税の累進度と所得再分配係数*

豊　田　敬

1. はじめに

ジニ係数を用いた再分配係数で税制の所得再分配効果を計測することは，実は弾力性を計測することに他ならない。今まで見落とされていたこの事実を指摘し，税の累進度と再分配係数との関係を明らかにすることによって，実証研究に役立つ考え方を提供するというのが本稿の目的である。

所得税などの累進構造をもつ税制には，所得分配を平等にする機能がある。この種の事後的な所得再分配効果の大きさは，課税によって所得分布がどれだけ平等化したか，つまり不平等度がどれだけ減少したかを調べればわかる。実際の計測に当たっては，課税前と課税後の所得階層別データを用意して，ジニ係数の減少率(再分配係数)

$$\phi=(G_x-G_y)/G_x=1-(G_y/G_x)$$

ただし，$G_x(G_y)$ は課税前(後)所得分布のジニ係数を算出し，この指標の値で所得再分配効果の大きさを比較すればよい。これまで，この方法に基づいて多くの実証研究がなされてきた。代表的な例として，日本では貝塚・新飯田(1965)，石(1979)がある。

再分配係数 ϕ は，ローレンツ曲線のグラフを援用すれば幾何学的にもその意味が理解しやすく，計算も簡単であるなど，使い勝手の良い便利な指標であるが，難点がないわけではない。本稿に関係する問題点として次が挙げられる。

第1に，ジニ係数の比率を比較することが許されるのかという問題がある。これは，たとえば，不平等度が半分になったとか不平等度が2倍になったというような表現に意味があるのだろうか，という疑問と同じことであり，測定のレベルに係わる基本的な問題である。

ふつう不平等度それ自体を比較する場合，ジニ係数の値の大小関係までしか考えない。つまり，ジニ係数を序数尺度(ordinal scale)として使う。ところが再分配係数の場合，比率 G_y/G_x をとっていることからわかるとおり，より強い比率尺度(ratio scale)の意味でジニ係数を利用している。ジニ係数はローレンツ曲線のグラフの面積と対応がつくので，その面積比と理解すれば，比率 G_y/G_x をとることはそれほど不自然でない。しかし，その面積が不平等度のどういう側面を表す量であるのか不明であれば，ジニ係数を比率尺度の意味で利用することには依然として問題が残る[1)]。ジニ係数の比率をとることに対するこの疑問はこれまでほとんど意識されていない。わずかに高山(1979)が簡単に指摘しているだけである。

第2に，租税の累進度との関係が明確でないという問題がある。再分配係数の値が大きければ累進度も大きいと予想されるが，しかしそれがいかなる意味の累進度であるかは曖昧である[2)]。

第3に，課税前所得分布と課税後所得分布のローレンツ曲線が交差する場合，どのように対処すればよいかということも問題になる。これは，Atkinson (1970) 以後，特に注目されるようになった問題である。

本稿では，再分配係数に従来とは異なった意味を付与することができるという事実を示す。その核心部分は次である。『ジニ係数の比率 G_y/G_x は，Durbin (1954) の操作変数法で線形租税関数を推定したときの，(平均所得における)課税後所得の(課税前)所得弾力性に等しい』。

これに従えば，上の第1と第2の難点は解消する。まず，比率 G_y/G_x が弾力性を表すということから，第1の問題は回避される。第2の点も問題にならない。なぜなら，比率 G_y/G_x は平均所得における残余所得累進度(residual income progression)そのものであり，推定された線形租税関数より平均税率累進度(average rate progression)や税負担累進度(liability progression)など

＊　本稿の作成過程で美添泰人教授(立正大学)，志築徹朗教授(東京経済大学)から有益なコメントをいただいた。本稿の研究には東京経済大学個人研究助成費を受けた部分がある。両教授および東京経済大学当局にお礼申し上げる。

1)　ジニ係数を比率尺度として意味づけることができないわけでない。Donaldson and Weymark (1980)，豊田(1982) を参照。

2)　この問題があるためか，石(1979)では累進度の計測にジャック係数を使っている。ただし，ジャック係数がいかなる意味の累進度を測っているのかは明確でない。

が求められるからである[3]。さらに第3の問題点についても，今までよりも有効な指針が示唆されることがわかる。

以下の構成は次のとおりである。第2節では，記号の導入を兼ねて，ジニ係数のいくつかの表現を示す。再分配係数が弾力性概念で解釈されるという事実は第3節で述べる。第4節では累進度との関係を扱う。第5節は「家計調査」データを使用した計測例である。

