乗数過程と在庫循環*

――固定価格のケース――

天 野 昌 功

1. はじめに

45°線図によるケインジアンの所得決定モデルの多くにおいては、外生的支出が増加した場合、企業の在庫の減少を通じ生産の増加が引き起され、その結果適当な安定条件がみたされている限り、生産、所得に関する新たな均衡が達成されると想定される。しかしながらこうした枠組においては、在庫は「受動的」な役割を演じているにすぎない。つまり企業にとっての最適在庫水準やその在庫調整過程は明示的には取り扱われていないり。他方、バロー・グロスマン等の数量割当てを伴う不均衡分析では、乗数過程(あるいはより一般的には数量変化を伴う均衡化過程)は、数量に関する模索過程として扱われているため、乗数と企業行動との関連は一層希薄になっているように思われる。

そこでこの小論は、諸価格が一定であると仮定される 経済(固定価格経済)における上述の乗数過程に対し、企 業の行動から合理的説明 (rationale)を与えることを試 みる。われわれの具体的な目的は次のように書くことが できる。以下ではまずはじめに、バッファーとしての完 成財在庫を保有し、産出量(雇用量)、在庫に関し最適化 を行う企業行動を定式化する。次に、この企業行動の分 析に基づいて、集計的な産出量、在庫、需要に関する変 動過程、とくに外生的支出の変化に引き起される前記諸 変数の変動過程(乗数過程)が検討される。最後に、企業 の望ましい在庫・売上比率の大きさが動学体系の安定性 に及ぼす効果を検討し、それをメツラー[8]の在庫循環 モデルにおける対応する結果と比較する。

ところで、在庫ストックあるいは在庫投資を取り扱った従来の分析とわれわれの分析とは、次のいずれかの点で異なる。その第1は、ここでは在庫保有あるいは在庫

投資に関する企業行動を明示的に扱っていることであり²⁾,第2には,所得,現実の総需要,予想される総需要が内生化され互いに関連づけられていることである³⁾。 具体的には,企業により生産された所得は消費関数を通じ,現実の総需要を生む。他方,予想される総需要は企業の利潤極大の決定因の1つであり,現実の総需要に対し適応的(adaptive)に変動すると仮定される。

次節では在庫投資を行う代表企業の行動とマクロ経済の定式化を行う。第3節では比較動学過程を乗数過程とみなして,所得,需要,在庫などの集計量の変動を跡づける。第4節では小論で得られた主な結果が要約される。

2. 代表企業の行動とマクロ・モデル

代表企業は、その割引現在値を最大化するように産出量(雇用量)と完成財在庫水準の時間径路を決定する⁴⁾。また企業は、生産物・労働市場において価格受容者として行動し、労働市場は超過供給状態にあり、生産物価格と名目賃金率は一定であると仮定する。したがって、ここで問題としている時間視野の範囲では、企業は一定の賃金率の下で望むだけの労働を雇用できるとする。さらにバロー・グロスマン[1]、バティンキン[12, ch. 13]と同様に、生産物に対する企業の予想需要は有限の値をとるものとしよう。

われわれの企業は、生産活動の、時間に関する円滑性 を維持し(すなわち生産量の急激な変化を回避し)、生産

^{*} 小論の作成に際し藤野正三郎教授から貴重なコメントを頂いた。記して感謝の意を表したい。いうまでもなく以下に残された欠点は筆者自身のものである。

この点に関連しては、さらにブラインダー[2]、メツラー[8]を参照されたい。

²⁾ たとえばブラインダー[2], ロヴェル[6], メツラー[8,9]を参照。小論を在庫循環モデルと考えれば,この意味から,それはマクロ的在庫循環現象に関するミクロ的再検討ということができよう。

³⁾ たとえばヘイ[5], マッチーニ[7]を参照。

⁴⁾ 小論では在庫を完成財の在庫に限定し、中間 財・原材料在庫を捨象する。その理由は、第1に分析 を単純化するためと、第2にここでは、代表企業の行 動とマクロの企業部門全体の行動とを接合するために、 垂直的に統合された企業を想定しているからである。 中間財・原材料在庫の保有量の決定については、たと えばタトム[13]を参照されたい。

