

森 棟 公 夫

『経済モデルの推定と検定』

共立出版 1985.4 viii+256 ページ

1 序

本書は、線形同時方程式計量モデルの統計的推定法と検定法の理論に関する比類のない書である。周知のように、線形同時方程式計量経済理論がマクロ経済学における一般均衡論の同時決定理論の統計的実証法として出発したのが1940年代であり、その基礎はWald, Anderson, Rubin, Chernoff, Koopmans, 等現在世界的に著名な統計学者達であった。彼等がこの問題に知的興味を抱いたのは、他の領域ではみられない相互依存的関係としての同時決定性であり、それに起因する統計的複雑性であったと推察される。当時の統計理論の水準は、最尤法に基づく漸近理論が厳密な形で確立された段階で、その理論のもとにFIMLE(完全情報最尤推定量)とその単一方程式法としてのLIMLE(制限情報最尤推定量)の導出、その漸近的正規性、漸近的有効性、の証明がその中心であった。また識別性の条件についてもその基礎が完全に解明された。その後KoopmansとHoodがそれまでの結果を整理し、1950年末から1960年初期にかけてBasmannとTheilが独立に2SLSE(2段階最小2乗推定量)の提案とその性質を研究し、Zellnerが3SLSE(3段階最小2乗推定量)の提案とその性質を研究した。2SLSEはLIMLEと、3SLSEはFIMLEと、極限的($T \rightarrow \infty$: T 標本数)に同等であること、他方計算法がLIMLE, FIMLEと比べてはるかに簡単であること、から当時の計算機の水準から2SLSE, 3SLSEは非常に注目された。そしてOLSE(通常最小2乗推定量)を含めてこれらの推定量の標本的性質の比較が始まった。2SLSEとLIMLEの有限標本分布については、説明変数としての内生変数が1つのモデルで、1960年末から1970年前半にかけてSawa, Mariano, Anderson等が研究し、LIMLEのモーメントが存在しないことを示した。1970年代前半ではこれらの研究結果と多くのモンテカルロ実験結果から、2SLSEがLIMLEよりすぐれた標本的性質をもつ推定量であるという評価が定着したかのようにみえた。しかし70年代前半以降、Sawa, Anderson, Sargan, Phillips Fuller, Morimune等によって2SLSEとLIMLEの漸近展開が

行われ、極限分布への近づき方が明らかにされていった。とくにFuller(1977)はLIMLEを改良したFE(Fuller推定量)を提案し、その漸近的性質からみると2SLSE, LIMLEをしのぐ推定量であることを示した。1980年代に入ると、英国漸近展開計量経済学者を向うにまわして、Morimuneが中心となり、Kunitomo, Tsukuda, Fujikoshi, Takeuchi等と一緒に日本人グループは、漸近展開の手法によりOLSE, 2SLSE, LIMLE, FE等の漸近的標本性質をほとんど完全に明らかにした。

本書はMorimune自身の貢献をもとに、これらの推定量の漸近的性質を体系的に解説したすぐれた専門的テキストである。さらに本書では十分研究されていない検定法にも積極的に取り組んでいる。各章末には問題が付されており、この領域を専攻しようとする大学院学生にとってすぐれたテキストであり、計量経済学にとってこの領域の全ぼうと最新の結果を知るための格好の書である。また具体例を入れて、理解を容易にし、実際家にとって辞書的に利用することもできよう。本書は3部12章からなり、第I部推定法、第II部推定量の分布、第III部検定法から構成されている。

2 第I部 推定法

第1章序論では、クラインモデルIに基づいて、同時方程式モデルの考え方、ラグ付内生変数のもつ意味と推定法の概観が与えられる。また、SimsとKalmanの構造型と誘導型の区別の考え方に対してその相対性を重視し、仮説検定法を提案している点が興味深い。コメントとして第1方程式に含まれない内生変数の作る行列 \mathbf{Y}_3 の誘導型は考える必要がない述べているが、仮りに先決変数の中にラグ付内生変数が全く含まれていないとしても、如何なる意味で不必要かを述べる必要があるであろうと思われる。 \mathbf{Y}_3 も十分統計量の一部であろうから。また \mathbf{Y}_3 の中に $\mathbf{y}_1, \mathbf{Y}_2$ のラグ付内生変数を含む場合、如何であろうか。

第2章単一方程式推定法では、まず識別性の条件について解説している。階数条件と次数条件を述べ、過剰識別度 L を当該方程式に含まれていない先決変数の数 K_2 からその方程式に説明変数として含まれている内生変数の数 G_1 を差引いた数と定義する。この過剰識別度 L は4章以下で重要な役割を果たす。推定量としてはOLSE, LIMLE, 2SLSE, FE(Fuller Estimator), 主成分法, k クラス推定量の考え方、導出法、諸性質が解説もしくは証明される。この章の最後の節ではトレンドの影響について議論される。一般に外生変数としてトレンド変数 $a+bt$ が含まれる場合、外生変数の作る行列について漸

近展開をするときの仮定

$$(*) \quad \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{T} \mathbf{Z}' \mathbf{Z} \right\}^{-1} = \mathbf{C} (\text{正則})$$