2. ジニ係数

ジニ係数は多様な形の式で書き表すことができる。ここでは本稿の目的に合った式を導出し，ローレンツ曲線との関係について触れる。

課税前所得を x，課税後所得を y で表す。以下では x を単に所得と呼び，y を可処分所得と呼ぶことにする。見通しを良くするために，担税者 n 人についての (x,y) のデータを (x_i,y_i)，$i=1,2,\cdots\cdots,n$ とし，x_i は低所得の担税者からの順(昇順)になっているものとする。すなわち，$x_1\leqq x_2\leqq\cdots\leqq x_n$。ただし，可処分所得の y_i は昇順になっているとは限らない[4]。x,y の平均をそれぞれ $\bar{x}$，$\bar{y}$ で表す。すなわち，$\bar{x}=\sum x_i/n$，$\bar{y}=\sum y_i/n$。なお，租税は $t=x-y$ であり，そのデータは $t_i=x_i-y_i$，そして平均は $\bar{t}=\bar{x}-\bar{y}$ である。

所得 x(の分布)のジニ係数 G_x は

$$G_x=\frac{\sum_i\sum_j|x_i-x_j|}{2n^2\bar{x}}$$

で定義される。つまり，平均差 $\sum_i\sum_j|x_i-x_j|/n^2$ を平均所得 $\bar{x}$ の2倍で割り算したもので，一般的には分布の相対的な散らばりを測る指標と解される。

x_i が昇順であることに留意すると，G_x を次のように書き換えることができる。

$$G_x=\frac{\sum_i(2i-n-1)x_i}{n^2\bar{x}}=2\frac{\sum_i i(x_i-\bar{x})}{n^2\bar{x}} \tag{1}$$

可処分所得 y(の分布)のジニ係数 G_y は，x_i の順序に従ったとき，同様にして

$$G_y=\frac{\sum_i(2i-n-1)y_i}{n^2\bar{y}}=2\frac{\sum_i i(y_i-\bar{y})}{n^2\bar{y}} \tag{2}$$

と書き表される。y_i は必ずしも昇順になっていないので，平均差形式の表現は

$$G_y=\frac{\sum_i\sum_j|y_i-y_j|\,\mathrm{sgn}(i-j)}{2n^2\bar{y}}$$

ただし，$\mathrm{sgn}(i-j)=\begin{cases}+1, & i>j\\ 0, & i=j\\ -1, & i<j\end{cases}$

となる[5]。

(1)，(2)より

$$\frac{G_y}{G_x}=\frac{\sum_i i(y_i-\bar{y})}{\sum_i i(x_i-\bar{x})}\cdot\frac{\bar{x}}{\bar{y}} \tag{3}$$

であり，再分配係数 ϕ は次式になる。

$$\phi=1-\frac{G_y}{G_x}=1-\frac{\sum_i i(y_i-\bar{y})}{\sum_i i(x_i-\bar{x})}\cdot\frac{\bar{x}}{\bar{y}} \tag{4}$$

よく知られているように，ジニ係数はローレンツ曲線のグラフの面積と対応がつく。ここでのデータの場合，所得 x(の分布)のローレンツ曲線 L_x は座標点

$$\left(\frac{k}{n},\frac{1}{n\bar{x}}\sum_{i=1}^{k}x_i\right),\ k=0,1,\cdots,n$$

を順次つないだ，下に凸の折れ線である。可処分所得 y(の分布)のローレンツ曲線 L_y も同様であるが，$y_1\leqq y_2\leqq\cdots\leqq y_n$ の成立が保障されていないので，下に凸になるとは限らない[6]。

ジニ係数 $G_x(G_y)$ は，図1(a)でいえば，45度線と L_x (L_y) とで囲まれた弓形の面積の2倍に等しい。弓形の面積を計算すれば，これは容易に確認することができる。そうすると比率 G_y/G_x はこの2つの弓形の面積比に等しく，再分配係数 ϕ は斜線で示した三日月形の面積と(45度線と L_x とで囲まれた)弓形の面積との比に等しい。

