# 経 済 研 究

第29巻　第1号

Jan. 1978　　Vol. 29　No. 1

特集　経済計測の諸問題


## 消費者物価指数理論の展望*


時子山　和　彦


### 1 は じ め に

近年，消費者物価指数あるいはより広く一般に価格指数理論に対する関心が復活しつつあるように思われる。この分野での雑誌論文が増加しつつあるばかりでなく，この数年に限定しても，それらを集成したモノグラフの発刊が二，三にとどまらない。たとえば，Afriat [9], Allen [10], Banerjee [17], Eichhorn and Voeller [27] などをあげることができよう。また，一昨1976年には Karlsruhe 大学で指数理論に関するシンポジウムが開かれている。

指数理論とりわけ消費者物価指数理論は，かつて多くの理論経済学者の関心を集めた分野であった。しかし，1930年代頃までに消費者物価指数理論に関する基本的な考え方，すなわちのちに述べる理論生計費指数の概念が確立されたのち，理論家の関心は一部の例外を除いて他に向い，近年に至るまでこの問題が集中的に研究されることはなかった。近年，現代的装いをもって関心が復活するに伴い，かつて確立されていた諸定理の再発見と拡張，未解決のまま残された問題の解決，新たな問題の提起と解決など，いくたの注目すべき知見が得られた。本稿の目的はこれらの理論的成果[1]を展望することにある。

関心の復活の理由はいくつか考えられる。第1の理由は純粋に理論的なもので，効用関数あるいはより広く選好関係に関する研究が集積される過程で，それらの成果のひとつとしてもしくはそれらの応用として指数理論が現われたという側面がある。第2に，これも理論的理由であるが，資本の測定や技術進歩の計測に関連して展開された集計理論が，物価指数理論にも適用されたという側面を指摘できる。これとの関連で重要なのは Divisia 指数の再評価であろう。そして第3に，やや実際的な理由として，消費者物価指数の利用法の微妙な変化があると思われる。政策効果達成の指標として，あるいはまた，経済の現状判断の


＊　本稿は，第14回六甲計量経済学研究会議に提出された論文に，加筆・修正を加えたものである。同会議の席上，有益な示唆を与えられた斎藤光雄教授，内田光穂氏に感謝の意を表する。


1)　本稿では消費者物価指数理論を主たる展望の対象とし，指数理論一般についてはそれが消費者物価指数理論と密接な関連を有する場合にのみ言及する。また価格体系の時点間比較に焦点を合せ，地域間比較はとり上げない。時点間比較と地域間比較は基本的接近法に関しては共通するものを含むが，諸種の困難性は後者において一層はなはだしいであろう。

指針としての消費者物価指数の役割は，従来から十分に認識されてきたが，近年更により積極的に政策手段の一部として利用されようとしている。たとえば，賃金上昇率を消費者物価指数上昇率の限度内に抑える所得政策を実施したり，あるいは，インフレーションの影響を中立化するための手段として行われる社会保障や年金のインデクセーションの指標に，消費者物価指数の利用が法制化される場合が見られる。このような利用法に適切な消費者物価指数はどのようにあるべきかが，改めて問われているのである。

現行の消費者物価指数は，その歴史的経緯からみて，個別価格の変動を1つのスカラー量の変化にいかに集約するかという立場から構成され，各種の指数算式の理論づけも，もっぱらその立場から行われている。たとえば，日本の現行の消費者物価指数の基本目的は，個別価格の変動に伴う消費活動の費用変化を計測することにあるとされる。指数算式にはラスパイレス方式が採用され，基準年とウェイトは原則として5年毎に改訂される。諸外国の例をみても，基準年改訂の頻度，あるいは英国にみられる連鎖指数算式の採用など，多少の差異はあるものの，大枠においては日本の現行方式と大差なしとしてよいだろう。これまで提唱された指数算式は枚挙にいとまないにもかかわらず，現実に利用されている算式がラスパイレス指数にほぼ限定されている主たる理由は，データ収集の便宜性をも含めた計算の容易性という技術的なものであろう。しかし，近年のコンピューターの進歩，資料の整備は，もし真にすぐれた指数算式があれば，その利用を必ずしも不可能でなくしている。理論的成果の展望により，現行消費者物価指数の意味とその限界，そして改善の方向を探ることが重要となる所以である。

