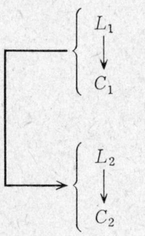
搾取の二重構造の静学的モデルについて

浅　田　　明

§1 序

以下に提出する経済モデル——複合2部門モデルと呼ぶ——は，森嶋[9]，デサイ[4]等で問題とされた不均等な搾取率を持つ経済の最も単純なモデルであると共に，いわゆる従属理論([1]，[5]，[7]，[14])の一抽象化でもある。モデルは，第1部門，第2部門と呼ばれる2種の部分系から成る閉鎖経済系で，第1部門，第2部門は，共に労働(L_1, L_2 と書く)のみを本源財とする資本主義経済(資本家階級を C_1, C_2 と書く)で，両部門の間には，財の移動はあるが労働の移動はないとする。図式化すれば，モデルは第1図の様に表示され(矢印はその向きに価値の移動が行なわれる事を示す)，従属理論の用語では，第1部門は周辺(サテライト)，第2部門は中心(メトロポリス)であるが，本論文では，両部門共，いかなる具体的意味も要求しない。L_1 と L_2 は異質である——異なる再生産ベクトルと搾取率を持つ——と仮定されるが，この差異についても具体的意味は要求しない(但し若干の理論的根拠(§5，§7参照)を含めて，L_1 に属する労働＝学歴，資格を要求されない労働，L_2 に属する労働＝学歴，資格を要求される労働，とするのが適切であると，筆者は考えている)。

第1図



以下本論文の概略を述べる。§2で[9]，[12]に従って，産業連関論に基づく複合2部門モデルの価値—価格決定方程式系を提出し，第1部門，第2部門の搾取率 e_1, e_2 を定義する。§3では，取扱いに便利な様に価値—価格決定方程式系が簡略化され，正の価値，価格が一意的に定まる為の条件が与えられる。

§2で与えられたモデルは，第1部門，第2部門共，均等利潤率 π_1, π_2 の支配する競争的資本主義経済であり，第2部門による第1部門の搾取を表わす量を欠いている様に見えるが，§4ではこの量が，第1部門から第2部門に流出する価値と，第2部門から第1部門に流入する価値の差の，森嶋—シートンの意味での総和 R として与えられる。我々のモデルは静学モデルなので，動学的考察の中から提出された経済余剰 economic surplus の概念([2]，[3]，[7]，[14])とこの R を同一視する事は出来ないが，我々のモデルでは R が経済余剰の役割を果す。数学的には，[9]の前半の主題が価値ベクトル $\boldsymbol{\Lambda}$ と搾取率 e から，価格ベクトル $\boldsymbol{p}$ と利潤率 π を決定する問題であったのに対し，本論文では価値ベクトル $\boldsymbol{\Lambda}_1, \boldsymbol{\Lambda}_2$，搾取率 e_1, e_2 及び R から，価格ベクトル $\boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}_2$ 及び利潤率 π_1, π_2 を決定する問題を扱う。そして§4の後半では，π_1, π_2 を e_1, e_2，R で表わす利潤率公式が与えられる。§5では，この利潤率公式と，第1部門と第2部門の間が垂直分業であるという仮定のもとに次の事が示される。(i) π_2 は第1部門から第2部門に流出する価値の増加関数である。(ii) R が充分大きい時，π_2 は第2部門から第1部門に流入する消費財の価値の増加関数である。(iii) π_2 は第2部門で使用される，第2部門の資本財の価値の減少関数である。この(i)，(ii)は，世界資本主義の再生産構造が，大衆消費部門と設備部門からなる中心的自立的サブ・システムと，輸出部門と奢侈的消費部門からなる周辺的従属的サブ・システムに分化するというアミンの主張([1]′)に，一定の理論的根拠を与え，(iii)は第2部門——メトロポリス——では，産業構造が重化学工業中心から情報産業中心に変化するという事をある程度説明する(なお§7参照)。なお第1部

門と第2部門の間が垂直分業でなければ，この結論は必ずしも成り立たない。

§6, §7は転化問題を扱う。§6では，マルクスの転化手続きが収束する為の条件と，転化問題の摂動による解法を与える。特に摂動による解法は，置塩—森嶋のマルクス・モデルでは搾取率のみを摂動変数として扱えるが，複合2部門モデルでは R も摂動変数としなければならない。最後の§7では，第1部門と第2部門との搾取率格差，利潤率格差，技術格差及び賃金率格差が，第1部門と第2部門との間の等価格交換を，価値で測って第2部門に有利な不等価交換にするという事を，若干の仮定のもとに示す。特に賃金率格差が不等価交換を引き起すというエマニュエル [5] の主張は，第1部門と第2部門の間が垂直分業の時検証され，この事と§5の結果から，第1部門と第2部門の間が垂直分業——第1部門が基礎財，第2部門が奢侈財を生産する——とする複合2部門モデル，が特に重要であると考えられる。

最後に，本論文の執筆を御奨め頂き，種々激励して下さった信州大学経済学部の青木達彦氏と，本論文で扱われた問題を考える機会を与えて頂いた信州大学教養部数学教室の諸氏に感謝する。

§2　価値—価格決定方程式系

m_1 個，m_2 個の商品を生産する2部門——第1部門，第2部門と呼ぶ——からなる閉鎖経済を考える。両部門共，初めの n_1 個，n_2 個の商品は資本財を，残りの m_1-n_1 個，m_2-n_2 個の商品は賃金財及び奢侈財を表わすとし，[9] と同じ仮定(a)～(f)を置く。(a)　各産業の生産方法は只一つである。(b)　各産業は1種類の産出物を生産する。(c)　本源的生産要素は労働だけであり，労働は両部門共通な，抽象的労働で測定される。(d)　資本財の生存期間は同一で，それを1とする。(e)　商品の生産期は同一で1である。(f)　生産過程は1時点投入 —1時点産出型である。なお第1部門と第2部門の労働は異質(異なる消費ベクトルを持つ)で，第1部門と第2部門の間は財の交換はあるが労働の交換はないとする。また利潤率及び搾取率は，両部門共，それぞれの中では均等化されると仮定する。

以下次の記号を用いる。但し添字1は第1部門，2は第2部門，I は資本財部門，II は賃金財及び奢侈財部門を表わす。

$\boldsymbol{A}_{1\mathrm{I}}, \boldsymbol{A}_{1\mathrm{II}}, \boldsymbol{A}_{2\mathrm{I}}, \boldsymbol{A}_{2\mathrm{II}}$；第1部門の資本財の，添字の部門への投入係数行列。

$\boldsymbol{B}_{1\mathrm{I}}, \boldsymbol{B}_{1\mathrm{II}}, \boldsymbol{B}_{2\mathrm{I}}, \boldsymbol{B}_{2\mathrm{II}}$；第2部門の資本財の，添字の部門への投入係数行列1)。

$\boldsymbol{L}_{1\mathrm{I}}, \boldsymbol{L}_{1\mathrm{II}}, \boldsymbol{L}_{2\mathrm{I}}, \boldsymbol{L}_{2\mathrm{II}}$；添字の部門への労働の投入ベクトル。

$\boldsymbol{\Lambda}_{1\mathrm{I}}, \boldsymbol{\Lambda}_{1\mathrm{II}}, \boldsymbol{\Lambda}_{2\mathrm{I}}, \boldsymbol{\Lambda}_{2\mathrm{II}}$；添字の部門の価値ベクトル。

$\boldsymbol{p}_{1\mathrm{I}}, \boldsymbol{p}_{1\mathrm{II}}, \boldsymbol{p}_{2\mathrm{I}}, \boldsymbol{p}_{2\mathrm{II}}$；添字の部門の価格ベクトル。

$\boldsymbol{D}_{11}, \boldsymbol{D}_{12}, \boldsymbol{D}_{21}, \boldsymbol{D}_{22}$；前の添字の部門の労働者の，後の添字の部門の賃金財及び奢侈財の消費ベクトル2)。

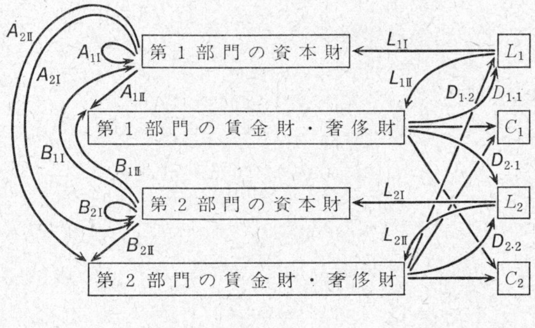
w_1, w_2；添字の部門の賃金率。

π_1, π_2；添字の部門の利潤率。

e_1, e_2；添字の部門の搾取率。

また第1図の価値の移動は，第2図の生産過程を通じて行なわれるものとする。

第2図



1)　第1部門と第2部門が垂直分業であれば $\boldsymbol{B}_{1\mathrm{I}}=\boldsymbol{B}_{1\mathrm{II}}=\boldsymbol{0}$ である。

2)　第2部門の労働の再生産には，第1部門の労働の再生産ベクトルと第2部門の賃金財・奢侈財を必要とすると仮定すれば

$$\boldsymbol{D}_{2.1}=\rho \boldsymbol{D}_{1.1},\quad \boldsymbol{D}_{2.2}=\rho \boldsymbol{D}_{1.2}+\mathcal{D}_2,$$

となる。但し $1/\rho$ は第1部門と第2部門との労働生産性格差である。なお $\boldsymbol{L}_1$ と $\boldsymbol{L}_2$ が教育格差で区別されるとすれば，$\boldsymbol{L}_2$ の新規雇用される労働者——第 i 産業部門での数 $N_{i.0}$——と既に雇用されている労働者——第 i 産業部門での数 $N_{i.1}$——とでは $\mathcal{D}_2$ は異なるが，$N_{i.0}/N_{i.1}$ が全産業部門で一定と仮定すれば，抽象的基準労働に対する $\mathcal{D}_2$ は定められる。