物需要の予期しない増大(したがって顧客を失い,のれんを損なう危険性)に備えるため、生産物在庫を保有する。このとき企業の望ましい在庫水準は、その生産物に対する予想需要量(予想売上量)の増加関数と考えることができよう。そこでここでは次の比例関係を仮定する。

(1) $H^d = \alpha Z$,

ただし H^a は望ましい在庫水準,Z は予想需要量, α は 正の定数である $^{5)}$ 。企業は在庫を望ましい水準 H^a に 維持することにより,上述の費用節約を果すことができる わけであるが,他方実際の在庫水準 H が望ましい 水準 から乖離した場合,付加的な費用(在庫費用)を被るもの としよう。そしてこの在庫費用は次式のような,乖離 H^a-H の 2 次関数で表わされるとする。

(2)
$$C^v = \frac{c}{2} (H^d - H)^2 + d$$
.

ただし C^v は在庫費用, c,d は正の定数である。

次に, 単位期間の企業の利潤 π は

$$\pi = pZ - wf(X) - C^v$$

と書き表わされるとする。ここで p は生産物価格 (一定),w は名目賃金率 (一定),X は産出量 (供給量),f(X) は 生産関数の逆関数あるいは労働雇用量であり,f'(X)>0,f''(X)>0 とする。最後の 2 つの不等式は,労働の限 界生産力が正で逓減的であることを示す。そこで (1), (2) を用いると上式は

$$\pi = pZ - wf(X) - \frac{c}{2}(\alpha Z - H)^2 - d$$

となる。企業は各期の利潤の割引合計値を、在庫変化を 表わす関係の制約下に最大化する。

$$\operatorname{Max} \int_0^\infty \pi \exp\left(-rt\right) \, dt$$

subject to

(3) $\dot{H}=X-Z$.

ここでrは実質割引率(-定), tは時点を表わす。

企業の直面するこの問題を解くため,次のハミルトニ アンを定義する。

$$\widetilde{H} = pZ - wf(X) - \frac{c}{2}(\alpha Z - H)^{2} - d + q(X - Z).$$

ただしq は保有在庫の帰属価格,状態変数はH,制御変数はXである。ここで,企業は上記の最大化において予想需要Zをパラメーターとして行動すると仮定している。そして後に定式化されるように,Zが期間を通

じて変化する都度,企業はその計画を立て直すとする⁶⁾。 このとき,最大のための1階の条件は次式で与えられる。

$$\dot{q}$$
 $= rq - \widetilde{H}_H = rq - c \, (lpha Z - H)$, あるいは $rac{\dot{q}}{q} = r - rac{c \, (lpha Z - H)}{q}$,

および

(5) $\tilde{H}_{X}=0=-wf'(X)+q$.

ここで $\hat{H}_H \equiv \partial \hat{H}/\partial H$ 等である。(4) の第2式は,在庫保有に伴うキャピタル・ゲインと,利子費用と在庫保有の限界費用の和とが等しいことを示す周知の関係である。 2 階の条件は,仮定

により満足されている。さらに計画径路上では横断性条件

 $\lim_{t \to \infty} q \exp(-rt) \ge 0, \lim_{t \to \infty} qH \exp(-rt) = 0$

がみたされていなければならない。

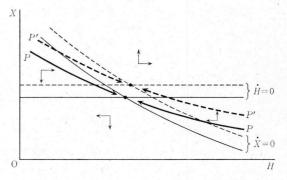
いま簡単化のため(5)において w=1 とおくと $q=f'(X), \ \dot{q}=f''(X)\dot{X}$

を得る。そこでこの2式を(4)に代入すると,(4)は

(6)
$$\dot{X} = \frac{1}{f''} [rf'(X) - c(\alpha Z - H)]$$

となる。方程式(3),(6)から生じる径路のうち横断性条件をみたすものが企業の最適径路であり,第1図でPP と名付けられている⁷⁾。

第1図



6) 同様の手続きを踏んで最適計画を行う企業を扱った論文としてマッチーニ[7], モーテンセン[10] がある。

$$\frac{dX}{dH}\Big|_{\dot{H}=0} = 0, \quad \frac{dX}{dH}\Big|_{\dot{X}=0} = -\frac{c}{rf''} < 0$$

であり、定常状態 \dot{H} = \dot{X} =0 の近傍において

$$\frac{\partial \dot{H}}{\partial X} = 1 > 0, \quad \frac{\partial \dot{X}}{\partial H} = \frac{c}{f''} > 0$$