3. 再分配係数と弾力性

比率 G_y/G_x が，Durbin の操作変数法で線形租税関数を推定したときの，平均所得における可処分所得弾力性に等しいということを示そう。

可処分所得 y と所得 x との間に1次式 $y=\alpha+\beta x$ を想定し，これに Durbin (1954) の操作変数法を適用することを考える。β,α の推定値をそれぞれ $\hat{\beta}_I,\hat{\alpha}_I$ とする。操作変数は x の順位(rank)であるから，x_i が昇順になっていることに注意すると

$$\hat{\beta}_I=\frac{\sum_i i(y_i-\bar{y})}{\sum_i i(x_i-\bar{x})},\quad \hat{\alpha}_I=\bar{y}-\hat{\beta}_I\bar{x}$$

3)　累進性の諸概念については Musgrave and Thin (1948) を参照。

4)　データはすべて正の値とする。

5)　この G_y を擬ジニ係数(pseudo-Gini index)とか集中係数(concentration index)と呼んで，本来のジニ係数と区別することがあるが，本稿ではこの区別をしない。

6)　L_y を集中曲線(concentration curve)と呼んで，ローレンツ曲線と区別することもある。

と書き表される[7]。このとき租税関数の推定式は次になる。

$$t=-\hat{\alpha}_I+(1-\hat{\beta}_I)x \tag{5}$$

t は税額であり，$\hat{\alpha}_I$ は控除額，$1-\hat{\beta}_I$ は限界税率にあたる。なお，税額と所得のデータ (t_i, x_i)，$i=1,2,\cdots,n$ によって直接に租税関数を推定しても，この結果は変わらない。$t_i=x_i-y_i$，$\bar{t}=\bar{x}-\bar{y}$ より，次式が成立するからである。

$$1-\hat{\beta}_I=\frac{\sum_i i(t_i-\bar{t})}{\sum_i i(x_i-\bar{x})},\quad -\hat{\alpha}_I=\bar{t}-(1-\hat{\beta}_I)\bar{x} \tag{6}$$

可処分所得関数 $y=\hat{\alpha}_I+\hat{\beta}_I x$ を使えば，$\bar{x}$ における可処分所得 y の所得弾力性 η_y は

$$\eta_y=\hat{\beta}_I\frac{\bar{x}}{\bar{y}}=\frac{\sum_i i(y_i-\bar{y})}{\sum_i i(x_i-\bar{x})}\cdot\frac{\bar{x}}{\bar{y}}$$

となる。これは(3)，(4)の G_y/G_x と同じであるから，

$$\eta_y=G_y/G_x,\quad \phi=1-\eta_y$$

が成り立つ[8]。すなわち冒頭の結論が得られた。

再分配係数 $\phi=1-\eta_y$ における基準値の1は，従来の考え方によれば $G_x/G_x=1$ に由来する基準値であるが，これも弾力性概念で説明がつく。平均 $(\bar{x},\bar{y})$ を通り，$\bar{x}$ における可処分所得の所得弾力性が1となる可処分所得関数は $y=(\bar{y}/\bar{x})x$ である。このときの租税関数は $t=(\bar{t}/\bar{x})x$ であり，当該の租税関数(5)と同額の税収を得る比例税である。したがって，再分配係数 ϕ は，比例税の場合の $\phi=0\,(\eta_y=1)$ を基準にして，可処分所得の所得弾力性が小さい時大きな値をとる指標ということになる。

租税の所得弾力性もジニ係数の比率で表すことができる。最後にこのことを示しておこう。租税（の負担の分布）のジニ係数 G_t は，G_y と全く同様にして，

$$G_t=\frac{\sum_i(2i-n-1)t_i}{n^2\bar{t}}=2\frac{\sum_i i(t_i-\bar{t})}{n^2\bar{t}}$$

と書き表される。(5)，(6)より，$\bar{x}$ における租税の所得弾力性 η_t は

$$\eta_t=(1-\hat{\beta}_I)\cdot\frac{\bar{x}}{\bar{t}}=\frac{\sum_i i(t_i-\bar{t})}{\sum_i i(x_i-\bar{x})}\cdot\frac{\bar{x}}{\bar{t}}$$

であるから，結局 $\eta_t=G_t/G_x$ が得られる。

4. 累進度と租税関数

租税の累進性の程度を測る局所概念には，一般に

(a) 平均税率累進度：$d(t/x)/dx$，(b) 限界税率累進度：d^2t/dx^2，(c) 税負担累進度：$(dt/dx)(x/t)$，(d) 残余所得累進度：$(dy/dx)(x/y)$