この時，複合2部門モデルの価値—価格決定方程式系は，次の様に与えられる。

(i)　価値決定方程式

$$\boldsymbol{\Lambda}_{1\mathrm{I}}=\boldsymbol{\Lambda}_{1\mathrm{I}}\boldsymbol{A}_{1\mathrm{I}}+\boldsymbol{\Lambda}_{2\mathrm{I}}\boldsymbol{B}_{1\mathrm{I}}+\boldsymbol{L}_{1\mathrm{I}},$$
$$\boldsymbol{\Lambda}_{1\mathrm{II}}=\boldsymbol{\Lambda}_{1\mathrm{I}}\boldsymbol{A}_{1\mathrm{II}}+\boldsymbol{\Lambda}_{2\mathrm{I}}\boldsymbol{B}_{1\mathrm{II}}+\boldsymbol{L}_{1\mathrm{II}},$$
$$\boldsymbol{\Lambda}_{2\mathrm{I}}=\boldsymbol{\Lambda}_{1\mathrm{I}}\boldsymbol{A}_{2\mathrm{I}}+\boldsymbol{\Lambda}_{2\mathrm{I}}\boldsymbol{B}_{2\mathrm{I}}+\boldsymbol{L}_{2\mathrm{I}},$$
$$\boldsymbol{\Lambda}_{2\mathrm{II}}=\boldsymbol{\Lambda}_{1\mathrm{I}}\boldsymbol{A}_{2\mathrm{II}}+\boldsymbol{\Lambda}_{2\mathrm{I}}\boldsymbol{B}_{2\mathrm{II}}+\boldsymbol{L}_{2\mathrm{II}}.$$

(ii)　価格決定方程式

$$\boldsymbol{p}_{1\mathrm{I}}=(1+\pi_1)(\boldsymbol{p}_{1\mathrm{I}}\boldsymbol{A}_{1\mathrm{I}}+\boldsymbol{p}_{2\mathrm{I}}\boldsymbol{B}_{1\mathrm{I}}+w_1\boldsymbol{L}_{1\mathrm{I}}),$$
$$\boldsymbol{p}_{1\mathrm{II}}=(1+\pi_1)(\boldsymbol{p}_{1\mathrm{I}}\boldsymbol{A}_{1\mathrm{II}}+\boldsymbol{p}_{2\mathrm{I}}\boldsymbol{B}_{1\mathrm{II}}+w_1\boldsymbol{L}_{1\mathrm{II}}),$$
$$\boldsymbol{p}_{2\mathrm{I}}=(1+\pi_2)(\boldsymbol{p}_{1\mathrm{I}}\boldsymbol{A}_{2\mathrm{I}}+\boldsymbol{p}_{2\mathrm{I}}\boldsymbol{B}_{2\mathrm{I}}+w_2\boldsymbol{L}_{2\mathrm{I}}),$$
$$\boldsymbol{p}_{2\mathrm{II}}=(1+\pi_2)(\boldsymbol{p}_{1\mathrm{I}}\boldsymbol{A}_{2\mathrm{II}}+\boldsymbol{p}_{2\mathrm{I}}\boldsymbol{B}_{2\mathrm{II}}+w_2\boldsymbol{L}_{2\mathrm{II}}).$$

(iii)　賃金率不等式

$$w_1\geqq\boldsymbol{p}_{1\mathrm{II}}\boldsymbol{D}_{1.1}+\boldsymbol{p}_{2\mathrm{II}}\boldsymbol{D}_{1.2},$$
$$w_2\geqq\boldsymbol{p}_{1\mathrm{II}}\boldsymbol{D}_{2.1}+\boldsymbol{p}_{2\mathrm{II}}\boldsymbol{D}_{2.2}.$$

(iv)　搾取率[3)]

$$e_1=\frac{1-(\boldsymbol{\Lambda}_{1\mathrm{II}}\boldsymbol{D}_{1.1}+\boldsymbol{\Lambda}_{2\mathrm{II}}\boldsymbol{D}_{1.2})}{\boldsymbol{\Lambda}_{1\mathrm{II}}\boldsymbol{D}_{1.1}+\boldsymbol{\Lambda}_{2\mathrm{II}}\boldsymbol{D}_{1.2}},$$
$$e_2=\frac{1-(\boldsymbol{\Lambda}_{1\mathrm{II}}\boldsymbol{D}_{2.1}+\boldsymbol{\Lambda}_{2\mathrm{II}}\boldsymbol{D}_{2.2})}{\boldsymbol{\Lambda}_{1\mathrm{II}}\boldsymbol{D}_{2.1}+\boldsymbol{\Lambda}_{2\mathrm{II}}\boldsymbol{D}_{2.2}}.$$

仮定　以下では，賃金率は最低水準，即ち(iii)で等号が成立していると仮定する。

§3　方程式の簡略化

取扱いを簡単にする為，次の記号を用いて§2の方程式を簡略化する。

$$\boldsymbol{A}_1=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_{1\mathrm{I}}\\ \boldsymbol{A}_{1\mathrm{II}}\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{A}_2=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_{2\mathrm{I}}\\ \boldsymbol{A}_{2\mathrm{II}}\end{bmatrix},$$
$$\boldsymbol{B}_1=\begin{bmatrix}\boldsymbol{B}_{1\mathrm{I}}\\ \boldsymbol{B}_{1\mathrm{II}}\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{B}_2=\begin{bmatrix}\boldsymbol{B}_{2\mathrm{I}}\\ \boldsymbol{B}_{2\mathrm{II}}\end{bmatrix},$$
$$\boldsymbol{L}_1=(\boldsymbol{L}_{1\mathrm{I}},\boldsymbol{L}_{1\mathrm{II}}),\quad \boldsymbol{L}_2=(\boldsymbol{L}_{2\mathrm{I}},\boldsymbol{L}_{2\mathrm{II}}),$$
$$\boldsymbol{\Lambda}_1=(\boldsymbol{\Lambda}_{1\mathrm{I}},\boldsymbol{\Lambda}_{1\mathrm{II}}),\quad \boldsymbol{\Lambda}_2=(\boldsymbol{\Lambda}_{2\mathrm{I}},\boldsymbol{\Lambda}_{2\mathrm{II}}),$$
$$\boldsymbol{p}_1=(\boldsymbol{p}_{1\mathrm{I}},\boldsymbol{p}_{1\mathrm{II}}),\quad \boldsymbol{p}_2=(\boldsymbol{p}_{2\mathrm{I}},\boldsymbol{p}_{2\mathrm{II}}).$$

またベクトル $\boldsymbol{D}_{i.j}$ と $\begin{pmatrix}\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{D}_{i.j}\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{0}$ は第 j 部門の資本財に関する $\boldsymbol{0}$-ベクトル，を同一視する。従って§2での $\boldsymbol{\Lambda}_{1\mathrm{II}}\boldsymbol{D}_{i.1}+\boldsymbol{\Lambda}_{2\mathrm{II}}\boldsymbol{D}_{i.2}$ は，以下では $\boldsymbol{\Lambda}_1\boldsymbol{D}_{i.1}+\boldsymbol{\Lambda}_2\boldsymbol{D}_{i.2}$ と書く $(i=1,2)$。

この記法では，価値—価格決定方程式は，

$$\boldsymbol{\Lambda}_1=\boldsymbol{\Lambda}_1\boldsymbol{A}_1+\boldsymbol{\Lambda}_2\boldsymbol{B}_1+\boldsymbol{L}_1,$$
$$\boldsymbol{\Lambda}_2=\boldsymbol{\Lambda}_1\boldsymbol{A}_2+\boldsymbol{\Lambda}_2\boldsymbol{B}_2+\boldsymbol{L}_2,$$
$$\boldsymbol{p}_1=(1+\pi_1)(\boldsymbol{p}_1\boldsymbol{A}_1+\boldsymbol{p}_2\boldsymbol{B}_1+w_1\boldsymbol{L}_1),$$
$$\boldsymbol{p}_2=(1+\pi_2)(\boldsymbol{p}_1\boldsymbol{A}_2+\boldsymbol{p}_2\boldsymbol{B}_2+w_2\boldsymbol{L}_2),$$

と書ける。ここで更に

$$1=(1+e_1)(\boldsymbol{\Lambda}_1\boldsymbol{D}_{1.1}+\boldsymbol{\Lambda}_2\boldsymbol{D}_{1.2})$$
$$=(1+e_2)(\boldsymbol{\Lambda}_1\boldsymbol{D}_{2.1}+\boldsymbol{\Lambda}_2\boldsymbol{D}_{2.2})$$

を用い，記号

$$\boldsymbol{\Lambda}=(\boldsymbol{\Lambda}_1,\boldsymbol{\Lambda}_2),\quad \boldsymbol{p}=(\boldsymbol{p}_1,\boldsymbol{p}_2),$$
$$\boldsymbol{M}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_1+\boldsymbol{D}_{1.1}\boldsymbol{L}_1, & \boldsymbol{A}_2+\boldsymbol{D}_{2.1}\boldsymbol{L}_2\\ \boldsymbol{B}_1+\boldsymbol{D}_{1.2}\boldsymbol{L}_1, & \boldsymbol{B}_2+\boldsymbol{D}_{2.2}\boldsymbol{L}_2\end{bmatrix},$$
$$\boldsymbol{M}_e=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_1+(1+e_1)\boldsymbol{D}_{1.1}\boldsymbol{L}_1, & \boldsymbol{A}_2+(1+e_2)\boldsymbol{D}_{2.1}\boldsymbol{L}_2\\ \boldsymbol{B}_1+(1+e_1)\boldsymbol{D}_{1.2}\boldsymbol{L}_1, & \boldsymbol{B}_2+(1+e_2)\boldsymbol{D}_{2.2}\boldsymbol{L}_2\end{bmatrix},$$
$$\boldsymbol{M}_\pi=$$
$$\begin{bmatrix}(1+\pi_1)(\boldsymbol{A}_1+\boldsymbol{D}_{1.1}\boldsymbol{L}_1), & (1+\pi_2)(\boldsymbol{A}_2+\boldsymbol{D}_{2.1}\boldsymbol{L}_2)\\ (1+\pi_1)(\boldsymbol{B}_1+\boldsymbol{D}_{1.2}\boldsymbol{L}_1), & (1+\pi_2)(\boldsymbol{B}_2+\boldsymbol{D}_{2.2}\boldsymbol{L}_2)\end{bmatrix},$$

を使えば，価値—価格決定方程式は

$$\boldsymbol{\Lambda}=\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{M}_e, \tag{1}$$
$$\boldsymbol{p}=\boldsymbol{p}\boldsymbol{M}_\pi, \tag{2}$$

となる。

補題1　$\boldsymbol{M}\geq\boldsymbol{0}$ とする。(i)　$\boldsymbol{I}-\boldsymbol{M}$ がホーキンス・サイモンの条件をみたせば，非負の e_1, e_2, π_1, π_2 があって，$\boldsymbol{\Lambda}>\boldsymbol{0}$，$\boldsymbol{p}>\boldsymbol{0}$ となる。但し $\boldsymbol{I}$ は単位行列である。(ii)　同じ仮定で，更に $\boldsymbol{M}$ が分解不能なら，$\boldsymbol{\Lambda}, \boldsymbol{p}$ は比例定数を除いて一意的に定まる[4)]。

