変パラメータモデルであるが、モデル

の構造面では、非線形回帰型モデルは線形回帰型モデルの一般形になっている。

3 可変パラメータ・モデル

3.1 線形可変パラメータ・モデル

以下では、Andersonの仮定1, 2Aと3Aを維持して、仮定2Bと3Bを修正するモデルを考えよう。

まず、 p_{it}^+ と p_{it}^- が時間 t に依存するように仮定2Bを修正する。即ち、

$$p_{it}^+ = \alpha_t, \quad p_{it}^- = \beta_t \quad (24)$$

(24)式を仮定1を表す(2)'式に代入すれば、次式が得られる。

$$p_t = \alpha_t R_t + \beta_t F_t + \varepsilon_t = X_t' \theta_t + \varepsilon_t, \quad \text{ただし,} \\ X_t = (R_t \ F_t)', \quad \theta_t = (\alpha_t \ \beta_t)' \quad (25)$$

さらに、時間 t に依存する未知パラメータ θ_t は酔歩(random walk)過程に従うとする⁴⁾。すなわち、

$$\theta_t = \theta_{t-1} + q_t, \quad \text{但し, } q_t \sim N(0, \sigma^2 Q), \\ Q \text{ は } 2 \times 2 \text{ の行列} \quad (26)$$

(25)式と(26)式によって構成されるモデルは一種の線形フィルター・モデルにはかならない。その推定法としては、カルマン・フィルター法と呼ばれる方法があり、付録で論ずることにする。

最後に、Andersonの仮定3Aを維持しながら、その3Bを企業の期待形成構造が時間 t と共に変動するように修正する。

$$a_{t+1:t}^e = \alpha_{t+1:t}^*, \quad \beta_{t+1:t} = \beta_{t+1:t}^* \quad (27)$$

(27)式をAndersonの仮定3Aを表す(6)式に代入すると、将来の物価上昇率に対する期待の推定値が得られる。すなわち、

$$p_{t+1:t}^{e*} = \alpha_{t+1:t}^* R_{t+1:t} + \beta_{t+1:t}^* F_{t+1:t} \quad (28)$$

ここでは、Andersonの線形回帰型及びPesaranの非線形回帰型モデルと区別するために、上のモデルを線形可変パラメータ・モデルと名付けて、LTVPM(Linear Time Variant Parameter Model)と記すことにしよう。

3.2 非線形可変パラメータ・モデル

以下では、Andersonの仮定1のみを維持して、仮定2と仮定3を修正するモデルを考えよ

う。

Pesaranの発想に倣って、私は p_{it}^+ と p_{it}^- は企業 i にも時間 t にも依存するようにAndersonの仮定2を修正する。すなわち、

$$p_{it}^+ = \alpha_t + \lambda_t \phi_t, \quad p_{it}^- = \beta_t + \gamma_t \phi_t \quad (29)$$

(29)式を仮定2を表す(2)'式に代入すれば、次式が得られる。

$$p_i = (\alpha_t R_t + \beta_t F_t) / (1 - \lambda_t R_t - \gamma_t F_t) + \varepsilon_t \quad (30)$$

さらに、時間 t に依存する未知パラメータ ϕ_t は酔歩(random walk)過程に従うとする。すなわち、

$$\phi_t = \phi_{t-1} + v_t, \quad \text{ただし, } \phi_t = (\alpha_t \ \beta_t \ \lambda_t \ \gamma_t)', \\ v_t \sim N(0, \sigma^2 V), \quad V \text{ は } 4 \times 4 \text{ の行列} \quad (31)$$

(30)式と(31)式によって構成されるモデルは一種の非線形フィルター・モデルにはかならない。その推定法としては、拡張カルマン・フィルター法と呼ばれる方法があり、付録で論ずることにする。

最後に、Pesaranの仮定5Aを表す(21)式を維持しながら、企業の期待形成構造が時間 t と共に変動するようにAndersonの仮定3を修正する。

$$a_{t+1:t}^e = \alpha_{t+1:t}^*, \quad \beta_{t+1:t} = \beta_{t+1:t}^* \\ \lambda_{t+1:t}^e = \lambda_{t+1:t}^*, \quad \gamma_{t+1:t} = \gamma_{t+1:t}^* \quad (32)$$