の4つがある[9]。線形租税関数(5)からこれらの累進度を求めることができるが，ジニ係数との関連で特に興味あるのは弾力性概念の(c)と(d)である。まず，平均所得における残余所得累進度は $\eta_y=G_y/G_x$ であり，これは実質上，再分配係数 $\phi=1-\eta_y$ で計測される。平均所得における税負担累進度は $\eta_t=G_t/G_x$ である[10]。

実証研究に応用する場合には，次の形式にまとめると都合がよいであろう[11]。

$$(1-\hat{\beta}_I)+(\hat{\beta}_I)=\left(\frac{\bar{t}}{\bar{x}}\cdot\eta_t\right)+\left(\frac{\bar{y}}{\bar{x}}\cdot\eta_y\right)=1$$

この式によれば，限界税率 $(1-\hat{\beta}_I)$，税負担累進度 η_t，残余所得累進度 η_y，全体の税負担率 $\bar{t}/\bar{x}=\sum t_i/\sum x_i$ などを一括して考察することができるからである。

ところで，以上に述べてきた考え方によれば，線形租税関数(5)ないし線形可処分所得関数 $y=\hat{\alpha}_I+\hat{\beta}_I x$ のフィットが良いかどうかが問題になる。この点をローレンツ曲線でみることにしよう。

可処分所得の所得弾力性が1より小さければ，可処分所得のローレンツ曲線 L_y は所得のローレンツ曲線 L_x より上にある，ということが知られているが[12]，厳密な線形関係 $y_i=\alpha+\beta x_i$，$i=1,2,\cdots,n$，がある場合には，より具体的に次が成り立つ。

$$\frac{(k/n)-L_y(k)}{(k/n)-L_x(k)}=\beta\frac{\bar{x}}{\bar{y}},\quad k=1,2,\cdots,n-1$$

ただし，$L_x(k)=\dfrac{1}{n\bar{x}}\sum_{i=1}^k x_i$，$L_y(k)=\dfrac{1}{n\bar{y}}\sum_{i=1}^k y_i$

この式は，図1(a)でいえば，比率 B/A は平均所得 $\bar{x}$ における所得弾力性に等しく，そして分位点に関係なく一定の値をとる，ということを意味する。

このことを踏まえると，次のように言うことができる。比率 B/A が各分位点で大体一定の値である場合には線形可処分所得関数（線形租税関数）のフィットは良く，ジ

---

7)　この推定式は平均 $(\bar{x},\bar{y})$ を通る。操作変数を x_i とすれば最小2乗法に帰着する。操作変数法については，たとえば Johnston (1972) を参照。