証明　$\boldsymbol{M}_e$ のフロベニウス根を $\lambda(e_1, e_2)$ と書く。仮定から $\lambda(0,0)<1$ だが，労働が本源財だから，充分大きい e_1, e_2 に対し $q<q\boldsymbol{M}_e\,(q>0)$ となって $\lambda(e_1,e_2)>1$ となり，e_1, e_2 に関し $\lambda(e_1,e_2)$ は連続だから，(i)の前半を得る。利潤率，価格に対する主張も同様にして得られる。(ii)は $\boldsymbol{M}$ が分解不能なら $\boldsymbol{M}_e, \boldsymbol{M}_\pi$ も分解不能([11])な事から解る。

仮定　$\boldsymbol{M}\geq\boldsymbol{0}$，$\boldsymbol{I}-\boldsymbol{M}$ はホーキンス・サイモンの条件をみたすと仮定する。

(1)を部門別に書くと

$$\boldsymbol{\Lambda}_1=\boldsymbol{\Lambda}_1\boldsymbol{A}_1+\boldsymbol{\Lambda}_2\boldsymbol{B}_1+\boldsymbol{\Lambda}_1\boldsymbol{D}_{1.1}\boldsymbol{L}_1+\boldsymbol{\Lambda}_2\boldsymbol{D}_{1.2}\boldsymbol{L}_1$$

---

3)　註 2)の仮定で $0\leqq e_2\leqq e_1$ となる為には
$$(1-\rho)(\boldsymbol{\Lambda}_{1\mathrm{II}}\boldsymbol{D}_{1.1}+\boldsymbol{\Lambda}_{2\mathrm{II}}\boldsymbol{D}_{1.2})\leqq\boldsymbol{\Lambda}_{2\mathrm{II}}\mathcal{D}_2$$
$$\leqq(1+e_1-\rho)(\boldsymbol{\Lambda}_{1\mathrm{II}}\boldsymbol{D}_{1.1}+\boldsymbol{\Lambda}_{2\mathrm{II}}\boldsymbol{D}_{1.2}),$$
が必要十分である。

4)　$\boldsymbol{\Lambda}, \boldsymbol{p}$ が一意的に定まる条件は他にもある。例えば $\boldsymbol{B}_1=\boldsymbol{0}$，$\boldsymbol{D}_{1.2}=\boldsymbol{0}$，$\boldsymbol{A}_1, \boldsymbol{B}_2$ が分解不能で $\boldsymbol{A}_2>0$ と仮定しても良い。

$$+e_1\boldsymbol{\Lambda}_1\boldsymbol{D}_{1.1}\boldsymbol{L}_1+e_1\boldsymbol{\Lambda}_2\boldsymbol{D}_{1.2}\boldsymbol{L}_1,$$
$$\boldsymbol{\Lambda}_2=\boldsymbol{\Lambda}_1\boldsymbol{A}_2+\boldsymbol{\Lambda}_2\boldsymbol{B}_2+\boldsymbol{\Lambda}_1\boldsymbol{D}_{2.1}\boldsymbol{L}_2+\boldsymbol{\Lambda}_2\boldsymbol{D}_{2.2}\boldsymbol{L}_2$$
$$+e_2\boldsymbol{\Lambda}_1\boldsymbol{D}_{2.1}\boldsymbol{L}_1+e_2\boldsymbol{\Lambda}_2\boldsymbol{D}_{2.2}\boldsymbol{L}_2,$$

となるから，第1部門第 i 財1単位の価値 $\lambda_{1.i}$，第2部門第 j 財1単位の価値 $\lambda_{2.j}$ は

(3)
$$\lambda_{1.i}=C_{1.i.1}+C_{1.i.2}+V_{1.i.1}+V_{1.i.2}+S_{1.i.1}+S_{1.i.2},$$
$$\lambda_{2.j}=C_{2.j.1}+C_{2.j.2}+V_{2.j.1}+V_{2.j.2}+S_{2.j.1}+S_{2.j.2},$$

と書ける。但し

(4)
$$S_{1.i.1}=e_1V_{1.i.1},\quad S_{1.i.2}=e_1V_{1.i.2},$$
$$S_{2.j.1}=e_2V_{2.j.1},\quad S_{2.j.2}=e_2V_{2.j.2},$$

である。

定義　$C_{1.i.1}, C_{1.i.2}, \cdots, C_{2.j.1}, C_{2.i.2}, \cdots$，を，第1部門第 i 財，第2部門第 j 財の，第1部門からの不変資本，第2部門からの不変資本，第1部門からの可変資本，第2部門からの可変資本，第1部門からの剰余価値及び第2部門からの剰余価値と呼ぶ。

なお第1部門第 i 財1単位，第2部門第 j 財1単位の不変資本，可変資本及び剰余価値 $C_{1.i}, C_{2.j}, \cdots$，は

$$C_{1.i}=C_{1.i.1}+C_{1.i.2},\quad C_{2.j}=C_{2.j.1}+C_{2.j.2},$$

(5)
$$V_{1.i}=V_{1.i.1}+V_{1.i.2},\quad V_{2.j}=V_{2.j.1}+V_{2.j.2},$$
$$S_{1.i}=S_{1.i.1}+S_{1.i.2},\quad S_{2.j}=S_{2.j.1}+S_{2.j.2},$$

で与えられ，(4)から

(4)′
$$\frac{S_{1.i}}{V_{1.i}}=e_1,\quad \frac{S_{2.j}}{V_{2.j}}=e_2,$$

だから，第1部門の剰余価値率＝第1部門の搾取率，第2部門の剰余価値率＝第2部門の搾取率，である[5]。

§4　利潤率，I

(2)及び§3の仮定から，$\boldsymbol{y}\geq\boldsymbol{0}$ が存在して $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{M}_\pi\boldsymbol{y}$ となる。成分毎に書けば

(6)
$$\boldsymbol{y}_1=(1+\pi_1)(\boldsymbol{A}_1+\boldsymbol{D}_{1.1}\boldsymbol{L}_1)\boldsymbol{y}_1+(1+\pi_2)(\boldsymbol{A}_2+\boldsymbol{D}_{2.1}\boldsymbol{L}_2)\boldsymbol{y}_2,$$
$$\boldsymbol{y}_2=(1+\pi_1)(\boldsymbol{B}_1+\boldsymbol{D}_{1.2}\boldsymbol{L}_1)\boldsymbol{y}_1+(1+\pi_2)(\boldsymbol{B}_2+\boldsymbol{D}_{2.2}\boldsymbol{L}_2)\boldsymbol{y}_2,$$

である。$\boldsymbol{y}_1\geq\boldsymbol{0}$，$\boldsymbol{y}_2\geq\boldsymbol{0}$ を固定し，これで測った両部門の総不変資本，総可変資本を

$$C_1=C_{1.1}+C_{1.2},\quad C_{1.1}=\boldsymbol{\Lambda}_1\boldsymbol{A}_1\boldsymbol{y}_1,\quad C_{1.2}=\boldsymbol{\Lambda}_2\boldsymbol{B}_1\boldsymbol{y}_1,$$
$$V_1=V_{1.1}+V_{1.2},\quad V_{1.1}=\boldsymbol{\Lambda}_1\boldsymbol{D}_{1.1}\boldsymbol{L}_1\boldsymbol{y}_1,$$
$$V_{1.2}=\boldsymbol{\Lambda}_2\boldsymbol{D}_{1.2}\boldsymbol{L}_1\boldsymbol{y}_1,$$
$$C_2=C_{2.1}+C_{2.2},\quad C_{2.1}=\boldsymbol{\Lambda}_1\boldsymbol{A}_2\boldsymbol{y}_2,\quad C_{2.2}=\boldsymbol{\Lambda}_2\boldsymbol{B}_2\boldsymbol{y}_2,$$
$$V_2=V_{2.1}+V_{2.2},\quad V_{2.1}=\boldsymbol{\Lambda}_1\boldsymbol{D}_{2.1}\boldsymbol{L}_2\boldsymbol{y}_2,$$
$$V_{2.2}=\boldsymbol{\Lambda}_2\boldsymbol{D}_{2.2}\boldsymbol{L}_2\boldsymbol{y}_2,$$

と置く。なおこの場合の総剰余価値は

$$S_1=e_1V_1,\quad S_{1.1}=e_1V_{1.1},\quad S_{1.2}=e_1V_{1.2},$$
$$S_2=e_2V_2,\quad S_{2.1}=e_2V_{2.1},\quad S_{2.2}=e_2V_{2.2},$$

である。また

$$K_{1.1}=C_{1.1}+V_{1.1},\quad K_{1.2}=C_{1.2}+V_{1.2},$$
$$K_1=K_{1.1}+K_{1.2},$$
$$K_{2.1}=C_{2.1}+V_{2.1},\quad K_{2.2}=C_{2.2}+V_{2.2},$$
$$K_2=K_{2.1}+K_{2.2},$$

と置く。$K_{2.1}$ は第1部門から第2部門に流出する総価値，$K_{1.2}$ は第2部門から第1部門に流入する総価値である。

定義　$K_{2.1}-K_{1.2}=R$ と置く。

仮定　$R\geqq 0$ と仮定する[6]。

定理1　$K_{1.1}K_{2.2}-K_{1.2}K_{2.1}\neq 0$ なら

(7)
$$\pi_1=\frac{S_1K_{2.2}-S_2K_{2.1}-RK_2}{K_{1.1}K_{2.2}-K_{1.2}K_{2.1}},$$
$$\pi_2=\frac{S_2K_{1.1}-S_1K_{1.2}+RK_1}{K_{1.1}K_{2.2}-K_{1.2}K_{2.1}},$$

である[7]。

証明　(1)と(6)から

---

5)　本論文では使わないが，複合2部門モデルの需給方程式は次の様になる。

$\boldsymbol{x}_i$: 第 i 部門の産出量ベクトル，

$\boldsymbol{F}_i$: 第 i 部門の純産出，

$\boldsymbol{F}_{ij}$: 第 i 部門の資本家の第 j 部門の財の消費ベクトル，$i, j=1, 2$,

$$\boldsymbol{x}_1=\boldsymbol{A}_1\boldsymbol{x}_1+\boldsymbol{A}_2\boldsymbol{x}_2+\boldsymbol{F}_1,$$
$$\boldsymbol{x}_2=\boldsymbol{B}_1\boldsymbol{x}_1+\boldsymbol{B}_2\boldsymbol{x}_2+\boldsymbol{F}_2,$$
$$\boldsymbol{F}_1\geqq\boldsymbol{F}_{1.1}+\boldsymbol{F}_{2.1},\quad \boldsymbol{F}_2\geqq\boldsymbol{F}_{1.2}+\boldsymbol{F}_{2.2},$$
$$\boldsymbol{p}_1\boldsymbol{F}_{1.1}+\boldsymbol{p}_2\boldsymbol{F}_{1.2}\leqq\pi_1(\boldsymbol{p}_1\boldsymbol{A}_1\boldsymbol{x}_1+\boldsymbol{p}_2\boldsymbol{B}_1\boldsymbol{x}_1+w_1\boldsymbol{L}_1\boldsymbol{x}_1),$$
$$\boldsymbol{p}_1\boldsymbol{F}_{2.1}+\boldsymbol{p}_2\boldsymbol{F}_{2.2}\leqq\pi_2(\boldsymbol{p}_1\boldsymbol{A}_2\boldsymbol{x}_2+\boldsymbol{p}_2\boldsymbol{B}_2\boldsymbol{x}_2+w_2\boldsymbol{L}_2\boldsymbol{x}_2).$$