(32)式を(21)式に代入すると、将来の物価上昇率に対する期待の推定値が

$$p_{t+1:t}^{e*} = (\alpha_{t+1:t}^* R_{t+1:t} + \beta_{t+1:t}^* F_{t+1:t}) / \\ (1 - \lambda_{t+1:t}^* R_{t+1:t} - \gamma_{t+1:t}^* F_{t+1:t}) \quad (33)$$

と得られる。

ここでは、線形可変パラメータ・モデルと区別するために、上のモデルを非線形可変パラメータ・モデルと名付けて、NLTVP(Non-Linear Time Variant Parameter Model)と記すことにしよう。

3.3 モデルの比較

線形可変パラメータ・モデルと非線形可変パラメータ・モデルはパラメータが時間 t に依存する点では共通している。即ち、両方とも可変パラメータ・モデル(以下においては、TVPM(Time Variant Parameter Model)と略称す

る)である。しかし、モデルの構造面では、N-LTVPMはLTVPMの一般形になっている。

線形回帰型モデル及び非線形回帰型モデルと比べて、TVPM法は以下の点で優れていると言える。

①パラメータが時間と共に変動する。すなわち、計測期間中にわたって、モデルがパラメータの変動過程を記述することは可能である。このことは単に不変パラメータ・モデルの欠点①が克服出来ることを意味するだけでなく、モデルの構造変化が反映されることを意味する。

② t 期のパラメータを推定するに当たっては、 t 期までの情報のみが利用され、将来の情報が利用されない。従って、 t 期において期待を形成するとき、 t 期までの情報のみ利用される。このことは一定の期間について期待を計測した後、さらに後の計測期間を追加しても、以前の期待が変化しないことを意味する。

③LTVPMにおいて、もし $Q=0$ ならば、線形回帰型モデルが得られ、そして、NLTVPにおいて、もし $V=0$ ならば、非線形回帰型モデルが得られる。このことはTVPMが不変パラメータ・モデルの一般形であることを意味する。

4 計測例

PesaranはイギリスのCBI産業動向サーベイの製造業に関する調査結果を用い、CP法、AndersonモデルとPesaranモデルによって、1958年から1981年までの製造業製品卸売物価上昇率に対する期待を計測した。ここでは、比較するためにPesaranが用いたデータと全く同じデータ⁵⁾を利用して、以上で提案されたTVPMによる計測を試みることにする。

4.1 線形モデルの推定結果

付録で論じた方法を用いて、(25)式と(26)式からなるLTVPMを推定したところ、次のような結果が得られた。

$$p_t^* = \alpha_t^* R_t + \beta_t^* F_t + \varepsilon_t^*$$

$$\sigma^* = 0.452, Q_{11}^* = 15.280, Q_{22}^* = 0.0001 \quad (34)$$

分散共分散行列 Q の主対角要素は、それぞ

れに対応する係数パラメータの計測期間における変動の程度を表すものであり、(34)式をみると、 R_t に掛かる係数 α_t^* の変動は、 F_t に掛かる係数 β_t^* の変動よりもはるかに大きいことが分かる。さらに、係数パラメータの推定値の有意性を正規検定量の値でみると、 α_t^* が殆どの期間において高い有意水準で0とは有意に異なるが、 β_t^* が逆に殆どの期間において0とは有意に異なることが分かった。

上のモデルに対応して、Andersonの(5)式に対する推定がPesaranによって試みられた。その結果は次の通りである⁶⁾。

$$p_t^* = 8.51 R_t - 2.14 F_t + \varepsilon_t^*$$

$$(11.74) \quad (-0.77)$$

$$\varepsilon_t^* = 0.64 \varepsilon_{t-1}^* + \eta_t^*$$

$$(7.40)$$

$$R^2 = 0.8288, \sigma^* = 1.10 \quad (35)$$

ここに、括弧内の数値はそれぞれの係数パラメータの推定値に対する t 検定の値である。

(34)式と(35)式から分かるように、係数パラメータの推定値の有意性に関しては、二つの方法による結論が一致している。そこで、私は R_t のみを含む線形モデルを推定した。その結果は次の通りである。