8)　$\phi=\hat{\alpha}_I/\bar{y}$ と書き表すことができるから，再分配係数は控除額と平均可処分所得との比と解釈することもできる。

9)　Musgrave and Thin (1948) を参照。(d)の残余所得累進度は，その値が小さいほど累進度が大きいと判定される。

10)　Kakwani (1977b) は累進度の指標として G_t-G_x を提案しているが，G_t/G_x の方がより適切である。

11)　右の2辺は Rao (1969) の分解に相当する。

12)　Jakobsson (1976)，Kakwani (1977 a) を参照。

図1　ローレンツ曲線

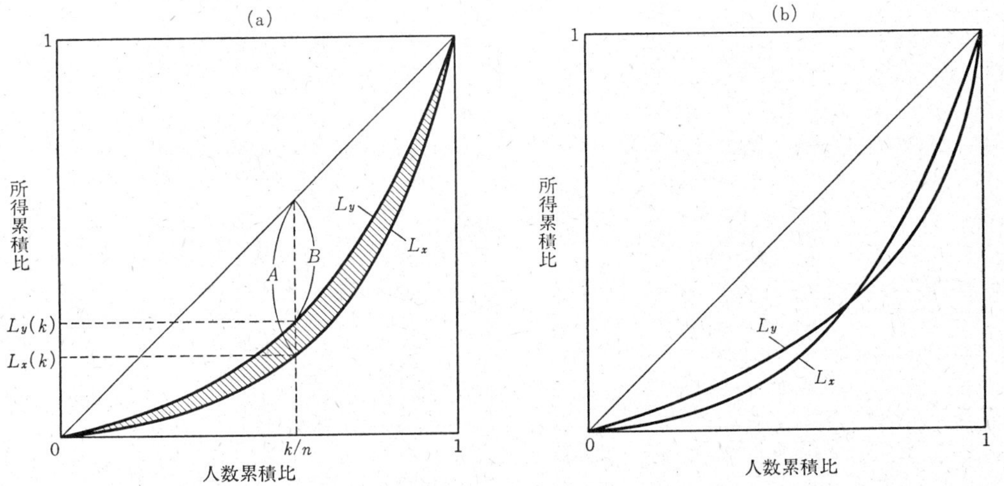

表1　ジニ係数，再分配係数および累進度の変化

	ジニ係数 G_x	ジニ係数 G_y	再分配係数 100ϕ	平均所得(千円) $\bar{x}$	平均所得(千円) $\bar{y}$	$1-\hat{\beta}_I(=\bar{t}/\bar{x}*\eta_t)+\hat{\beta}_I(=\bar{y}/\bar{x}*\eta_y)$	$\hat{\alpha}_I$
1976 年	.1961	.1839	6.21	256.6	232.0	.152(=.096＊1.59)+.848(=.904＊.938)	14.4
77	.1937	.1797	7.27	284.7	255.1	.169(=.104＊1.63)+.831(=.896＊.927)	18.5
78	.1970	.1837	6.75	303.7	269.5	.172(=.112＊1.53)+.828(=.888＊.933)	18.2
79	.1902	.1757	7.64	325.4	286.3	.187(=.120＊1.56)+.813(=.880＊.924)	21.9
80	.1924	.1758	8.59	348.3	304.4	.201(=.126＊1.60)+.799(=.874＊.914)	26.2
81	.1969	.1804	8.39	366.1	316.4	.208(=.136＊1.53)+.792(=.864＊.916)	26.5
82	.1975	.1788	9.47	391.8	334.5	.227(=.146＊1.55)+.773(=.854＊.905)	31.7
83	.1986	.1792	9.78	404.5	343.3	.234(=.151＊1.55)+.766(=.849＊.902)	33.6
84	.1980	.1790	9.63	423.2	358.7	.234(=.152＊1.54)+.766(=.848＊.904)	34.5
85	.2080	.1872	10.03	443.5	372.6	.244(=.160＊1.53)+.756(=.840＊.900)	37.4

(注)　(a)　$G_x(G_y)$ は実収入(可処分所得)のジニ係数。$\phi=1-(G_y/G_x)$。
　　　(b)　$\hat{\alpha}_I, \hat{\beta}_I$ は Durbin の操作変数法による推定値。
　　　(c)　η_t は税負担累進度，η_y は残余所得累進度。
(資料)『家計調査年報』各年版。

ニ係数の比率 $G_y/G_x(G_t/G_x)$ で残余所得累進度(税負担累進度)を計測することに問題はない。

しかし，図1(b)のように可処分所得のローレンツ曲線が交差している場合にはジニ係数の比率で累進度を計測することは適切でない。この場合，中位以下の低所得層では可処分所得の所得弾力性は1より小さいのに対して，高所得層ではその弾力性が1より大きくなっていて，線形可処分所得関数(線形租税関数)を想定することに無理があるからである。一次式や両対数式の可処分所得関数のフィットが悪い場合，ローレンツ曲線の交差をチェックする必要があるということになる[13]。

13)　ローレンツ曲線が交差する場合，より基本的には1つの数値(summary measure)に要約すること自体が問題になる。

5. 計 測 例

「家計調査」の勤労者世帯・年間収入階級別データを使って，最近の10年間について

x＝実収入＝原所得＋社会保障給付

y＝可処分所得＝実収入－非消費支出

＝(原所得＋社会保障給付)

－(勤労所得税＋他の税＋社会保障費)

として計測してみよう[14]。この統計は年間収入を標識にして階層化した世帯ベースのデータなので，たとえば(1)の右辺の分子 $2\sum i(x_i-\bar{x})$ は

$$\sum[F_i(F_i+1)+F_{i-1}(F_{i-1}+1)](x_i-\bar{x})$$

ただし，F_i は年間収入第 i 階層までの累積世帯数

14)　一計測例であって，本格的な実証研究ではない。

x_i は年間収入第 i 階層の平均実収入

として扱う。

表1に計測結果がまとめてある。表に基づいて次の諸事実が指摘されよう。

実収入分布のジニ係数の値には上昇傾向が見られ，近年の所得不平等度は拡大気味である。

残余所得累進度 η_y（再分配係数 $\phi=1-\eta_y$）は年々上昇している。これは，限界可処分所得率 $\hat{\beta}_I$ が全体の可処分所得率 $\bar{y}/\bar{x}$ よりも大きく減少していることによる。一方，税負担累進度はむしろ下降気味になっている。この方は，限界税率 $1-\hat{\beta}_I$ の上昇が全体の税負担率 $\bar{t}/\bar{x}$ の上昇とほぼ同じかあるいはやや小さいことによるためである[15]。