単純再生産モデルでは，不等式はすべて等式となり，両部門間の交換の均衡を表わす次の式が成立する([6]，[13]参照)。

$$\boldsymbol{p}_1(\boldsymbol{A}_2\boldsymbol{x}_2+\boldsymbol{D}_{2.1}\boldsymbol{L}_2\boldsymbol{x}_2+\boldsymbol{F}_{2.1})=\boldsymbol{p}_2(\boldsymbol{B}_1\boldsymbol{x}_1+\boldsymbol{D}_{1.2}\boldsymbol{L}_1\boldsymbol{x}_1+\boldsymbol{F}_{1.2}).$$

6)　この仮定はモデル設定の趣旨による。

7)　$K_{1.1}K_{2.2}-K_{1.2}K_{2.1}=0$ の時 π_1, π_2 が存在する為には $S_1K_{1.2}-S_2K_{1.1}=K_1R$ が必要十分である。

$$\boldsymbol{A}_1\boldsymbol{y}_1=K_{1.1}+e_1V_{1.1}+K_{1.2}+e_1V_{1.2}$$
$$=(1+\pi_1)K_{1.1}+(1+\pi_2)K_{2.1},$$
$$\boldsymbol{A}_2\boldsymbol{y}_2=K_{2.1}+e_2V_{2.1}+K_{2.2}+e_2K_{2.2}$$
$$=(1+\pi_1)K_{1.2}+(1+\pi_2)K_{2.2},$$

となる。これから π_1,π_2 に関する連立方程式

(8)
$$\pi_1K_{1.1}+\pi_2K_{2.1}=e_1V_1-R,$$
$$\pi_1K_{1.2}+\pi_2K_{2.2}=e_2V_2+R,$$

を得，$e_1V_1=S_1$，$e_2V_2=S_2$ だから(7)を得る。

なお(8)から

定理 2　$K_{1.1}>0$，$K_{2.2}>0$ なら

(9)
$$\pi_1=\frac{S_1-\pi_2K_{2.1}-R}{K_{1.1}},$$
$$\pi_2=\frac{S_2-\pi_1K_{1.2}+R}{K_{2.2}},$$

である[8)]。

第2部門が存在しない時は，$K_{2.1}=R=0$，$K_{1.1}=C_1+V_1$ だから，(9)は森嶋―シートンの公式になる。

(7)の分母 $K_{1.1}K_{2.2}-K_{1.2}K_{2.1}$ の符号は，モデルからは決定出来ないが，(7)の形から，以下 $K_{1.1}K_{2.2}-K_{1.2}K_{2.1}>0$ と仮定する。

補題 2　$K_{1.1}K_{2.2}-K_{1.2}K_{2.1}>0$ の為の必要十分な条件は

(10)
$$\frac{K_{1.1}}{K_1}>\frac{K_{2.1}}{K_2},$$

である。

証明　$K_{1.1}K_2-K_{2.1}K_1=K_{1.1}K_{2.2}-K_{1.2}K_{2.1}$ であり，$K_1>0$，$K_2>0$ だから補題がなりたつ。

(7)は，第2部門の利潤率は，第2部門の総価値の中で第1部門からの価値が占める率が高い程，高くなる事を示しているが，補題2は，この率には限界があり，第1部門の総価値の中での第1部門からの価値の占める率を越えられない事を示している。

最後に，マルクスの基本定理との関係で，(8)から得られる次の補題を注意する。

補題 3　(i)　$e_1=e_2=0$ なら

(11)
$$\pi_1=\frac{-RK_2}{K_{1.1}K_{2.2}-K_{1.2}K_{2.1}},$$
$$\pi_2=\frac{RK_1}{K_{1.1}K_{2.2}-K_{1.2}K_{2.1}},$$

である。

(ii)　$\pi_1=\pi_2=0$ なら

(12)
$$e_1=\frac{R}{V_1},\quad e_2=-\frac{R}{V_2},$$

である。

系，$e_1=e_2=0$ から $\pi_1=\pi_2=0$(あるいは $\pi_1=\pi_2=0$ から $e_1=e_2=0$)が従う為の必要十分な条件は，$R=0$ である。

この系は，$R>0$ の時，複合2部門モデルでは，マルクスの基本定理が，そのままの形では成り立たない事を示している。実際(7)から，$e_1=0$ でも $\pi_1>0$，$\pi_2>0$ となり得る。しかし $e_1=e_2=0$ なら $\pi_1<0$ となり，$\pi_1>0$ の為には e_1 は正より強い条件

$$e_1>\frac{(S_2K_{2.1}+RK_2)}{V_1K_{2.1}}$$

を満たさなければならない。

§5　利潤率，II

この§では，$K_{i.j}$ の π_1,π_2 に対する影響を，いくつかの特別な場合について扱う。

最初に，R と第1部門の総剰余価値との関係が，利潤率にどう影響するかを示す，次の補題を注意する。

補題 4　条件(10)のもとに，不等式

---

8)　森嶋―シートンの意味の資本の平均的価値構成を $V_1\fallingdotseq 0$，$V_2\fallingdotseq 0$ として

$$C_1/V_1=k_1,\quad C_{1.1}/V_1=k_{1.1},\quad C_{1.2}/V_1=k_{1.2},$$
$$V_{1.1}/V_1=\alpha,\quad V_{1.2}/V_1=1-\alpha,$$
$$C_2/V_2=k_2,\quad C_{2.1}/V_2=k_{2.1},\quad C_{2.2}/V_2=k_{2.2},$$
$$V_{2.1}/V_2=\beta,\quad V_{2.2}/V_2=1-\beta,$$

と置き $V_2/V_1=r$ と置けば，(7)は

$$\pi_1=\frac{e_1(k_{2.2}+1-\beta)-e_2(k_{2.1}+\beta)-\{r(k_{2.1}+\beta)-(k_{1.2}+1-\alpha)\}(k_2+1)}{\{(k_{1.1}+\alpha)(k_{2.2}+1-\beta)-(k_{2.1}+\beta)(k_{1.2}+1-\alpha)\}},$$
$$\pi_2=\frac{e_2(k_{1.1}+\alpha)-e_1(k_{1.2}+1-\alpha)-\{(k_{2.1}+\beta)-1/r(k_{1.2}+1-\alpha)\}(k_1+1)}{\{(k_{1.1}+\alpha)(k_{2.2}+1-\beta)-(k_{2.1}+\beta)(k_{1.2}+1-\alpha)\}},$$

となる。また(9)は次の様になる。

$$\pi_1=\frac{e_1+k_{1.2}+1-\alpha-(1+\pi_2)r(k_{2.1}+\beta)}{k_{1.1}+\alpha},$$
$$\pi_2=\frac{e_2+k_{2.1}+\beta-(1+\pi_1)1/r(k_{1.2}+1-\alpha)}{k_{2.2}+1-\beta}.$$

(13)　　$R \leqq S_1$

は，$\pi_1 \geqq 0$ の為の必要条件であり

(13)′　　$R \geqq S_1$

は，$\pi_2 \geqq 0$ の為の十分条件である。

証明　(10)と(8)から，$\pi_1 \geqq 0$，$\pi_2 \geqq 0$ は，それぞれ不等式

$$S_1 K_{2.2} - S_2 K_{2.1} \geqq R K_2,$$
$$S_1 K_{1.2} - S_2 K_{1.1} \leqq R K_1,$$

と同値であり，$K_{2.2} \leqq K_2$，$K_{1.2} \leqq K_1$ だから補題が得られる。

次に，第1部門＝周辺，第2部門＝中心，と想定して，アミンの中心—周辺構造による世界資本主義の再生産モデル([1]′, [14])を，

(i)　周辺の資本財生産部門は，(中心への)輸出産業になる。

(ii)　大衆消費財は中心で生産され，周辺の大衆消費財は中心から輸入される。

と定式化し，複合2部門モデルで検証する。

まず(7)，または(9)の形式から

補題5　π_1 は $K_{1.2}$ の増加関数，$K_{1.1}$ の減少関数であり，π_2 は $K_{2.1}$ の増加関数，$K_{2.2}$ の減少関数である。

補題5は，両部門共，利潤率を増加させるには，自部門で生産された財は自部門で使用せず，他部門の財を使用するのが良い事を示している。特に部門間の力関係が対等でなければ，力の弱い部門で生産された財は，力の強い部門で使用される傾向を持つ事になり，(i)が導かれる。(ii)を導く為次の仮定を置く。

仮定　第2部門は第1部門の資本財を使用するが，第1部門は第2部門の資本財を使用しない。

この仮定は，第1部門と第2部門の間が垂直分業である事を意味し，数式的には $\boldsymbol{B}_1 = \boldsymbol{0}$，従って $C_{1.2} = 0$，$V_{1.2} = K_{1.2}$ である。