$$p_t^* = \alpha_t^* R_t + \varepsilon_t^*$$

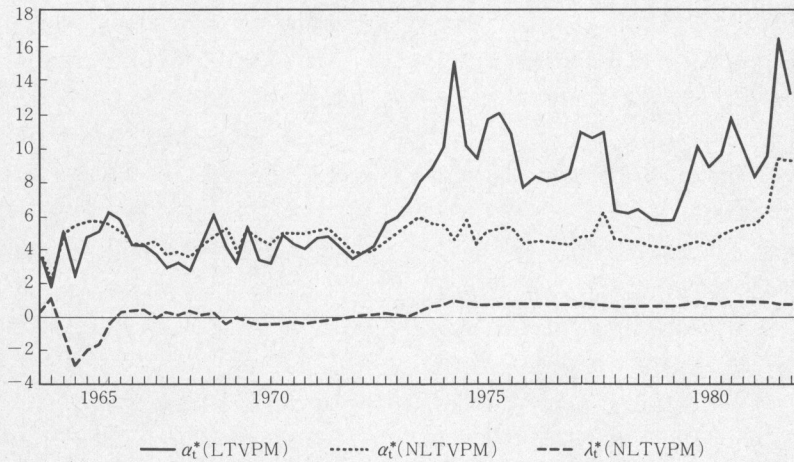
$$\sigma^* = 0.458, Q^* = 14.493 \quad (36)$$

係数パラメータの推定値の有意性を正規検定量の値でみると、 α_t^* が殆どの期間において高い有意水準で0とは有意に異なることが分かった。また、 Q^* が大きな値を取ることに示されたとおり、 α_t^* が計測期間においてかなり変動している。その変動の軌跡を描いている図1をみると、 α_t^* は第一次石油危機直前までは約5%に安定しているが、それ以後になると急激に増えて、殆どの期間においては、計測期間全体における平均値の8.5%より大きくなっている。

4.2 非線形モデルの推定結果

付録で論じた方法を用いて、(30)式と(31)式によって構成されたNLTVPを推定したところ、 F_t に掛かる係数パラメータの推定値 β_t^* と γ_t^* は殆どの期間において0とは有意に異な

図1 係数パラメータの推定値の比較



らず、しかも、それらに対応する分散共分散行列 V の主対角要素は 0 に近い値 (0.001 以下) を取ることが分かった。それは F_t が p_t にあまり影響しないことを意味すると考えられる。この結果は線形モデルによる結果と一致している。そこで、私は R_t のみを含む非線形モデルを推定してみた。その結果は次の通りである。

$$p_t^* = \alpha_t^* R_t / (1 - \lambda_t^* R_t) + \varepsilon_t^*$$

$$\sigma^* = 0.529, V_{11}^* = 1.240, V_{22}^* = 0.002 \quad (37)$$

係数パラメータの推定値の有意性を正規検定量の値でみると、 α_t^* が殆どの期間において高い有意水準で 0 とは有意に異なるが、 λ_t^* に関しては、74 年第 3 四半期までの期間において 0 とは有意に異ならないが、74 年第 4 四半期からのすべての期間においては、一転して通常の有意水準で 0 とは有意に異なることが分かった。また、図 1 をみると、係数パラメータの計測期間における変動の程度を表す V^* の値に示されたとおり、 α_t^* が計測期間においてかなり変動しているのに対し、 λ_t^* が 0 とは有意に異なる 74 年第 3 四半期までの期間においては、やや変動しているが、0 とは有意に異なる 74 年第 4 四半期からの期間においてはかなり安定している。このような結果は第二次石油危機がイギリスの製造業の物価形成に構造変化をもたらしたことを意味するものであると考えられよう。上のモデルに対応する Pesaran の推定結果は次の通りである⁷⁾。

$$(1 - 0.85 R_t) p_t^* = 3.78 R_t + \varepsilon_t^* \quad (10.69)$$

$$\varepsilon_t^* = 0.42 \varepsilon_{t-1}^* + 0.26 \varepsilon_{t-2}^* + \eta_t^* \quad (3.39) \quad (2.41)$$

$$R^2 = 0.9609, \sigma^* = 0.5245 \quad (38)$$

4.3 期待物価上昇率の計測

(36)式と(37)式の結果を受けて、物価上昇率に対する期待が計測された。計測式はそれぞれ次の通りである。

$$a_{t+1:t}^e = a_{t+1:t}^*$$

$$p_{t+1:t}^e = a_{t+1:t}^e R_{t+1:t} \quad (36)'$$

$$a_{t+1:t}^e = a_{t+1:t}^*, \lambda_{t+1:t}^e = \lambda_{t+1:t}^*$$

$$p_{t+1:t}^e = a_{t+1:t}^e R_{t+1:t} / (1 - \lambda_{t+1:t}^e R_{t+1:t}) \quad (37)'$$

