

## 書評

山崎 昭

## 『数理経済学の基礎』

創文社 1986.7 vii+382 ページ

本書は一般均衡論を測度論的に分析しようとする Aumann, Hildenbrand 等による業績を出発点とし、非凸性の問題に対し集計の効果という視点より解決を与えようとするものである。非凸性を集計のスムージング効果により解決しようとする一連の研究成果はあるが(例えば Trockel(1984)<sup>1)</sup>とその本に掲げられている参考文献を参照)、山崎氏の研究のまた本書の特徴は財空間・消費集合の非凸性にまで分析を拡張・一般化している点にある。財空間・消費集合の非凸性はただ単に分析技術に関する一般化ではなく、それは財の非分割性を許容するという一般化となっている点において経済学的に重要な一般化であるといえよう。本書の構成は以下の通りである。

まず第1編「均衡分析の基礎」において財空間、消費セクターを特徴づけるものとしての消費集合・選好関係等の基礎概念が説明され、一般的財空間として本書では少なくとも1つの分割可能財が存在するような財空間に限定されることが述べられている。(これは極めて McKenzie 的であることは言うまでもない)そしてその第2章では個人需要の諸性質が分析されている。既存の定理を山崎氏なりに極めて一般的な消費集合に拡張された下での需要対応の可測性・連続性に関する命題 10.3 と定理 10.4 が興味深い。

第2編「均衡分析における集計の効果とスムージングの現象」では本書の基礎となる分析を与えている。

第3章「総需要と集計の効果」では Shapley-Folkman の定理による有限経済での凸化効果、さらに Lyapunov の定理によるアトムレスな無限経済での凸化効果といった山崎氏の言う集計の直接的効果が説明され、そして第4章では生成的(generic)な性質としての連続化効果・スムージング効果が分析され、さらに第5章では連続化効果・スムージング効果の十分条件として消費特性分布の拡散性が導入されている。この第5章が第2編のハイラ

イトと言って良からう。

生成的な性質としては、総需要が生成的に一意性を持つこと(定理 16.1)、生成的に上半連続性を持つこと(定理 17.1)が示される。(ただし定理 16.1 は全ての財が分割可能な場合となっている。)

消費特性分布の拡散性と連続化効果に関しては、まず富分布の弱拡散性の下で総需要対応が上半連続性を持つことが示される(定理 19.1)。さらに選好分布の拡散性として可微分拡散性、局所線型拡散性、横断的拡散性の概念が導入され、それぞれの条件の下での総需要の一意性が示される(それぞれ定理 21.1, 21.2, 21.3 である)。

第2編の成果を基盤として第3編「均衡の同値性と決定性」という一般均衡分析のこれまでの伝統的な中心テーマに関する議論が展開される。

第6章ではワルラス均衡とコアという2つの均衡概念の下での配分の同値性が追求されている。非分割財を含む一般均衡モデルでは Aumann の同値定理は必ずしも成立しない。第6章ではまずワルラス均衡概念とコア概念を弱くすることにより配分の同値性が追求される。弱ワルラス配分と弱コアの同値定理(定理 24.2)、また初等の財空間において選好の局所非飽和性と完全分割可能財の優先性の仮定の下での弱ワルラス配分とコアの同値定理(定理 26.1)がそれである。これらはいずれも山崎氏の貢献が顕著な結果である。

さらに集計によるスムージング効果・連続化効果が期待できるような経済環境の下において同値定理が成立することが明らかにされている。これらは初期保有量分布の拡散性の下でのワルラス配分とコアの同値定理(定理 27.1)と初期保有量分布の完全分割可能財の方向への拡散性と同値定理(定理 27.2)である。ここでも山崎氏の貢献が顕著である。

第7章「均衡の決定性」では Aumann, Schmeidler, Hildenbrand 等によるワルラス均衡の存在定理をより一般的な財空間・消費集合を許容するように拡張・一般化が試みられている。基本的には経済の初期保有量分布の拡散性を通じての集計の効果がワルラス均衡の決定性の問題に解決を与えてくれることが示されている。

消費集合が同一で、分割可能財の存在、生存条件と初期保有量分布の拡散性等の下でのワルラス均衡の存在定理 I (定理 30.1)と、さらに消費集合の多様化を許し、完全分割可能財の存在、より弱い生存条件、初期保有量分布の完全分割可能財への方向への拡散性等の条件の下でのワルラス均衡の存在定理 II (定理 31.4)が示されている。これらの結果においても山崎氏の独自の貢献が見

1) Trockel, W., *Market Demand: An Analysis of Large Economies with Non-Convex Preferences*, Springer Verlag(1984).

られる。

さらに弱ワルラス均衡、弱正ワルラス均衡、ワルラス均衡の存在を通じて弱コア配分、コア配分の存在が示され、さらに近似ワルラス均衡の存在に関する議論が紹介されて本書は終了する。