以下では R を定数と見る。この時

(14)　$K_{1.2} = K_{2.1} - R$，$K_{2.1} = K_{1.2} + R$，

と置けば，π_2 は $K_{1.2}$ の，π_1 は $K_{2.1}$ の，それぞれ分母，分子共2次の有理関数になる[9]。従って

(15)　$0 \leqq K_{1.2} \leqq \dfrac{\sqrt{R^2 + 4K_{1.1}K_{2.2}} - R}{2}$,

の時，不等式

(16)　$(1+e_1)R + e_2 K_{1.1} - e_1 V_{1.1} > 0$,

(17)　$e_1 K_{2.2} + e_2 (C_{2.1} - V_{2.2}) - (1+e_2) R \leqq 0$,

が成立すれば，π_2 は $K_{1.2}$ の増加関数になる。また

(15)′　$R \leqq K_{2.1} < \dfrac{\sqrt{R^2 + 4K_{1.1}K_{2.2}} + R}{2}$,

の時，不等式

(16)′　$(1+e_1)R + e_2 K_{1.1} - e_1 V_{1.1} \leqq 0$,

(17)′　$e_1 K_{2.2} + e_2 (C_{2.1} - V_{2.2}) - (1+e_2) R > 0$,

が成立すれば，π_1 は $K_{2.1}$ の増加関数になる[10]。

(16), (17)と，(16)′, (17)′ は相反する条件だが，R が充分大きければ(16), (17)が成立する。従って

補題6　$\boldsymbol{B}_1 = \boldsymbol{0}$ とする。R が充分大きければ，π_2 は $K_{1.2}$ の増加関数である。

なおこの場合，π_1 は $K_{2.1}$ の減少関数である。

補題5，補題6をまとめて

定理3　$\boldsymbol{B}_1 = \boldsymbol{0}$ で R が充分大きい時，複合2部門モデルでアミンの主張が成立する。

但し補題5，補題6については次の解釈も可能である。補題5から π_2 は $K_{2.2}$ の減少関数であり，(17)は $K_{2.2}$ が小さく，$V_{2.2}$ が大きければ成立する。その時(15)が成立する範囲が広くなるには $K_{1.1}$ が大きくなる事が必要で，その事は(16)と矛盾しない。この場合，第2部門——中心——では産業構造が重化学工業中心から情報産業中心に変化し，第1部門——周辺——は重化学工業化する傾向を持つ事になる。

最後に，第1部門と第2部門との間が垂直分業

---

9)　$V_{2.1} = K_{2.1} - C_{2.1} = K_{1.2} + R - C_{2.1}$ から，$V_1 = V_{1.1} + K_{1.2}$，$V_2 = K_{1.2} + R - C_{2.1} + V_{2.2}$ となり

$$e_2 V_2 K_{1.1} - e_1 V_1 K_{1.2} + R K_1$$
$$= \{(1+e_2)R + e_2(V_{2.2} - C_{2.1})\} K_{1.1}$$
$$+ (e_2 K_{1.1} - e_1 V_{1.1} + R) K_{1.2} - e_1 K_{1.2}{}^2,$$
$$K_{1.1}K_{2.2} - K_{1.2}K_{2.1} = K_{1.1}K_{2.2} - RK_{1.2} - K_{1.2}{}^2$$

である。また $V_1 = V_{1.1} + K_{2.1} - R$，$V_2 = K_{2.1} - C_{2.1} + V_{2.2}$ から

$$e_1 V_1 K_{2.2} - e_2 V_2 K_{2.1} - R K_2$$
$$= \{e_1 V_{1.1} - (1+e_1)R\} K_{2.2} + \{e_1 K_{2.2} - R - e_2 (V_{2.2} - C_{2.1})\} K_{2.1} - e_2 K_{2.1}{}^2,$$
$$K_{1.1}K_{2.2} - K_{1.2}K_{2.1} = K_{1.1}K_{2.2} + RK_{2.1} - K_{2.1}{}^2,$$

である。

10)　$(d + ex + fx^2)/(a + bx + cx^2)$ の導関数の分子が，$(bf - ce)x^2 + 2(af - cd)x + (ae - bd)$ となる事による。

でなければ，上記の結論は必ずしも成立しない事を示す。以下では $K_{1.1} \fallingdotseq 0$ と仮定し，$K_{1.1}=1$ と規格化する。また S_1, S_2 及び R を定数として扱う。この時剰余変数 $x \geqq 0$，$y \geqq 0$ を導入すれば，(8)から $K_{1.2}, K_{2.2}$ に関する連立方程式

$$(18) \quad S_1K_{2.2}-S_2(K_{1.2}+R)=R(K_{2.2}+K_{1.2}+R)+x,$$

$$S_1K_{1.2}-S_2=R(1+K_{1.2})-y,$$

を得，これと(7)から

$$\pi_1=\frac{x}{x(S_1-R)+y\{S_2+R+R(S_1-R)-y\}},$$

$$\pi_2=\frac{y}{x(S_1-R)+y\{S_2+R+R(S_1-R)-y\}},$$

を得る[11]。これから π_2 の最大値 $\bar{\pi}_2$ は

$$(19) \quad \bar{\pi}_2=\frac{1}{R(S_1-R)},$$

で，この時 $x=0$，$y=S_2+R$，$\pi_1=0$，また

$$(20) \quad K_{1.2}=0,\ K_{2.2}=\frac{S_2+R}{S_1-R}R,$$

である。他方 π_1 の最大値 $\bar{\pi}_1$ は

$$(19)' \quad \bar{\pi}_1=\frac{1}{S_1-R}.$$

で，この時 $y=0$，$\pi_2=0$，また

$$(20)' \quad K_{1.2}=\frac{S_2+R}{S_1-R},$$

である[12]。従って

定理4 S_1, S_2 及び R が一定で $S_1>R$，$K_{1.1}>0$ であれば，第2部門の利潤率は，そこで生産される財の総価値を最小にした時，最大になる。

§6 転化問題

補題7 $\boldsymbol{M}$ が原始的なら，価値ベクトル $\boldsymbol{\Lambda}>0$ とスカラー $c>0$ により

$$\boldsymbol{p}_0=c\boldsymbol{\Lambda},\ \boldsymbol{p}_1=\boldsymbol{p}_0\boldsymbol{M}_\pi,\ \cdots,\ \boldsymbol{p}_n=\boldsymbol{p}_{n-1}\boldsymbol{M}_\pi,\ \cdots,$$

で定められたベクトル列 $\{\boldsymbol{p}_n\}$ は，ベクトル $\boldsymbol{p}>0$ に収束し，$\boldsymbol{p}$ は(2)をみたす。

証明　定義から

$$\boldsymbol{p}_n=c\boldsymbol{\Lambda}(\boldsymbol{M}_\pi)^n,$$

であり，$\boldsymbol{M}_\pi$ は，(2)から1をフロベニウス根として持ち，$\boldsymbol{M}$ が原始的だから $\boldsymbol{M}_\pi$ も原始的，従って1は $\boldsymbol{M}_\pi$ の特性多項式の単根で，$\boldsymbol{M}_\pi$ の他の固有値の絶対値は1より小さい([11])。従って $\lim_{n\to\infty}(\boldsymbol{M}_\pi)^n$ が存在し[13]，$\boldsymbol{M}_\pi>0$ から極限も正である。従って補題が成立する。

補題から，複合2部門モデルでも，$\boldsymbol{M}$ が原始的なら，マルクスの転化手続きにより，価値は価格に転化する([10], [12] 参照)。

なお $\boldsymbol{M}$ が原始的なら，$\boldsymbol{Q}\boldsymbol{M}_\pi\boldsymbol{Q}^{-1}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & *\end{bmatrix}$ と標準化する $\boldsymbol{Q}$ によって，$\boldsymbol{p}$ は

$$(21) \quad \boldsymbol{p}=c\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{Q}^{-1}\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}\boldsymbol{Q},$$

と与えられる[14]。

次に転化問題を摂動論([8]，第2章)によって扱い，複合2部門モデルにおける R の重要性を示す。

最初に比較の為，置塩―森嶋のマルクス・モデルでの転化問題を，e を摂動変数として扱う。その為に，マルクス・モデルの価値決定方程式，価格決定方程式を

$$(22) \quad \boldsymbol{\Lambda}=\boldsymbol{\Lambda}(\boldsymbol{N}+e\boldsymbol{D}\boldsymbol{L}),$$

$$(23) \quad \boldsymbol{p}=(1+\pi)\boldsymbol{p}\boldsymbol{N},$$

---

11)　(13)から $S_1 \geqq R$ で，$S_2+R \geqq y \geqq 0$ である。$S_1>R$ とすれば(18)から

$$K_{1.2}=\frac{S_2+R}{S_1-R}-\frac{y}{S_1-R},$$

$$K_{2.2}=\frac{S_2+R}{S_1-R}(R+K_{1.2})+\frac{x}{S_1-R},$$

$$K_{2.2}-K_{1.2}(R+K_{1.2})$$

$$=\frac{x}{S_1-R}+\frac{y}{S_1-R}\left(R+\frac{S_2+R}{S_1-R}-\frac{y}{S_1-R}\right),$$

となり，これを(7)に代入すればよい。

12)　この場合 x は任意で，$K_{2.2}$ は決定されない。なお(20)で定まる $K_{1.2}$，$K_{2.2}$ は(18)をみたす非負の最小値，(20)′で定まる $K_{1.2}$ は最大値であり，不等式 $\bar{\pi}_2>\bar{\pi}_1$ は $R<K_{1.1}$ の時，その時に限り成立する。

13)　$\boldsymbol{X}$ を行列とする時，$\lim_{n\to\infty}\boldsymbol{X}^n$ が存在して $\boldsymbol{0}$ でない為には，$\boldsymbol{X}$ の最小多項式 $\varphi(\boldsymbol{X})$ が，1を単根として持ち，1と異なる $\varphi(\boldsymbol{X})$ の根の絶対値がすべて1より小さい事が必要十分である。証明は，$\boldsymbol{T}$ を $\boldsymbol{T}^{k+1}=\boldsymbol{0}$ となる行列，$\boldsymbol{I}$ を単位行列とする時

$$(\lambda\boldsymbol{I}+\boldsymbol{T})^n=\lambda^n\boldsymbol{I}+n\lambda^{n-1}\boldsymbol{T}+\cdots+(n!/k!(n-k)!)\lambda^{n-k}\boldsymbol{T}^k,\quad n>k$$

となる事と，$\boldsymbol{X}$ の標準形を使えば良い。

14)　$(\boldsymbol{Q}\boldsymbol{M}_\pi\boldsymbol{Q}^{-1})^n=\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{M}_\pi)^n\boldsymbol{Q}^{-1}$ と $\lim_{n\to\infty}\left(\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & *\end{bmatrix}\right)^n=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}$ による。

と置く[15]。$\boldsymbol{N}$は原始的と仮定し，森嶋―シートンの公式から $\pi=ce$ と置く。この時

(24)　$$\boldsymbol{p}=\boldsymbol{\Lambda}_0+\sum_{k=1}^{\infty}e^k\boldsymbol{\Lambda}_k,\quad \boldsymbol{\Lambda}_0=\boldsymbol{\Lambda},$$

と置けば

$$\boldsymbol{\Lambda}_1=\boldsymbol{\Lambda}(c\boldsymbol{N}-\boldsymbol{DL})(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{N})^{-1},$$
$$\boldsymbol{\Lambda}_k=c^{k-1}\boldsymbol{\Lambda}_1\{\boldsymbol{N}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{N})^{-1}\}^{k-1},\quad k\geqq 2,$$