同様、Pesaran は (38) 式の結果に基づき、次の計測式を用いて期待物価上昇率を計測した⁸⁾。

$$p_{t+1:t}^e = (3.78 R_{t+1:t} + 0.42 \varepsilon_t^* + 0.26 \varepsilon_{t-1}^*) / (1 - 0.85 R_{t+1:t})$$

$$\varepsilon_{t-i}^* = (1 - 0.85 R_{t-i}) p_{t-i} - 3.78 R_{t-i}, i = 0, 1 \quad (38)'$$

以上三つの式による計測結果は CP 法による結果と合わせて、それぞれ図 2、図 3 と図 4 に示されている。図に基づいて次のことが指摘されよう。第 1、60 年代末期から第一次石油危機直前にかけて、期待が現実を大幅に過大評価した傾向が CP 法の結果にも Pesaran 法の結果にも見られるが、TVPM による結果には、そ

図 2.1 CP 法と LTVPM 法による物価期待の比較

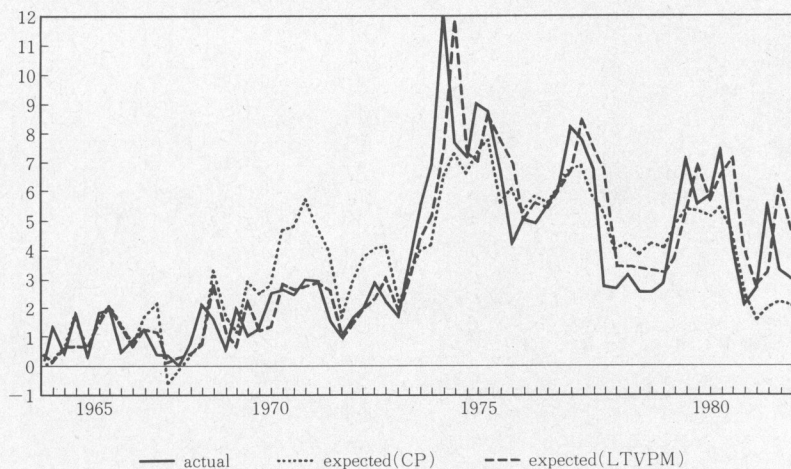
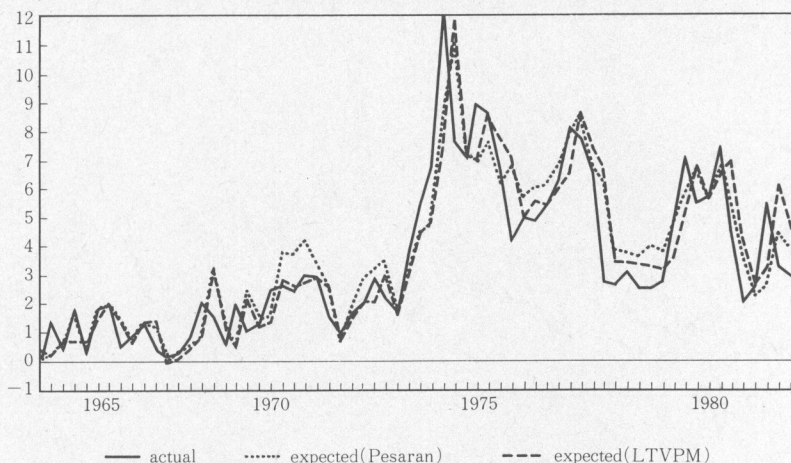


図 2.2 Pesaran 法と LTVPM 法による物価期待の比較



のような傾向が見られない。第2, 第二次石油危機の最中と直後, 期待が現実を過小評価した傾向が CP 法の結果に見られるが, その他の結果には見られない。第3, 第一次石油危機直後以外の殆どの期間においては, TVPM による期待が CP 法と Pesaran 法のそれよりも現実に近い。第4, LTVPM と NLTVP M の結果を比較してみると, LTVPM による期待の方が NLTVP M のそれよりも現実に近い。

最後に, 係数パラメータの推定結果と併せて比較すれば, Pesaran 法は Anderson 法より, そして TVPM 法は Pesaran 法より現実に近い結果が得られたと考えられよう。しかし, NLTVP M における係数パラメータ λ_i が全て