本書は山崎氏の研究論文に負うところが大きであるが、かなり書き直しも多く、また論文とは体裁が異なり例や図解が豊富に付け加えられていたり、解説の部分も多いので論文に比較してはるかに読み易くなっている。また数学的付記と予備 I～VI を通して必要な数学的準備がある程度できるよう配慮が加えられている。しかし言うまでもなくこうした数学的付記と予備によって数学を学ぶことは期待すべきではなからう。それぞれのテーマに従って数学専門書や論文を通し、また多くの演習を通して数学は身につくものである。そういう意味では演習問題も欲しかった感がする。本書は測度論的な一般均衡分析の本格的な紹介ともなっている。単なる紹介の部分も山崎氏なりの多くの工夫が加えられている。山崎氏独自の研究を中心に、紹介・解説を交えた本格的な専門書として当書の貢献は高く評価できる。数理経済学・理論経済学を研究する者、学ぶ者、これから学ばんとする者にとって今後必読・必携の書となるであろう。特に近年数理経済学、その中でも一般均衡論に関する基礎的研究が一步も二歩も立ち遅れている感の強い日本でこうした本格的な専門書が刊行された事に喜びを感じる。もっとも表題の示すような包括的な基礎を与える書ではなく、一般均衡の極く orthodox な範囲に内容が限定されているが、この書物が若い研究者・大学院生に新しい Challenge を与えるものとなって欲しいと望む者である。

過去 10 数年の間、理論経済学・数理経済学は一般均衡論を基礎的な視点としながらも実に多様・多彩な方向にテーマが発展してきた。不完全競争とゲーム論がより積極的・建設的に結びついた新しい産業組織論の方向がその 1 つであり、また情報の非対称性に基づく不確実性下での種々の問題が様々な分野で新しい視点からのテーマを提供し非市場組織との関連で追求がなされている。こうした多様な発展の中で本書のテーマは少々 orthodox すぎる印象を与えるかも知れない。しかし上記の多様なトピックに関しても今後より一般均衡論的な分析が試みられるようになれば必ず本書で分析されているのと同様の問題に遭遇し、本書で必要性より導入されてきた多くの数学的手法が単に高度だが珍奇な手法として通過することができないものとなるのではないかと考える。例えば Price-taker を仮定する場合に連続体の経済主体

の集合を導入することが常套手段となってくるのではないかと考える。そういう意味で当書は重要な基礎的視点を与えてくれていると思う。以下 2, 3 の雑多なコメントを書き記すこととする。

1. 集計によるスムージング効果は山崎氏も述べていられるように、Cournot, Walras, Marshall 等により予期されていたものであり、彼等の分析は集計の効果に依存していたと言える。しかしそれでは応用ミクロ分析において分割可能財・凸性の枠組で出発して良いのであろうか、消費者の数が充分多い場合教科書的な分析が大体間違っていないのか、またどの程度の誤差があるのかといった疑問に対して山崎氏の分析は応用ミクロ分析者に安心感を与えるような直接の解答を必ずしも与えていない感がする。(もっとも定理 14.2 は 1 つの解答を与えているが。)

2. 集計によるスムージング効果が総需要対応の連続性・一意性を与えてくれるというのが当書の主要な結果の一部であるがこうしたどちらかと言えば技術的な性質以上のより経済的な性質をいかにして導き出すかと言う大きな課題が著者も序で意識されているように残っている。Hildenbrand (1983)<sup>2)</sup>, Mas-Colell (1985, 5.7)<sup>3)</sup>, Hildenbrand, K., and W. Hildenbrand (1986)<sup>4)</sup> といった試みがあるが市場総需要の価格効果が直接の価格効果と所得を通しての価格効果が合成されている場合の市場分析の困難さはスムージングによっては解決できないようである。

3. 初期保有量の拡散性が連続性を保障し選好の何らかの拡散性が総需要の一意性を保障するという論理構成となっているが、選好の拡散性から連続性がでてこないのかという疑問は残る。またそれ故第 3 編では富分布または初期保有量の拡散性のみが均衡分析に利用されており、選好の拡散性が活用されていないのが惜しい感じである。

4. Aumann の理念型について「現実」の経済をどの

2) Hildenbrand, W., "On the 'Law of Demand,'" *Econometrica*, 51 (1983), pp. 997-1019.

3) Mas-Colell, A., *The Theory of General Economic Equilibrium: A Differentiable Approach*, Cambridge University Press (1985).

4) Hildenbrand, K., and W. Hildenbrand, "On Mean Income Effect: A Data Analysis of the U. K. Family Expenditure Survey," in *Contributions to Mathematical Economics in Honor of Gerard Debreu*, ed. by W. Hildenbrand and A. Mas-Colell, North-Holland (1986).

ように解釈するのかという点に関して、Hildenbrand による仮説的母集団から抽出された標本の分布として、経済の分布を考える解釈が175頁に説明されているが、仮説的母集団とは何なのかその実体が不明瞭であり、さらに170頁では統計学の視点とは違って本書の経済分析では母集団(これは Hildenbrand の標本分布に当たるのだが)の分布を既知とするという説明ともうまく合っていない感がする。

5. 有限経済で完全競争性を前提とした近似的ワルラス均衡を考えることはアトムレスな測度空間を経済構成員とする経済を完全競争経済の1つの理念型と解釈する考えと少し矛盾しており、有限経済を考える場合にはどうしても不完全競争を導入しなければならないのではないかと考える。不完全競争均衡による近似としてアトムレスな経済の完全競争均衡を考えるのが最も自然な感がある。こうした論理構成にするためには生産部門を導入する必要があり、また企業理論における非凸性が問題となる。これは序にも書いておられるように山崎氏の課題でもあり今後の研究に期待したい。

6. 第4章において経済全体の集合を消費特性空間上のコンパクトな台を持つ Borel 確率測度全体と考えている。この場合生成的な性質を稠密性のみで定義するのは不十分でいわゆる residual な集合と定義すべきであろう。

[大谷 順彦]