であり[16]，級数(24)は収束して(23)をみたす[17]。

なおこの計算から，次の(i)，(ii)が解る。

(i)　価格ベクトルが価値ベクトルに比例する為の必要十分な条件は

(25)　$$\boldsymbol{\Lambda}\left(\frac{V}{C+V}\boldsymbol{N}-\boldsymbol{DL}\right)=\boldsymbol{0}$$

である。但し C, V は，それぞれ森嶋―シートンの意味の総不変資本，総可変資本である。

(ii)　N の，λ の次に絶対値が大きい固有値を λ_1 とした時，$|\lambda_1/\lambda|$ が充分小さければ

(26)　$$\boldsymbol{p}^1=\boldsymbol{\Lambda}+c\boldsymbol{\Lambda}(c\boldsymbol{N}-\boldsymbol{DL})(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{N})^{-1},$$

を $\boldsymbol{p}$ の近似ベクトルとして取れる。但し $c=V/(C+V)$ である。

(7)から複合2部門モデルでは，$\pi_i=c_{i.1}e_1+c_{i.2}e_2+a_iR,\ i=1, 2$ と置ける。記号

$$\boldsymbol{D}_1\boldsymbol{L}_1=\begin{bmatrix}\boldsymbol{D}_{1.1}\boldsymbol{L}_1, \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{D}_{1.2}\boldsymbol{L}_1, \boldsymbol{0}\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{D}_2\boldsymbol{L}_2=\begin{bmatrix}\boldsymbol{0}, \boldsymbol{D}_{2.1}\boldsymbol{L}_2\\ \boldsymbol{0}, \boldsymbol{D}_{2.2}\boldsymbol{L}_2\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{M}_{(c_1)}=\begin{bmatrix}c_{1.1}(\boldsymbol{A}_1+\boldsymbol{D}_{1.1}\boldsymbol{L}_1), c_{2.1}(\boldsymbol{A}_2+\boldsymbol{D}_{2.1}\boldsymbol{L}_2)\\ c_{1.1}(\boldsymbol{B}_1+\boldsymbol{D}_{1.2}\boldsymbol{L}_1), c_{2.1}(\boldsymbol{B}_2+\boldsymbol{D}_{2.2}\boldsymbol{L}_2)\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{M}_{(c_2)}=\begin{bmatrix}c_{1.2}(\boldsymbol{A}_1+\boldsymbol{D}_{1.1}\boldsymbol{L}_1), c_{2.2}(\boldsymbol{A}_2+\boldsymbol{D}_{2.1}\boldsymbol{L}_2)\\ c_{1.2}(\boldsymbol{B}_1+\boldsymbol{D}_{1.2}\boldsymbol{L}_1), c_{2.2}(\boldsymbol{B}_2+\boldsymbol{D}_{2.2}\boldsymbol{L}_2)\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{M}_{(a)}=\begin{bmatrix}a_1(\boldsymbol{A}_1+\boldsymbol{D}_{1.1}\boldsymbol{L}_1), a_2(\boldsymbol{A}_2+\boldsymbol{D}_{2.1}\boldsymbol{L}_2)\\ a_1(\boldsymbol{B}_1+\boldsymbol{D}_{1.2}\boldsymbol{L}_1), a_2(\boldsymbol{B}_2+\boldsymbol{D}_{2.2}\boldsymbol{L}_2)\end{bmatrix},$$

を用いれば

$$\boldsymbol{M}_e=\boldsymbol{M}+e_1\boldsymbol{D}_1\boldsymbol{L}_1+e_2\boldsymbol{D}_2\boldsymbol{L}_2,$$
$$\boldsymbol{M}_\pi=\boldsymbol{M}+e_1\boldsymbol{M}_{(c_1)}+e_2\boldsymbol{M}_{(c_2)}+R\boldsymbol{M}_{(a)},$$

である。この時 $\boldsymbol{p}=(\boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}_2)$ を

(27)　$$\boldsymbol{p}=\sum_{i=0}^{\infty}\sum_{j=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty}e_1{}^ie_2{}^jR^k\boldsymbol{\Lambda}_{i.j.k},$$
$$\boldsymbol{\Lambda}_{0.0.0}=(\boldsymbol{\Lambda}_1, \boldsymbol{\Lambda}_2),$$

と置けば，$\boldsymbol{\Lambda}_{i.j.k}$ は方程式

$$\boldsymbol{\Lambda}_{1.0.0}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{M})=\boldsymbol{\Lambda}(\boldsymbol{M}_{(c_1)}-\boldsymbol{D}_1\boldsymbol{L}_1),$$
$$\boldsymbol{\Lambda}_{0.1.0}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{M})=\boldsymbol{\Lambda}(\boldsymbol{M}_{(c_2)}-\boldsymbol{D}_2\boldsymbol{L}_2),$$
$$\boldsymbol{\Lambda}_{0.0.1}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{M})=\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{M}_{(a)},$$
$$\boldsymbol{\Lambda}_{i.j.k}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{M})=\boldsymbol{\Lambda}_{i-1.j.k}\boldsymbol{M}_{(c_1)}+\boldsymbol{\Lambda}_{i.j-1.k}\boldsymbol{M}_{(c_2)}+\boldsymbol{\Lambda}_{i.j.k-1}\boldsymbol{M}_{(a)},$$

の解として定まり[18]，(27)は収束して(2)をみたす[19]。従って

定理5　$\boldsymbol{M}$ が原始的な複合2部門モデルで[20]，価格ベクトルが価値ベクトルに比例する為の必要十分な条件は

(28)　$$\boldsymbol{\Lambda}(\boldsymbol{M}_{(c_1)}-\boldsymbol{D}_1\boldsymbol{L}_1)=\boldsymbol{\Lambda}(\boldsymbol{M}_{(c_2)}-\boldsymbol{D}_2\boldsymbol{L}_2)=\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{M}_{(a)}=\boldsymbol{0}$$

である。

なお $\boldsymbol{M}_{(c_1)}, \boldsymbol{M}_{(c_2)}, \boldsymbol{M}_{(a)}$ の最大の固有値の次に絶対値の大きい固有値の絶対値が，充分小さければ，$\boldsymbol{p}$ の近似ベクトルとして

(29)　$$\boldsymbol{p}^1=\boldsymbol{\Lambda}+\{e_1\boldsymbol{\Lambda}(\boldsymbol{M}_{(c_1)}-\boldsymbol{D}_1\boldsymbol{L}_1)+e_2\boldsymbol{\Lambda}(\boldsymbol{M}_{(c_2)}-\boldsymbol{D}_2\boldsymbol{L}_2)+R\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{M}_{(a)}\}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{M})^{-1},$$

---

15)　$\boldsymbol{X}$ の行列式を $|\boldsymbol{X}|$ と書けば，e は方程式 $|\boldsymbol{I}-(\boldsymbol{N}+e\boldsymbol{DL})|=0$ で定まるが，以下では変数と見る。

16)　(23)，(24)から $\boldsymbol{\Lambda}_0+\sum_{k=1}^{\infty}e^k\boldsymbol{\Lambda}_k=(1+ce)\left(\boldsymbol{\Lambda}_0+\sum_{k=1}^{\infty}e^k\boldsymbol{\Lambda}_k\right)\boldsymbol{N}$ だから

$$\boldsymbol{\Lambda}_0-\boldsymbol{\Lambda}_0\boldsymbol{N}+\sum_{k=1}^{\infty}e^k(\boldsymbol{\Lambda}_k-\boldsymbol{\Lambda}_k\boldsymbol{N}-c\boldsymbol{\Lambda}_{k-1}\boldsymbol{N})=\boldsymbol{0}$$

となり，e は変数と見ているから $\boldsymbol{\Lambda}_0=\boldsymbol{\Lambda}$ と(22)により，$\boldsymbol{\Lambda}_k, k\geqq 1$，は方程式

$$\boldsymbol{\Lambda}_1-\boldsymbol{\Lambda}_1\boldsymbol{N}=c\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{N}-\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{DL},$$
$$\boldsymbol{\Lambda}_k-\boldsymbol{\Lambda}_k\boldsymbol{N}=c\boldsymbol{\Lambda}_{k-1}\boldsymbol{N},\quad k\geqq 2,$$

の解となり，$e>0$ なら1は $\boldsymbol{N}$ の固有値でないからこの形を得る。

17)　行列の級数 $\sum x^k\{\boldsymbol{N}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{N})^{-1}\}^k$ の収束半径は $|x|<\pi=ec$ だが，$\boldsymbol{y}$ を $(1+\pi)\boldsymbol{N}_y=\boldsymbol{y}$ となる正のベクトルとし，$\boldsymbol{Q}$ を，$\boldsymbol{N}$ のフロベニウス根を λ として $\boldsymbol{QNQ}^{-1}=\begin{bmatrix}\lambda & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & *\end{bmatrix}$ となる正則行列とすれば，$\boldsymbol{Qy}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\eta}\\ \boldsymbol{0}\end{bmatrix}$ となるから，$\boldsymbol{\Lambda}(c\boldsymbol{N}-\boldsymbol{DL})\boldsymbol{y}=\boldsymbol{0}$ により

$$\boldsymbol{\Lambda}(c\boldsymbol{N}-\boldsymbol{DL})\boldsymbol{Q}^{-1}\boldsymbol{QN}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{N})^{-1}\boldsymbol{Q}^{-1}=(0, *)$$

となって収束が解る。

18)　16)と同じ計算をすれば良い。

19)　$\boldsymbol{\Lambda}_{i.j.k}=\boldsymbol{\Lambda}_{1.0.0}\boldsymbol{M}_{1.i-1.j.k}+\boldsymbol{\Lambda}_{0.1.0}\boldsymbol{M}_{2.i.j-1.k}+\boldsymbol{\Lambda}_{0.0.1}\boldsymbol{M}_{3.i.j.k-1}$ と置けば，$\boldsymbol{M}_{\gamma.i.j.k},\ \gamma=1, 2, 3$ は 3^{i+j+k} 項の $\boldsymbol{M}_{(c_1)}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{M})^{-1}, \alpha=1, 2$，及び $\boldsymbol{M}_{(a)}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{M})^{-1}$ の多項式だから，行列の級数 $\sum x^iy^jz^k\boldsymbol{M}_{\gamma.i.j.k},\ \gamma=1, 2, 3$，は1が $\boldsymbol{M}_\pi$ のフロベニウス根となる事により，$|x|<e_1$，$|y|<e_2$，$|z|<R$ で収束する。そして $\boldsymbol{M}_\pi\boldsymbol{y}=\boldsymbol{y}$ なら

$$\boldsymbol{\Lambda}\{e_1(\boldsymbol{M}_{(c_1)}-\boldsymbol{D}_1\boldsymbol{L}_1)+e_2(\boldsymbol{M}_{(c_2)}-\boldsymbol{D}_2\boldsymbol{L}_2)+R\boldsymbol{M}_{(a)}\}\boldsymbol{y}=\boldsymbol{0},$$