の期間において有意に 0 とは異なる推定値を得られなかったため, 推定結果による LTVPM 法と NLTVP M 法の比較的评价が困難である。

5 むすび

以上においては, Anderson = Pesaran 法の発想に沿って, TVPM 法による期待物価上昇率の計測方法が提案された。理論分析と Pesaran が用いたイギリスのデータに基づく実証分析と併せて比較すると, Anderson = Pesaran 法よりも, TVPM 法の方が現実的であるという結論が得られた。それ故, TVPM 法が期待インフレ率およびその実証分析に一層の発展を促す可能性を持つと考えられる。

図 3.1 CP 法と NLTVPM 法による物価期待の比較

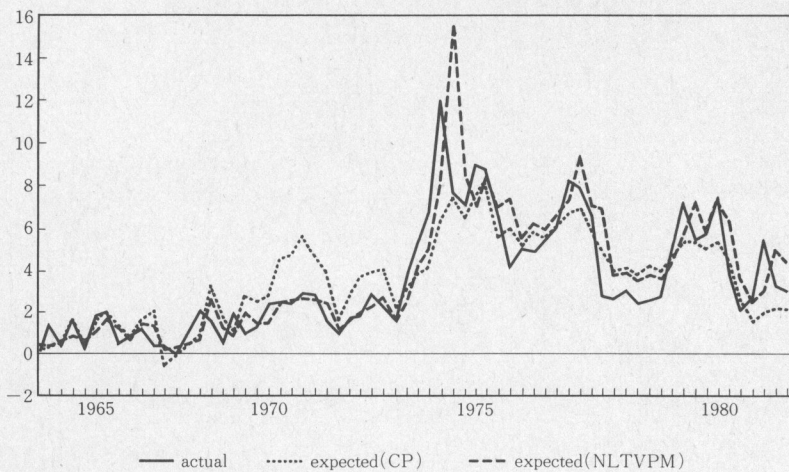


図 3.2 Pesaran 法と NLTVPM 法による物価期待の比較

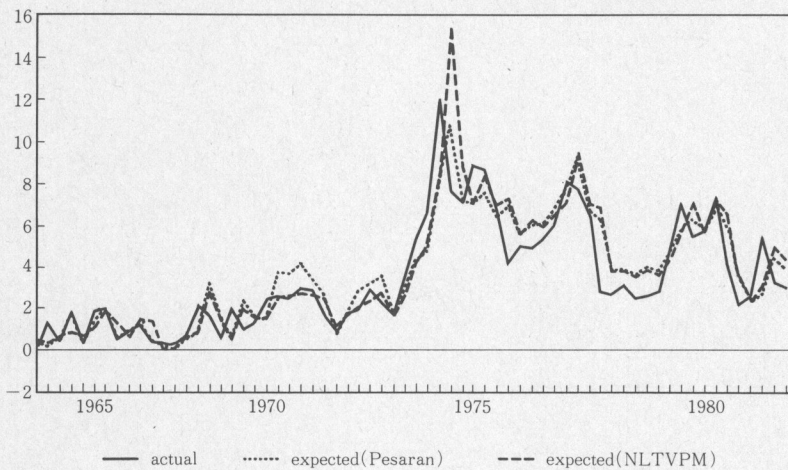
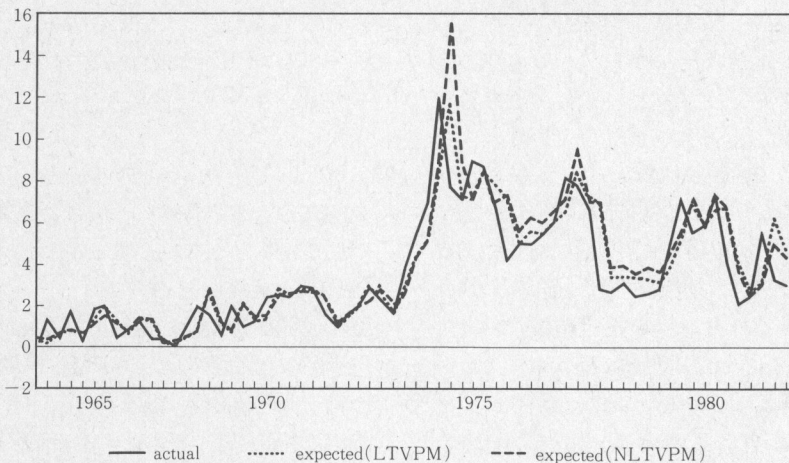