が成立している。

^{5) (1)}式のような H^d と Z との線型関係については、エヴァンス [3, ch. 8]、ヌルクセ [11] を参照のこと。

さて以上の計画径路は、予想需要 Z の変化によりどのような影響を受けるだろうか。このことをみるために(3),(6)を Z で偏徴分すると

$$\frac{\partial \dot{H}}{\partial Z} = -1 < 0, \quad \frac{\partial \dot{X}}{\partial Z} = -\frac{c\alpha}{f''} < 0$$

を得る。したがって第1図において、2つの停留曲線 \dot{X} =0、 \dot{Z} =0 は共に上方へシフトする。そしてこれに伴い計画径路も、たとえば図のP'P'へと上方へシフトする。つまりZの増大は任意の時点における企業の生産量を増加させることが分る 80 。

以上を要約すると、代表企業の生産・在庫政策は(6) 式と separatrix の方程式

(7) H=H(X,Z), $H_X<0$, $H_Z>0$ とによって示される。ここで*により当該変数の定常値を示せば

(8)
$$H^* = H(X^*, Z)$$

が成立している。(7)式において,HとXの関係は所与のZに対する企業の最適な在庫,生産量の組合わせを示し,HとZとの関係は企業の計画径路がパラメーターZに依存していることを示す。

次に、マクロ経済における企業部門の行動は以上にみてきた代表企業の行動により描写されるものとし、以降H,X,Zはそれぞれ集計的な在庫水準、生産量、予想需要を示すものとしよう。するとわれわれのマクロ体系は、予想需要Zに関する企業の期待形成を明示することにより完結する。そこで現実の総需要は消費需要と、固定資本への投資を含む所与の外生的支出からなるものとしよう。また消費需要は家計の予想所得の増加関数であり、予想所得は総生産量(総供給量)Xにより表わされると仮定する 9 。このとき現実の総需要 Z^{a} は

$$Z^a = C(X) + g$$

と書くことができる。ここで C(X) は消費関数で C'(X) >0 であり、g は所与の外生的支出とする。さらに Z は Z^a に対し適応的に調整されると仮定する。

$$\dot{Z} = \beta (Z^a - Z)$$
,

あるいは

(9) $\dot{Z} = \beta [C(X) + g - Z]$. ここで β は正の定数である。

以上により、マクロ体系は(6),(7),(9)から構成され、 内生変数は X, H, Z の 3 個である。

3. 乗数過程の安定性と在庫循環

本節では、前節に示されたマクロ・モデルの性質を検討する。とくに、外生的支出gの増大によって誘発される動学径路はケインズ的な乗数過程とみなすことができるが、その諸性質を検討することが以下の主な目的である。

はじめに微分方程式体系(6),(7),(9)のヤコビアン行列(安定性行列)を次のように書く。

$$J^* = \begin{bmatrix} J_{XX}^* & J_{XZ}^* \\ J_{ZX}^* & J_{ZZ}^* \end{bmatrix}.$$

ここて

$$\begin{split} J_{XX}^* &\equiv \frac{\partial \dot{X}}{\partial X} = \frac{1}{f''} [rf''(X) + cH_X], \\ J_{XZ}^* &\equiv \frac{\partial \dot{X}}{\partial Z} = -\frac{c}{f''} (\alpha - H_Z), \\ J_{ZX}^* &\equiv \frac{\partial \dot{Z}}{\partial X} = \beta C'(X) > 0, \\ J_{ZZ}^* &\equiv \frac{\partial \dot{Z}}{\partial Z} = -\beta < 0 \end{split}$$

であり、すべての要素は、X=Z=0 で定義される定常状態において評価されている。また定常状態が一意的に存在することを仮定しよう。さらに J_{XX}^* については、次の方法により $J_{XX}^*<0$ であることが示される。まず第1図の両座標軸を交換すると、X-H 平面における X=0 曲線の勾配は

$$\left.\frac{dH}{dX}\right|_{\dot{X}=0}\!=\!-\frac{rf^{\prime\prime}(X)}{c}\!\equiv\!I\!<\!0$$