だから 17)と同じ理由で収束が解る。

20)　$\boldsymbol{M}$ が原始的でなければ $\boldsymbol{\Lambda}, \boldsymbol{p}$ が一意的に定まるとは限らないが，$\boldsymbol{p}$ は e_1, e_2, R の分数巾で展開される([8]参照)。

が取れる[21]。

§7 不等価交換

この§では，第1部門と第2部門の間の等価格交換が，価値で測って第2部門に有利な，不等価交換になる場合を問題にする。

マルクスの転化手続きで定まる，第1部門第 i 財1単位等の n 番目の価格を $p_{1.i.n}$ 等と書き

(30) $p_{1.i.n}=\gamma_{i.n}\lambda_{1.i},\ \ p_{2.j.n}=\delta_{j.n}\lambda_{2.j}$

と置く。また n 番目の価格で測った，第1部門第 i 財1単位の第1部門からの不変資本等を $C_{1.i.1.n}$ 等で表わし

$$C_{1.i.1.n}=\varphi_{i.1.n}C_{1.i.1},\quad C_{1.i.2.n}=\varphi_{i.2.n}C_{1.i.2},$$
$$V_{1.i.1.n}=\xi_{i.1.n}V_{1.i.1},\quad V_{1.i.2.n}=\xi_{i.2.n}V_{1.i.2},$$
$$C_{2.j.1.n}=\psi_{j.1.n}C_{2.j.1},\quad C_{2.j.2.n}=\psi_{j.2.n}C_{2.j.2},$$
$$V_{2.j.1.n}=\eta_{j.1.n}V_{2.j.1},\quad V_{2.j.2.n}=\eta_{j.2.n}V_{2.j.2},$$

と置く。また各財毎の価値構成を

$$\frac{C_{1.i.1}}{V_{1.i}}=k_{1.i.1},\quad \frac{C_{1.i.2}}{V_{1.i}}=k_{1.i.2},\quad \frac{V_{1.i.1}}{V_{1.i}}=\alpha_i,$$
$$\frac{C_{2.j.1}}{V_{2.j}}=k_{2.j.1},\quad \frac{C_{2.j.2}}{V_{2.j}}=k_{2.j.2},\quad \frac{V_{2.j.1}}{V_{2.j}}=\beta_j,$$
$$k_{1.i}=k_{1.i.1}+k_{1.i.2},\quad k_{2.j}=k_{2.j.1}+k_{2.j.2},$$

と置く。この時

補題8 (i) $\pi_2\geqq\pi_1$, $e_2\leqq e_1$ かつ $k_{2.j}\geqq k_{1.i}$ であれば，$\delta_{j.1}\geqq\gamma_{i.1}$ である[22]。

(ii)，(i)の仮定の他に，不等式

$(31)_1$ $\max(\varphi_{i.1.n},\varphi_{i.2.n})\leqq\min(\psi_{j.1.n},\psi_{j.2.n})$,

$(31)_2$ $\xi_{i.1.n}\leqq\xi_{i.2.n},\ \ \alpha_i\leqq\beta_j$,

$(31)_3$ $\xi_{i.1.n}\leqq\eta_{j.1.n},\ \ \xi_{i.2.n}\leqq\eta_{j.2.n}$,

が成立すれば，$\delta_{j.n}\geqq\gamma_{i.n}$ である[23]。

(iii) 資本財については，$k_{1.i.1}, k_{1.i.2}, \alpha_i$ は i に無関係，$k_{2.j.1}, k_{2.j.2}, \beta_j$ は j に無関係なら，資本財については，$\gamma_{i.n}, \delta_{j.n}$ は i, j に無関係である[24]。

(ii)の仮定は，十分条件であって必要条件ではない。仮定$(31)_2$, $(31)_3$ は労働の再生産ベクトルについての仮定

(32) $\boldsymbol{D}_{2.1}=\rho\boldsymbol{D}_{1.1},\ \ \boldsymbol{D}_{2.2}=\rho\boldsymbol{D}_{1.2}+\mathcal{D}_2$

(註[2]参照)を認めれば自然だが，仮定$(31)_1$，特に $\varphi_{i.1.n}\leqq\psi_{j.1.n}$ は，両部門間の等価格交換が価値で測って第2部門に有利な不等価交換になるとすれば不自然であり，またこの場合，$k_{1.i.2}/k_{1.i}\leqq k_{2.j.2}/k_{2.j}$ を仮定しても，$\gamma_{i.n}\leqq\delta_{j.n}$ となるが，この仮定は $\pi_1\leqq\pi_2$ に反する。従って(i)の仮定のもとに，両部門間の等価格交換が，価値で測って第2部門に有利な不等価交換になるとすれば，定量的な結論は出せないが，不等式$(31)_2$, $(31)_3$ の影響が大きい，あるいは(32)で $\mathcal{D}_2$ が充分大きい，と考えられる。

以上まとめて

定理6 $\pi_2\geqq\pi_1$, $e_2\leqq e_1$, かつ $k_{2.j}\geqq k_{1.i}$ であり，$\mathcal{D}_2$ が充分大きければ，第1部門と第2部門間の等価格交換は，価値で測って部2部門に有利な不等価交換になる。

なお $\mathcal{D}_2$ の成分は，第2部門で生産され第1部門とは交換されない賃金財，奢侈財だから，広義の情報産業，特に教育を想定するのが適切であると，筆者は考えている。

---

21) この§の議論では，e_1, e_2, R を変数と見ているが，$\boldsymbol{M}, \boldsymbol{D}_1\boldsymbol{L}_1, \boldsymbol{D}_2\boldsymbol{L}_2$ を定めればこれらは定まる。例えば e_1, e_2 は方程式 $|\boldsymbol{I}-(\boldsymbol{M}+e_1\boldsymbol{D}_1\boldsymbol{L}_1+e_2\boldsymbol{D}_2\boldsymbol{L}_2)|=0$ で定まる代数曲線の上を動き，π_1, π_2 は $|\boldsymbol{I}-\boldsymbol{M}_\pi|=0$ で定まる代数曲線の上を動く。ここで e_2, π_2 を固定すれば(7)から，e_1, π_1, R が定まる。但しこの時 $R\geqq0$ とは限らない。

22) $p_{1.i.1}=(1+\pi_1)(C_{1.i.1}+C_{1.i.2}+V_{1.i.1}+V_{1.i.2})=(1+\pi_1)V_{1.i}(1+k_{1.i})$, $p_{2.j.1}=(1+\pi_2)(C_{2.j.1}+C_{2.j.2}+V_{2.j.1}+V_{2.j.2})=(1+\pi_2)V_{2.j}(1+k_{2.j})$ であり

$\lambda_{1.i}=V_{1.i}(1+e_1+k_{1.i})$, $\lambda_{2.j}=V_{2.j}(1+e_2+k_{2.j})$,

だから

$$\gamma_{i.1}=\frac{(1+\pi_1)(1+k_{1.i})}{1+e_1+k_{1.i}},\ \delta_{j.1}=\frac{(1+\pi_2)(1+k_{2.j})}{1+e_2+k_{2.j}},$$

となって(i)を得る([9]参照)。

23) $\gamma_{i.n}\lambda_{1.i}=p_{1.i.n}=(1+\pi_1)(C_{1.i.1.n-1}+C_{1.i.2.n-1}+V_{1.i.1.n-1}+V_{1.i.2.n-1})=(1+\pi_1)V_{1.i}\{\varphi_{i.1.n}k_{1.i.1}+\varphi_{i.2.n}k_{1.i.2}+\xi_{i.1.n}\alpha_i+\xi_{i.2.n}(1-\alpha_i)\}$, $\delta_{j.n}\lambda_{2.j}=p_{2.j.n}=(1+\pi_2)(C_{2.j.1.n-1}+C_{2.j.2.n-1}+V_{2.j.1.n-1}+V_{2.j.2.n-1})=(1+\pi_2)V_{2.j}\{\psi_{j.1.n}k_{2.j.1}+\psi_{j.2.n}k_{2.j.2}+\eta_{j.1.n}\beta_j+\eta_{j.2.n}(1-\beta_j)\}$ だから

$$\gamma_{i.n}=\frac{(1+\pi_1)\{\varphi_{i.1.n}k_{1.i.1}+\varphi_{i.2.n}k_{1.i.2}+\xi_{i.1.n}\alpha_i+\xi_{i.2.n}(1-\alpha_i)\}}{1+e_1+k_{1.i}},$$

$$\delta_{j.n}=\frac{(1+\pi_2)\{\psi_{j.1.n}k_{2.j.1}+\psi_{j.2.n}k_{2.j.2}+\eta_{j.1.n}\beta_j+\eta_{j.2.n}(1-\beta_j)\}}{1+e_2+k_{2.j}},$$

となる事による。

24) 上記 $\gamma_{i.n}, \delta_{j.n}$ の形による。

次に，不等価交換の原因として両部門間の賃金率格差を重視する[5]の主張を，複合2部門モデルで検証する。その為に，両部門共補題8，(iii)の仮定をみたすとし

$$p_{1.i.w}=\frac{p_{1.i}}{w_1},\quad p_{2.j.w}=\frac{p_{2.j}}{w_1},\quad d=\frac{w_2}{w_1},$$

$$p_{1.i.w}=\gamma_i\lambda_{1.i},\quad p_{2.j.w}=\delta_j\lambda_{2.j},$$

$$l_{1.i}=V_{2.j}+S_{1.i}=(1+e_1)\,V_{1.i},$$

$$l_{2.j}=V_{2.j}+S_{2.j}=(1+e_2)\,V_{2.j},$$

と置く。但し $p_{1.i}$ 等は，第1部門第 i 財1単位等の価格である。仮定から，資本財については，$\gamma_i=\gamma, \delta_j=\delta, l_{1.i}=l_1, l_{2.j}=l_2, \lambda_{1.i}=\lambda_1, \lambda_{2.j}=\lambda_2$ と置き，また $C_{1.i.1}$ 等を $C_{1.1}{}^0$ 等と書く。この時

補題9　(i)　$C_{1.2}{}^0=0$ であり，不等式

(33)　　$l_1>\pi_1 C_{1.1}{}^0,\quad C_{2.1}{}^0+l_2>\pi_2 C_{2.2}{}^0.$

であれば[25]，d が大きい時 $\delta>\gamma$ となる[26]。

(ii)　賃金財及び奢侈財については，$\boldsymbol{B}_1=\boldsymbol{0}$ であれば，d が充分大きい時 $\delta_j>\gamma_i$ となる[27]。