図 4 LTVPM 法と NLTVPM 法による物価期待の比較



最後に、日本における期待物価上昇率の計測およびそれ以外の分野における TVPM 法の適用などについては、今後の実証研究の課題としたい。

(論文受付日 1989 年 4 月 19 日・採用決定日 1990 年 2 月 15 日、京都大学大学院経済研究科)

付録 カルマン・フィルター法について

A. 線形カルマン・フィルター法について

簡単化のために、次のような線形カルマン・フィルター・モデルを考えよう。

$$Y_t = X_t \theta_t + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2) \quad (a.1)$$

$$\theta_t = \theta_{t-1} + q_t, \quad q_t \sim N(0, \sigma^2 Q) \quad (a.2)$$

ここに、 Y_t と σ^2 はスカラー、 X_t は k の次元の行ベクトル、 θ_t は k の次元の列ベクトル、 Q は $k \times k$ 次元の行列である。カルマン・フィルター法とは、 t 期までの情報を用いて、未知パラメータ θ_t と σ^2 、 Q を推定する方法である。

まず、 σ^2 と Q を前提とする場合の未知パラメータ θ_t の推定を考える。 $t-1$ 期における θ_t の事前分布は $N(\theta_{t:t-1}, \sigma^2 P_{t:t-1})$ 、 t 期における θ_t の事後分布は $N(\theta_t, \sigma^2 P_t)$ とすると、 θ_t の推定量が次のような式によって与えられる。

$$\theta_{t:t-1}^* = \theta_{t-1}^* \quad (a.3)$$

$$P_{t:t-1} = P_{t-1} + Q \quad (a.4)$$

$$\theta_t^* = \theta_{t:t-1}^* + K_t E_t \quad (a.5)$$

$$P_t = P_{t:t-1} - K_t X_t P_{t:t-1} \quad (a.6)$$

ただし、

$$E_t = Y_t - X_t \theta_{t:t-1}^* \quad (a.7)$$

$$F_t = X_t P_{t:t-1} X_t' + 1.0 \quad (a.8)$$

$$K_t = P_{t:t-1} X_t' F_t^{-1} \quad (a.9)$$

すなわち、 θ_t の推定量は $t-1$ 期までの情報を用いて推定した $\theta_{t:t-1}^*$ に予測誤差 E_t を調整したうえで得られたのである。

次に、未知パラメータ σ^2 と Q の推定については、最尤法によって得られる。 σ^2 と Q の尤度関数 L は Y_t の予測誤差分解より得られる Y_1, \dots, Y_T の同時密度関数として次のように書かれる。

$$\begin{aligned} \text{Log } L = & -(1/2) T \text{Log}(2\pi) - (1/2) T \text{Log}(\sigma^2) \\ & - (1/2) \sum_{t=1}^T \text{Log}(F_t) \\ & - (1/2) \sigma^{-2} \sum_{t=1}^T (E_t^2 / F_t) \end{aligned} \quad (a.10)$$

上式から、 Q が所与のもとでの σ^2 の最尤推定量が次のように得られる。

$$\sigma^{2*} = T^{-1} \sum_{t=1}^T (E_t^2 / F_t) \quad (a.11)$$

更に、 Q の最尤推定量が関数

$$\begin{aligned} L = & -(1/2) T \text{Log}(2\pi) - (1/2) T \text{Log}(\sigma^{2*}) \\ & - (1/2) \sum_{t=1}^T \text{Log}(F_t) - (1/2) T \end{aligned} \quad (a.12)$$

を最大化することによって、或は関数

$$L_c = T \text{Log}(\sigma^{2*}) + \sum_{t=1}^T \text{Log}(F_t) \quad (a.15)$$

を最小化することによって得られる。

B. 非線形カルマン・フィルター法について

簡単化のために、次のような非線形カルマン・フィルターモデルを考えよう。

$$Y_t = h_t(\theta_t) + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2) \quad (b.1)$$

$$\theta_t = \theta_{t-1} + q_t, \quad q_t \sim N(0, \sigma^2 Q) \quad (b.2)$$

ただし、 h_t は非線形関数であり、 θ_t について微分可能であると仮定する。

ここで、非線形関数 h_t は滑らかであるという仮定の下に、 $h_t(\theta_t)$ を推定値 $\theta_{t:t-1}^*$ のまわりに線形化すれば、次の式が得られる。

$$h_t(\theta_t) = h_t(\theta_{t:t-1}^*) + H_t(\theta_t - \theta_{t:t-1}^*) + \dots \quad (b.3)$$