となる。次に H_X は企業の計画径路の勾配であることに注意すると,同じ平面上で

$$H_{X} < I < 0$$

であることが分る。したがって上の2式から

 $rf''(X) + cH_X < rf''(X) + cI = 0$

となり、これから直ちに J_{XX}^* <0 が導かれる。

上記のヤコビアン行列から

trace $J^* < 0$,

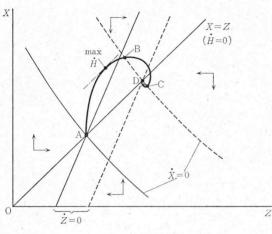
$$\det J \! * \! = \! \frac{\beta}{f''} \! \big[\! \underbrace{- \left\{ \! rf''\left(\! X\right) + \! cH_{\! X} \! \right\} + \! \underbrace{cC'\left(\! X\right)\left(\alpha \! - \! H_{\! Z}\!\right)}_{\left(\! \begin{array}{c} ? \\ \end{array} \! \right)} \! \big]}_{} \!$$

⁸⁾ ここで、企業の望ましい在庫水準 H^a と計画径路上の H との区別に留意しておこう。 H^a は在庫費用の観点のみから得られる望ましい水準であり、後者の H はすべての費用、収入が考慮された場合の(利潤の割引合計が最大化されている場合の)最適水準である。

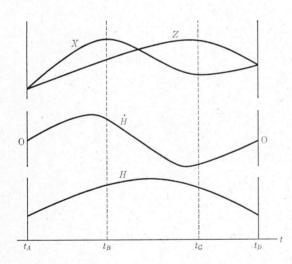
⁹⁾ 現実の総生産量(総供給量)Xは、一般に現実の総需要 Z^a に等しくないから、Xはつねに市場で取引され同額の所得になるとは限らないことに注意すべき

である。ただしマクロ体系の定常状態 $\dot{H}=\dot{X}=\dot{Z}=0$ では $X=Z^a$ が成立する。

第2図



第3図



を得るが、 $\det J^*$ は正、負の両符号をとる。したがって J_{XZ^*} (あるいは $\alpha - H_Z$)と $\det J^*$ の符号に応じて次の 3 つのケースが生じうることになる。(I) $J_{XZ^*}<0$, したがって $\det J^*>0$, (II) $J_{XZ^*}>0$, および $\det J^*<0$, (III) $J_{XZ^*}>0$, および $\det J^*>0$ 。以下,3 ケースを順次取り上げよう。

第2図はケース(I), すなわち

 J_{XZ}^* < $0 \Leftrightarrow \alpha - H_Z > 0$, したがって $\det J^* > 0$ でありそれゆえ定常状態が局所的に安定な場合の位相図である(図の導出については付録を参照)。とくに図は,はじめに経済が定常状態に位置しているとした場合の,

外生的支出 g の増大から生じる調整径路を示している。 \dot{X} =0, \dot{Z} =0 と名付けられた 2本の実線は上昇前の g (g1 とする) に対応する停留曲線であり,2本の点線は上昇後の g (g2 とする) に対応する停留曲線である。他方第 3 図には,調整過程における産出量 X,予想需要 Z,在庫投資 \dot{H} ,在庫ストック H の変動の時間径路が描かれている。 t_A は g 上昇の直前の時点であり, t_D は新たな定常状態に対応する時点である。同様に t_B , t_G は,それぞれ径路が第 2 図の点 B, C を通過する時点を示す。ここで t_A , t_D における産出量は,通常の静学的乗数公式により与えられることに留意しておこう。すなわち,(3)式と, t_A , t_D の両時点では H も定常状態にあること ((6) -(9) 式を参照) とから, t_A では X は

 $X = C(X) + g_1$

によって、また t_D ではXは

 $X=C(X)+g_2$

によって、それぞれ与えられる。

時点 t_A では、在庫の帰属価格 q, X, Z は一定である。 g の上昇が生じると、(9) に従って Z が上昇を始める。 同時に (7) によって X が増加し始める (第1 図を参照)。 これに伴い、経済は第1 図の X>Z の領域に入り、在庫の積増しが生じる。ところで X したがって q の増加は $e(\alpha Z-H)/q$ (生産物で測った在庫の限界費用の負値。 (4) 式参照) を低下させるため、しばらくの後 t_B において q はぜロとなり、さらにマイナスとなる。それゆえ X が低下し始め、このことが Z の減少を引き起す。ところが、先の場合と同様に、q の減少は $e(\alpha Z-H)/q$ を増加させ、 t_G において再び q=0、すなわち $r=e(\alpha Z-H)/q$ となる。以降 q>0 であり、経済は X の増加と Z の減少を伴いながら新たな定常状態 D に収束する。