補題9から，複合2部門モデルでエマニュエルの主張が成立する事を示す次の定理7が得られる。

定理7　第1部門と第2部門の間が垂直分業で，両部門共資本財の価値構成が，それぞれの部門内で一定であれば，第1部門と第2部門との間の賃金率格差が充分大きい時，第1部門と第2部門との間の等価格交換は，価値で測って第2部門に有利な，不等価交換になる。

定理3と定理7は，共に両部門間の垂直分業が仮定され，更に定理3では R が充分大きい事が，定理7では d が充分大きい事が仮定されている。この後の仮定の間の関係は次の補題10で与えられる。

補題10　労働の再生産ベクトルについて(32)を仮定し，更に次の(i)，(ii)のいずれかが成立すれば，R が充分大きい時 d も充分大きくなる。

(i)　摂動級数(27)で，すべての i,j,k について，$\boldsymbol{\Lambda}_{i.j.k}\geqq\boldsymbol{0}$ である。

(ii)　(29)で与えられる $\boldsymbol{p}^1$ は，$\boldsymbol{p}$ の近似ベクトルである。

証明　仮定から $w_2=\rho w_1+\boldsymbol{p}_2\mathscr{D}_2$ だから，R が充分大きければ，$\boldsymbol{p}_2$ の成分が $\boldsymbol{p}_1$ の成分より充分大きくなる事を示せば補題が得られる。

最初に(i)を仮定し

$$\boldsymbol{\Lambda}_{i.j.k.0}=(\boldsymbol{\Lambda}_{i-1.j.k}\boldsymbol{M}_{(c_1)}+\boldsymbol{\Lambda}_{i.j-1.k}\boldsymbol{M}_{(c_2)})(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{M})^{-1}$$

$$\boldsymbol{\Lambda}_{i.j.k}=(\boldsymbol{\Lambda}_{i.j.k}{}^1, \boldsymbol{\Lambda}_{i.j.k}{}^2),$$

$$\boldsymbol{\Lambda}_{i.j.k.0}=(\boldsymbol{\Lambda}_{i.j.k.0}{}^1, \boldsymbol{\Lambda}_{i.j.k.0}{}^2),$$

と置けば

$$\boldsymbol{\Lambda}_{i.j.k}{}^1=\boldsymbol{\Lambda}_{i.j.k.0}{}^1+a_1R\{\boldsymbol{\Lambda}_{i.j.k-1}{}^1(\boldsymbol{A}_1+\boldsymbol{D}_{1.1}\boldsymbol{L}_1)+\boldsymbol{\Lambda}_{i.j.k-1}{}^2(\boldsymbol{B}_1+\boldsymbol{D}_{1.2}\boldsymbol{L}_1\}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{M})^{-1},$$

$$\boldsymbol{\Lambda}_{i.j.k}{}^2=\boldsymbol{\Lambda}_{i.j.k.0}{}^2+a_2R\{\boldsymbol{\Lambda}_{i.j.k-1}{}^1(\boldsymbol{A}_2+\boldsymbol{D}_{2.1}\boldsymbol{L}_2)+\boldsymbol{\Lambda}_{i.j.k-1}{}^2(\boldsymbol{B}_2+\boldsymbol{D}_{2.2}\boldsymbol{L}_2)\}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{M})^{-1},$$

であり，$e_1>0,\ e_2>0$ から $(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{M})^{-1}>0$，また $R>0$ から(7)により $a_1<0, a_2>0$ だから補題が成立する。

(ii)を仮定した場合の証明は，$\boldsymbol{\Lambda}>\boldsymbol{0}$ に注意すれば同様にして得られる。

補題10により，副次的と思われる仮定を省略すれば，定理3と定理7は次の形にまとめられる。

定理8　第1部門と第2部門の間が垂直分業で，第2部門の労働の再生産ベクトルは，第1部門の労働の再生産ベクトルと，第1部門と交換されな

---

25)　$R>0$ の時，資本財について $k_{1.i.1}\leqq k_{1.1}$ となれば，$l_1>\pi_1 C_{1.1}{}^0$ となる。

26)　$\gamma\lambda_1=(1+\pi_1)(\gamma C_{1.1}{}^0+\delta C_{1.2}{}^0+l_1),$

$\delta\lambda_2=(1+\pi_2)(\gamma C_{2.1}{}^0+\delta C_{2.2}{}^0+l_2),$

であり，$\lambda_1=C_{1.1}{}^0+C_{1.2}{}^0+l_1,\ \lambda_2=C_{2.1}{}^0+C_{2.2}{}^0+l_2$ だから，仮定

$$(C_{1.2}{}^0+l_1-\pi_1C_{1.1}{}^0)(C_{2.1}{}^0+l_2-\pi_2C_{2.2}{}^0)-(1+\pi_1)(1+\pi_2)\,C_{1.2}{}^0C_{2.1}{}^0\neq 0,$$

のもとに

$$\gamma=\frac{(1+\pi_1)\{dl_2(1+\pi_2)\,C_{1.2}{}^0+l_1(C_{2.1}{}^0+l_2-\pi_2C_{2.2}{}^0)\}}{(C_{1.2}{}^0+l_1-\pi_1C_{1.1}{}^0)(C_{2.1}{}^0+l_2-\pi_2C_{2.2}{}^0)-(1+\pi_1)(1+\pi_2)\,C_{1.2}{}^0C_{2.1}{}^0},$$

$$\delta=\frac{(1+\pi_2)\{dl_2(C_{1.2}{}^0+l_1-\pi_1C_{1.1}{}^0)+(1+\pi_1)\,C_{2.1}{}^0l_1\}}{(C_{1.2}{}^0+l_1-\pi_1C_{1.1}{}^0)(C_{2.1}{}^0+l_2-\pi_2C_{2.2}{}^0)-(1+\pi_1)(1+\pi_2)\,C_{1.2}{}^0C_{2.1}{}^0},$$

となる事による。

27)　$\gamma_i\lambda_{1.i}=(1+\pi_1)(\gamma C_{1.i.1}+\delta C_{1.i.2}+l_i),$

$\delta_j\lambda_{2.j}=(1+\pi_2)(\gamma C_{2.j.1}+\delta C_{2.j.2}+dl_j),$

だから，価値構成を用いて

$$\gamma_i=\frac{(1+\pi_1)(\gamma k_{1.i.1}+\delta k_{1.i.2}+1+e_1)}{1+e_1+k_{1.i}},$$

$$\delta_j=\frac{(1+\pi_2)\{\gamma k_{2.j.1}+\delta k_{2.j.2}+d\,(1+e_2)\}}{1+e_2+k_{2.j}},$$

となる事による。

い第2部門の賃金財，奢侈財を成分とするベクトルの和となっている複合2部門モデルでは，Rが充分大きい時エマニュエルの主張が成立し，資本家が利潤率極大の原則に従って行動し，第2部門が第1部門より強い時，アミンの主張する再生産構造になる傾向を持つ。

定理8により複合2部門モデルの中で，$\boldsymbol{B}_1=\boldsymbol{0}$となるモデルが特に重要である。この場合，価値一価格決定方程式は$\boldsymbol{B}_2=\boldsymbol{B}$として

$$\boldsymbol{\Lambda}_1=\boldsymbol{\Lambda}_1\boldsymbol{A}_1+\boldsymbol{L}_1,$$
$$\boldsymbol{\Lambda}_2=\boldsymbol{\Lambda}_1\boldsymbol{A}_2+\boldsymbol{\Lambda}_2\boldsymbol{B}+\boldsymbol{L}_2,$$
$$\boldsymbol{p}_1=(1+\pi_1)(\boldsymbol{p}_1\boldsymbol{A}_1+w_1\boldsymbol{L}_1),$$
$$\boldsymbol{p}_2=(1+\pi_2)(\boldsymbol{p}_1\boldsymbol{A}_1+\boldsymbol{p}_2\boldsymbol{B}+w_2\boldsymbol{L}_2),$$

と，やや簡単な形になる。しかし労働の再生産ベクトルについての仮定に注意すれば，第2部門は，資本財生産部門と賃金財・奢侈財生産部門からなる2部門モデルと考えるよりも，資本財生産部門，第1部門と交換される賃金財・奢侈財の生産部門，及び第1部門と交換されない賃金財・奢侈財の生産部門からなる，3部門モデルと考えた方が(複合2部門モデルという名前は適切でなくなるが)，より適切になる。

(信州大学理学部数学教室)

文　　献

[1] Amin, S.: *L'accumulation a l'échelle mondiale*, Paris, 1970(野口祐(他)訳『世界的規模における資本蓄積』第I分冊『世界資本蓄積論』東京，1979)。

[1]′ Amin, S.: "Self-Reliance and the New International Economic Order," *Monthly Review*, 29 (1977)(森谷文昭訳「自力更生と新国際経済秩序」『展望』228(1977)，なお同誌の武藤一羊氏による解説も参照)。

[2] Baran, P.: *The Political Economy of Growth*, New York, 1957(浅野栄一，高須賀義博訳『成長の経済学』東京，1960)。

[3] Baran, P. & Sweezy, P. M.: *Monopoly Capital*, New York, 1966(小原敬士訳『独占資本』東京，1967)。

[4] Desai, M.: *Marxian Economic Theory*, Chap. VIII～XII, London, 1974(伊藤誠訳『価格と価値：転形問題』論争・転形問題，XII，東京，1978)。

[5] Emmanuel, A.: *L'échanqe ineqal*, Paris, 1969.

[5]′ 花崎皋平「アルジリ・エマニュエル『不等価交換』」『連帯』4(1973)，(なお同誌の他の論文も参照)。

[6] Fischer, D.: "Externalities and Interdependence in a von Neumann Growth Model," *Mathematical Economics and Game Theory*, Berlin, 1977.

[7] Frank, A. G.: 大崎正治，前田幸一，中尾久訳編『世界資本主義と低開発』東京，1976。

[8] Kato, T.: *Perturbation Theory for Linear Operators*, Berlin, 1966.

[9] Morishima, M.: *Marx's Economics*, London, 1973(高須賀義博訳『マルクスの経済学』東京，1974)。

[10] Morishima, M.: "Marx in the Light of Modern Economic Theory," *Econometrica*, 42(1974)。

[11] 二階堂副包『現代経済学の数学的方法』東京，1960。

[12] 置塩信雄『マルクス経済学』東京，1977。

[13] Sohn, I.: "Some Variations on the Mardon Model," *Mathematical Economics and Game Theory*, Berlin, 1977.

[14] 湯浅赳男『第三世界の経済構造』東京，1976。