ただし、 H_t は非線形関数 h_t を θ_t で微分して、 $\theta_t = \theta_{t:t-1}^*$ で評価される k 次元の行ベクトルである。

(b.3)式の高次の項を無視して、(b.1)式に代入して整理すれば、次の式が得られる。

$$Y_t - h_t(\theta_{t:t-1}^*) + H_t \theta_{t:t-1}^* = H_t \theta_t + \varepsilon_t \quad (b.4)$$

t 期においては、(b.4)式の左辺の値が既知であるから、(b.4)式は(a.1)式のような線形関数と同じものとなる。

従って、(b.1)式と(b.4)式からなる線形パラメータ・モデルの解が、(b.1)式と(b.2)式からなる非線形パラメータ・モデルの近似解として、次のように求められる。

すなわち、 σ^2 と Q を前提する場合の未知パラメータ θ_t の推定量が次のような式によって与えられる。

$$\theta_{t:t-1}^* = \theta_{t-1}^* \quad (b.5)$$

$$P_{t:t-1} = P_{t-1} + Q \quad (b.6)$$

$$\theta_t^* = \theta_{t:t-1}^* + K_t E_t \quad (b.7)$$

$$P_t = P_{t:t-1} - K_t H_t P_{t:t-1} \quad (b.8)$$

ただし、

$$E_t = Y_t - h_t(\theta_{t:t-1}^*) \quad (b.9)$$

$$F_t = H_t P_{t:t-1} H_t' + 1.0 \quad (b.10)$$

$$K_t = P_{t:t-1} H_t' F_t^{-1} \quad (b.11)$$

そして、未知パラメータ σ^2 と Q の推定については、 Q が所与のもとでの σ^2 の最尤推定量が次のように得られ、

$$\sigma^{2*} = T^{-1} \sum_{t=1}^T (E_t^2 / F_t) \quad (b.12)$$

Q の最尤推定量が関数

$$L = -(1/2) T \text{Log}(2\pi) - (1/2) T \text{Log}(\sigma^{2*}) \\ - (1/2) \sum_{t=1}^T \text{Log}(F_t) - (1/2) T \quad (\text{b. 13})$$

を最大化することによって、或は関数

$$L_c = T \text{Log}(\sigma^{2*}) + \sum_{t=1}^T \text{Log}(F_t) \quad (\text{b. 14})$$

を最小化することによって得られる。

C. 初期分布と変数選択の問題

以上のアルゴリズムを実行する際、二つの問題を解決しなければならない。一つはパラメータの初期分布をどのようにして特定化するかのことである。これはカルマン・フィルター法に基づく推定の共通問題であり、広く言えば、ベイジアン流の推定作業にかかわる問題でもある。①. Harvey = Phillips(1976b), Harvey(1981)はパラメータの数に等しい最初 k 個の観測値を用いて一般化最小二乗法で、②. Garbade(1977)は最初 k 個の観測値を用いてカルマン・フィルター法による反復計算で、初期分布を設定する方法を各々提案した。また、③. 最初 $n(n \geq k)$ 個の観測値に基づく最小二乗法の推定結果をそのまま初期分布とする実証分析も数多く見られる。④. さらに、初期分布を $\theta_0 = 0$, $P_0 = sI$ (但し、 I は単位行列、 s は充分大きいスカラー) とする提案も見られる(例えば、Harvey(1981))。私は以上四つの方法を用いて実験したところ、 $(k+2)$ 期以後の推定結果が殆ど初期値に依存しないことが分かった(但し、④の場合、 $s \geq 10^{-4}$ でなければならない)。

いま一つの問題は変数の選択に関するものである。この問題に関する議論が極めて少ないが、パラメータ θ_i は正規分布 $N(\theta_i, \sigma^2 P_i)$ に従うという仮定を利用して、正規検定に基づく変数の選択が可能であると考えられよう。この際、選択の具体的な基準が定まりにくいのが、本稿においては、殆どの期間において通常の有意水準でゼロとは有意に異なる係数に対応する変数をモデルから取り除くことにした。

注

1) CP法はもともと物価水準に関する意識調査に適用される方法である。刈屋(1986)、豊田(1979, 1986)などはCP法を物価上昇率に関する意識調査にも適用されるように修正した。