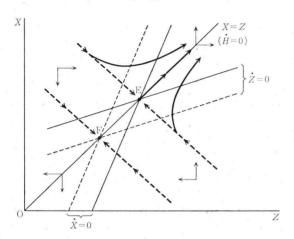
第3図に見られるように、以上の循環過程では X, したがって現実の総需要の山、谷の時点は、在庫投資の山、谷のそれとほぼ一致し、それゆえ在庫水準の循環は生産量の循環に約1/4サイクルだけ遅れる¹⁰⁾。

次に第4図を見よう。第4図はケース(II), すなわち $J_{XZ}^*>0 \Leftrightarrow \alpha < H_Z$, および $\det J^*<0$

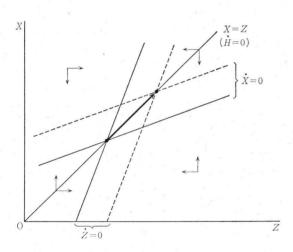
のケースの乗数過程である。このとき定常状態は鞍点となり、g 上昇の結果、定常状態に収束する径路(separatrix)はE を通過するものからF を通過するものへとシフトする(付録を参照)。したがって、たとえ経済が定常状態E に向う径路上にあったとしても、g の増大により、それは北東に向きを変える。付加的支出の注入によ

¹⁰⁾ 在庫循環のこれらの特徴については、藤野[4, ch.14], メツラー[9]を参照。





第5図



り、 $X \ \ \, Z$ の累積的増大がもたらされることになる。 $\gamma - \chi(\Pi)$, すなわち

 $J_{XZ}^*>0$ \Leftrightarrow $\alpha < H_Z$, および $\det J^*>0$ のケースの乗数過程は第5図に描かれている。2つの停留曲線はケース (II) に比べると,互いに位置を交換したものとなる。ここでは定常点は安定な結節点であり,g の増大(これは定常点を,Z=X直線に沿い北東へ移動させる)により,新しい定常点に至る,Z,X の単調な上昇過程が生じる。

最後に、メツラーの在庫循環モデルとわれわれのモデルにおいて、望ましい在庫・予想売上比αの大きさの、 体系の安定性への効果を比較しよう。メツラー・モデル この最後のケース (f-a(II))における乗数過程の不安定性は次のように説明することができる。経済がはじめに第 4 図の定常点 E に位置していたと仮定し、外生支出 g が上昇したとしよう。g の上昇により、ケース (I) におけるのと同様に予想需要 Z と産出量 X が増加する。このとき (7) により、X の増大は在庫水準 H を減少させ、Z の増大は H を増加させる。これら 2 つの相反する力のために、H は定常状態に留まろう。しかしこのケースでは α は小さいから、(6) に従って、X, Z の増加に引続いて X はさらに増加する。そしてこのことがまた (9) を通じ Z を引上げることになる。かくして X と Z の発散的運動が生じるのである。

4. 結 語

前節までにわれわれは、在庫投資を伴う企業行動の分析を基礎として、産出量、在庫、総需要の変動を検討した。 とくに、総需要の外生的な増大に誘発される場合の上記 変数の調整過程に注意を向けることにより、固定価格経 済における通常の乗数過程に合理的説明(rationale)を 与えることを試みた。

外生的支出の増加に引き起される調整過程が循環的なものであるとき、それに伴う生産量、需要、在庫の動きは、従来観察されてきた在庫循環における諸変数の変動に類似したものであった。この意味において小論の分析は、マクロの在庫循環現象に関するミクロ的な再検討であったということができよう。われわれのいま1つの目的は、企業の望ましい在庫・売上比率(α)の、体系の安定性に対する含意を検討することであった。そして従来の結果とは対照的に、αが大きいほど体系は安定的となり易いことが示された。

(筑波大学社会科学系)