租税関数の控除額 $\hat{\alpha}_I$ は年々大きくなっているが，同時に限界税率 $1-\hat{\beta}_I$ も上昇しており，最低所得層のごく一部分を除き租税関数は年々上方にシフトしている[16]。したがって，大部分の所得階層で税負担率は上昇している。なお，税制の大きな変更のない年でも $\hat{\alpha}_I, 1-\hat{\beta}_I$ ともに上昇しているので，所得分布が年々上方に移動している点を考慮に入れると，より広い所得区間では限界税率累進度は正になっていると考えられる。

6. むすび

ジニ係数は最もポピュラーな不平等係数であるが，ローレンツ曲線による不平等比較の意味が明確化された1970年代以降，その利用について時に疑問が出されるようになった。その結果，最近ではタイル係数やアトキンソン係数がしばしば併用されている。これらの不平等係数の減少率を算出するという方法は，所得再分配効果の計測にも適用されうる。しかし，この方法には再分配効果と税の累進度との関係で曖昧さが残る。

これに対してジニ係数は，本稿で示した考え方に従えば，再分配効果と税の累進度とが直接に結び付く。少なくとも再分配効果の計測に関する限り，ジニ係数は他の不平等係数より優れていると判断される[17]。

（東京経済大学）

15) 最小2乗法で計測してもこれらの事実は変わらない。1次式のフィットは良く，課税前と課税後の所得分布のローレンツ曲線の交差は問題にならない。1次式が当てはまるということは，累進性が控除から生じていることを意味する。なお，両対数式の方がフィットはより良い。

16) 1984年は前年より下にシフトしている。所得税率変更の影響かもしれない。

参考文献

［1］ Atkinson, A.B. (1970), "On the Measurement of Inequality," *Journal of Economic Theory*, vol. 2, pp. 244-63.

［2］ Donaldson, D., and J. A. Weymark (1980), "A Single-Parameter Generalization of the Gini Indices of Inequality," *Journal of Economic Theory*, vol. 22, pp. 67-86.

［3］ Durbin, J. (1954), "Errors in Variables," *Review of the International Statistical Institute*, vol. 22, pp. 23-32.

［4］ Jakobsson, U. (1976), "On the Measurement of the Degree of Progression," *Journal of Public Economics*, vol. 5, pp. 161-8.

［5］ Johnston, J. (1972), *Econometric Methods*, 2nd ed., New York : McGraw-hill,

［6］ Kakwani, N. C. (1977 a), "Applications of Lorenz Curves in Economic Analysis," *Econometrica*, vol. 45, pp. 719-27.

［7］ Kakwani, N. C. (1977b), "Measurement of Tax Progressivity : An International Comparison," *Economic Journal*, vol. 87, pp. 71-80.

［8］ Musgrave, R.A., and T. Thin (1948), "Income Tax Progression, 1929-48," *Journal of Political Economy*, vol. 56, pp. 498-514.

［9］ Rao, V. M. (1969), "Two Decompositions of Concentration Ratio," *Journal of the Royal Statistical Society*, series A, vol. 132, pp. 418-25.

［10］ 石弘光（1979）『租税政策の効果——数量的接近——』東洋経済新報社。

［11］ 貝塚啓明・新飯田宏（1965）「税制の所得再分配効果」館龍一郎・渡部経彦（編）『経済成長と財政金融』岩波書店，pp. 44-75。

［12］ 高山憲之（1979）「書評・『租税政策の効果』石弘光著」『季刊現代経済』第35号，pp. 128-31。

［13］ 豊田敬（1982）「ジニ係数の一般化——人口原理について——」『商学論集（福島大学）』第50巻第4号，pp. 127-50。

［14］ 豊田敬（1986）「ローレンツ曲線による弾力性の計測方法」林周二・中村隆英（編）『日本経済と経済統計』東京大学出版会，pp. 205-23。

17) ただし，課税前と課税後の所得データが周辺分布の形式でしか得られない場合には，本稿の方法は適用することができない。ジャック係数に対しても本稿で述べたのと類似の扱いが可能である。これについては別稿を予定している。