2) この問題に関しては、例えば、豊田(1986)などを参照。

3) この点に関しては、Tirole(1986)も指摘した。

4) θ_i はもっと複雑な確率過程に従うかも知れないが、ここで酔歩過程に従うと仮定するのは、酔歩過

程が非定常の確率過程で、かなりの構造変化に対応できることと技術上の処理が簡単であることによる。このような仮定に関しては、例えば、刈屋(1986)の pp. 63-86などを参照。

5) Pesaran(1986), pp. 39-44を参照。

6) Pesaran(1986), p. 41. (11a)式と(11b)式を参照。

7) Pesaran(1986), p. 45, (13a)式と(13b)式参照。

8) Pesaran(1986), p. 47, (16a)式参照。

参考文献

[1] Anderson, O., Jr, "The Business Test of the IFO-Institute for Economic Research, Munich, and its Theoretical Model," *Revue de L'Institut International de Statistique*, Vol. 20 (1952), pp. 1-17.

[2] Carlson, J. A. and Parkin, M., "Inflation Expectations," *Economica*, Vol. 42, No. 166 (1975), pp. 123-138.

[3] Foster, J. and Gregory, M., "Inflation Expectations: The Use of Qualitative Survey Data," *Applied Economics*, Vol. 9, No. 4 (1977), pp. 319-329.

[4] Garbade, K., "Two Method for Examining the Stability of Regression Coefficients," *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 72, No. 357 (1977), pp. 54-63.

[5] Harvey, A. C. and Phillips, G. D., "Maximum Likelihood Estimation of Regression Models with Autoregressive-Moving Average Disturbances," *Biometrika*, Vol. 66, No. 1 (1979), pp. 49-58.

[6] Kanon, Satoru and Zhidong, Li, "The Measurement of Inflation Expectations: An Alternative Approach to the Carlson and Parlin's Method," Discussion Paper Series, the Center for International Trade Studies, Faculty of Economics, Yokohama National University, (1987)

[7] Pesaran, M. H., "Expectations Formations and Macroeconometric Modelling," in P. Malgrange and P. A. Muet (eds.) *Contemporary Macroeconomic Modelling* (1986) pp. 29-55.

[8] Tirole, J., "Comment on 「Expectations Formations and Macroeconometric Modelling」," in P. Malgrange and P. A. Muet (eds.), *Contemporary Macroeconomic Modelling*, (1986) pp. 59-61.

[9] Visco, I., *Price Expectations in Rising Inflation*, North-Holland, 1985.

[10] A. C. ハーベイ著、国友直人、山本 拓訳『時系列モデル入門』東京大学出版会、1985年。

[11] 片山徹『応用カルマンフィルタ』朝倉書店、1983年。

[12] 刈屋武昭『計量経済分析の考え方と実際』東洋経済新報社、1986年、pp. 63-86, 139-149.

[13] 刈屋武昭「基準化正規CP指数と日銀『短観』判断データによる景気分析」『経済研究』第40巻第1号、1989年、pp. 9-19.

[14] 経済企画庁『昭和56年版 経済白書』1986年。

[15] 島田晴雄・細川豊秋・清家 篤「賃金および雇用調整過程の分析」『経済分析』84号, 1982年。
 [16] 嶋村紘輝「インフレ期待の計測と期待形成仮説の検証」『早稲田商学』314・315合併号, 1986年, pp. 253-284.

[17] 豊田利久「大インフレーション期における期待の形成」『季刊理論経済学』30巻3号, 1979年, pp. 193-201.
 [18] 豊田利久「合理的期待形成の検証」『国民経済雑誌』154巻2号, 1986年, pp. 1-21.

農業経済研究 第62巻第2号

(発売中)

米—アジアの稲作と国際市場

—1990年度大会討論会報告—

会長挨拶	梶井 功
座長挨拶	松田藤四郎

報 告

中国の米の生産と消費	劉 志 仁
Rice Production and Marketing in Indonesia	Sri Widodo
韓国の米作経済	朱 宋 桓
Rice Production of Thailand and Its Problems	Kamphol Adulavidhaya
日本の米をめぐる基本問題	今村奈良臣
コメント	

合同討論

個別報告

〈書 評〉

長原豊著『天皇制国家と農民—合意形成の組織論—』	玉 真之介
加用信文著『イギリス古農書考』増訂版	吉田義明
浅見淳之著『農業経営・産地発展論』	北田紀久雄
坂根嘉弘著『戦間期農地政策史研究』	長 原 豊

〈会 報〉

理事会ニュース
 編集委員会だより

B5判・86頁・定価1240円 日本農業経済学会編集・発行／岩波書店発売