¹¹⁾ ただしメツラー・モデル([8])では, α(望ましい在庫・売上比率)は在庫加速度因子の役割を演じている。

付 録

この付録では,第 $2\cdot 4\cdot 5$ 図の導出について付加的な説明をする。まず定常状態の近傍における2つの停留曲線X=0,Z=0の勾配は次のようになる。

$$\left. \frac{dX}{dZ} \right|_{\dot{\boldsymbol{X}}=0} = -J_{\boldsymbol{X}\boldsymbol{Z}}^* / J_{\boldsymbol{X}\boldsymbol{X}}^* \sim J_{\boldsymbol{X}\boldsymbol{Z}}^*.$$

ここでたとえば $R \sim S$ は sign R = sign S を表わすものとしておく。そして

$$\left.\frac{dX}{dZ}\right|_{\dot{\boldsymbol{Z}}=\boldsymbol{0}}\!=\!-J_{ZZ}^*\!/J_{ZX}^*\!=\!1/C'(X)>\!0.$$

3613

$$\frac{dX}{dZ}\Big|_{\dot{X}=0} - \frac{dX}{dZ}\Big|_{\dot{Z}=0} = \det J^*/J_{XX}^*J_{ZX}^* \sim -\det J^*.$$

次に、外生支出gの上昇による定常点のシフトの方向をみる。そのために(7)を考慮し、(6)、(9)において $\dot{X}=\dot{Z}=0$ とした式を全徴分すると

$$J^* \cdot \begin{bmatrix} dX^* \\ dZ^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\beta dg \end{bmatrix}$$

を得る。これを dZ*/dg について解くと

$$\frac{dZ^*}{dg} = -\beta J_{XX}^*/\text{det }J^* \sim \text{det }J^*$$

となる。そこで最後の式と,定常点はつねに X=Z 直線上に位置すること ((3), (6), (8), (9) を参照) と を考慮すると,g の上昇の結果,第 $2\cdot5$ 図 $(f-x(I\cdot II))$ では定常点は f=x と北東に,また第f=x 図 f=x とでは定常点は f=x とを南西に,それぞれシフトすることが分る。

第4図は作図上の便宜のため,C'(X)>1の仮定の下に描かれている。しかし $C'(X)\leq 1$ というより現実的なケースについても,本文中に示された調整過程は何ら変更を受けない。

参考文献

[1] Barro, R. J. and H. I. Grossman (1971), "A

General Disequilibrium Model of Income and Employment," *American Economic Review*, Vol. 61, pp. 82-93.

- [2] Blinder, A. S. (1977), "A Difficulty with Keynesian Models of Aggregate Demand," in, A. S. Blinder and P. Friedman (eds.), Natural Resources, Uncertainty, and General Equilibrium Systems, Academic Press, New York, pp. 125-136.
- [3] Evans, M. K. (1969), Macroeconomic Activity, Theory, Forecasting, and Control, Harper & Row, New York.
- [4] 藤野正三郎(1965),『日本の景気循環』勁草書房, 東京。
- [5] Hay, G. A. (1970), "Production, Price, and Inventory Theory," *American Economic Review*, Vol. 60, pp. 531–545.
- [6] Lovell, M. C. (1974), "Monetary Policy and the Inventory Cycle," in, G. Horwich and P. A. Samuelson (eds.), *Trade, Stability and Macroeconomics*, Academic Press, New York, pp. 355-371,
- [7] Maccini, L. J. (1976), "An Aggregative Dynamic Model of Short-run Price and Output Behavior," *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 90, pp. 177-196.
- [8] Metzler, L. A. (1941), "The Nature and Stability of Inventory Cycles," *Review of Economic Statistics*, Vol. 23, pp. 113-129.
- [9] (1947), "Factors Governing the Length of Inventory Cycles," *Review of Economic Statistics*, Vol.29, pp.1-15.
- [10] Mortensen, D. T. (1970), "A Theory of Wage and Employment Dynamics," in, E. S. Phelps et al., Microeconomic Foundations of Employment and Inflation Theory, Norton, New York, pp. 167-211.
- [11] Nurkse, R. (1954), "Period Analysis and Inventory Cycles," Oxford Economic Papers, N. S., Vol. 6, pp. 203–225.
- [12] Patinkin, D. (1965), Money, Interest, and Prices, 2nd ed., Harper & Row, New York.
- [13] Tatom, J. A. (1976), "Optimal Inventories: The Square Root Rule and Profit Maximization," *Economic Inquiry*, Vol.14, pp. 190-200.