が成立しない。著者は実はトレンドが含まれていても(*)が成立すると考えてよいと主張しているが、議論に無理があるように思われる。

第3章システム推定量では、システム推定量としてFIMLE, 3 SLSE, SURE (Seemingly unrelated regression estimator)等とその諸性質が解りやすく述べられている。また外生変数の数 K に比べて標本数 T が小さい場合の推定量が紹介されている。

3 第II部 推定量の分布

第II部のテーマは、推定量間の比較を漸近展開の結果に基づいて行うことである。最終的にはFEが望ましい推定量と結論されている。

第4章推定量の標本分布では、 $G_1=1$ の場合の単一方程式において、その内生変数の係数 β の各種推定量をモンテカルロ実験に基づいて比較する。OLSE, 2 SLSE, LIMLE(さらに一般的にいえば k クラス推定量)が非心ウィシャート行列変数と中心ウィシャート行列変数とで表現されることをみたと、その関係から比較のための基礎パラメータとして、(1)自由度 $T-K$, (2)過剰識別度 L , (3)同時性の係数(内生変数と誤差項の相関係数), (4)非心パラメータ, が選択される。(1)~(4)の変化に対して各推定量の標本分布がどのように変化するかをモンテカルロ実験で調べ、LIMLEがその分布の裾が若干厚いけれど、最も偏りの少ないロバストな推定量であることをみている。興味ある結果である。

第5章推定量の厳密分布でも、 $G_1=1$ のときを扱い、2 SLSE, OLSE および分散共分散行列 Ω が既知の場合のLIMLEの有限標本分布を導出し、モーメントの存在を調べている。 Ω が既知でもLIMLEのモーメントは存在しないことを確認している。

第6章分布の漸近展開では、漸近展開の考え方と方法、そこにおける問題点が議論される。

第7章推定量の近似分布では、 G_1 が一般的な場合、2 SLSE, LIMLEの漸近展開の結果が与えられる。具体的には、2 SLSEとLIMLEの漸近的密度関数と、漸近的密度に基づく $O(T^{-1})$ までの平均値とMSE(平均2乗誤差)を導出している。またそこでのMSEに基づいて、 $L \leq 6$ ならば、2 SLSEの漸近的MSEの方がLIMLEより小さくなる結果を示している。もちろんこの結果は直に2 SLSEの相対的優位性を結論づけるものではない。

実際、第8章近似分布の精度と改良では、再び $G_1=$

1の場合、漸近的密度を用いて2 SLSEとLIMLEの比較が行われる。最初に漸近的集中確率の基準では、同時性の係数 ρ が高く過剰識別度 L が大きい場合、LIMLEの方がよいことが示される。次にLIMLEはモーメントが存在しないのであるから、漸近的MSEの比較の意味は必ずしも明瞭でないとして、漸近的モードと漸近的パーセント点(含メディアン)の比較が行われる。そして2 SLSEは ρ と L が大きいとき良いパフォーマンスをもっていないことが示される。さらに、 $L+T-K$ を30に固定して、 L と $T-K$ の相対比が変化するときの漸近的標本分布と数値計算による厳密分布とを比較する。 $T-K$ に比べ L が大きくなると2 SLSEの漸近密度のパフォーマンスはきわめてわるいものに対して、LIMLEのそれは一般に満足のいくものであることが示される。しかしLIMLEでも $T-K$ に比し L がかなり大きいときは、必ずしもよくない。従って、これまでの漸近理論のように2 SLSEやLIMLEがBAN(最良漸近的正規)という性質だけで推定量の良し悪しを議論するのは適当でなく、すでに述べた(1)自由度 $T-K$, (2)識別度 L , (3)同時性の係数 ρ , (4)非心パラメータ δ^2 , の相対的大きさが重要である。最後の部では、その漸近展開の結果からみる2 SLSEにとって不利となる

$$(**) \quad \lim_{T \rightarrow \infty} (\delta^2/L) = \tau^2 > 0$$

となる場合の比較が行われる。(**)は過剰識別度 L が標本数と同じ大きさで増加する場合の想定である。

第9章推定量の改良では、Fullerによる改良LIMLE, 改良2 SLSEの漸近的性質が明らかにされ、他の推定量と比較される。また改良LIMLEはバイアス修正をしたとき3次有効であることが示される。LIMLEを計算するとき行列の階数が落ちる確率が正となるという記述(161頁)は、わかりにくい。

4 第III部 検定法

第10章係数の有意性検定では、構造方程式パラメータの有意性検定問題を扱う。これは、構造方程式モデルでは回帰モデルでの t 検定、 F 検定がそのままでは有効でないことから、尤度比検定法に基づき、それを若干修正した検定方式を提案する。また検定統計量の漸近分布を導出する。同時方程式モデルでの検定問題の難しさは、帰無仮説のもとで検定統計量の分布が、未知パラメータに依存することにある。

第11章識別性の検定では、識別性のランク条件の検定を尤度比検定に基づいて行っている。統計量の漸近展開の他、モデル選択基準、等が議論されている。

同時方程式モデルの検定問題としては、OLS法と構造推定法を選択もしくは方程式スペシフィケーションに関しての Wu, Hausman 等が提起した検定問題がある。同時方程式問題についての包括的な本書としては、若干なりともふれることが望ましかったと思われる。

〔刈屋武昭〕