## 2 物価指数理論の類型

われわれにはデータとして，時点 $t$ の財 $i$ の価格 $p_{it}$, 消費量 $x_{it}(i=1, \cdots, n, t=0, 1, \cdots, T)$ が与えられている。記号の簡略化のため，$\boldsymbol{p}_t=(p_{1t}\cdots p_{nt})$, $\boldsymbol{x}_t=(x_{1t}\cdots x_{nt})$, $\boldsymbol{P}'=(\boldsymbol{p}_0'\cdots\boldsymbol{p}_T')$, $\boldsymbol{X}'=(\boldsymbol{x}_0'\cdots\boldsymbol{x}_T')$ とおく。指数問題とは，価格行列 $\boldsymbol{P}$ と消費行列 $\boldsymbol{X}$ の含む情報を2つのベクトル，すなわち，消費者物価指数ベクトル $\boldsymbol{\pi}'=(\pi_0\cdots\pi_T)$, 数量ベクトル $\boldsymbol{\xi}'=(\xi_0\cdots\xi_T)$ にいかに集約すべきかということに他ならない。形式的にみれば，$(\boldsymbol{P}, \boldsymbol{X},)$ を $(\boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\xi})$ に写す写像の中で，なんらかの意味でインフォメーション・ロスのもっとも少ないものが優れた指数ということになる。

この写像は，$2n(T+1)$ 次元空間から $2(T+1)$ 次元空間への写像だから，インフォメーション・ロスは本質的に避けがたいが，この点に関して少なくとも2つの考え方が成り立ちうる。第1の立場は，$(\boldsymbol{P}, \boldsymbol{X})$ に含まれる情報には当面の目的にとって relevant なものとそうでないものがあり，集約を要するのは前者であって後者が脱落するのは構わないとするものである。第2の立場は，$(\boldsymbol{P}, \boldsymbol{X})$ の各要素の間には合理的な経済行動に基因して自ら一定の制約があり，自由度はそれほど大きくない。従って，$(\boldsymbol{P}, \boldsymbol{X})$ の含む情報は一見したほど多量でなく，かなりの程度まで $(\boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\xi})$ として集約しうるはずだというものである。

第1の立場は，$(\boldsymbol{P}, \boldsymbol{X})$ に統計的処理をほどこすことを通じて当面の目的に relevant な情報をできるかぎり吸収しようとするものだから，統計的接近法といえる。これに対し後者は，経済理論の教える先験的情報を可能なかぎり活用しようというものだから，経済理論的接近法といってよい。

以上の2つに対し，古典的な第3の接近法がある。それは，個別価格のもつ性質を物価指数も同時に具えるべきことを要求する観点から，形式論的に指数算式をスクリーニングする立場である。

## 3 統計的接近法

**3.1** この接近法では，$t$ 期の財 $i$ の価格 $p_{it}$ を決定する要因は，すべての財に共通の要因と各財に固有の要因に分解しうると考え，さし当って関心のあるのは，この共通要因だけであるとする。共通要因を $\pi_t$, 固有要因を $\varepsilon_{it}$ とすれば，

$$p_{it}=a_i\pi_t+\varepsilon_{it} \tag{1}$$

あるいはより簡潔に

$$\boldsymbol{P}=\boldsymbol{\pi a}+\boldsymbol{E} \tag{2}$$

と書ける。ただし，$\boldsymbol{a}=(a_1\cdots a_n)$, $\boldsymbol{E}'=(\varepsilon_{it})$ である。

統計的接近法のアイディアは，行列 $\boldsymbol{P}$ の含む情報を，できるかぎり共通要因を表わす行列 $\boldsymbol{\pi a}$ に集約することである。そのために適当な距離を定義して，その距離のもとに行列 $\boldsymbol{E}$ の長さを最小にするようにベクトル $\boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{a}$ を選ぶ。Theil [76] は，$\boldsymbol{E}$ の長さを

$$\|\boldsymbol{E}\| = \mathrm{tr}\,(\boldsymbol{E}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X}\boldsymbol{E}) = \sum_t \boldsymbol{e}_t\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X}\boldsymbol{e}_t' \tag{3}$$

で定義するとき，$\boldsymbol{P}$ の線型関数，すなわち

$$\boldsymbol{\pi} = \boldsymbol{P}\boldsymbol{\alpha} \tag{4}$$

として与えられる物価指数ベクトル $\boldsymbol{\pi}$ の中で $\|\boldsymbol{E}\|$ を最小にするのは，$\boldsymbol{PX'XP'}$ の最大固有根に属する固有ベクトルであることを示し，これを最良線型指数と呼んだ。ただし，$\boldsymbol{e}_t = (\varepsilon_{1t} \cdots \varepsilon_{nt})$ である。$\boldsymbol{P}$ の含む情報のうち $\boldsymbol{\pi}$ に吸収される割合は $\lambda_{\max}/\sum \lambda_i$ で与えられる。$\lambda_i$ は $\boldsymbol{PX'XP'}$ の固有根，$\lambda_{\max}$ はその最大固有根を示す。(3)にみるように，Theil の採用したこの距離は，消費量をウェイトにした加重和を示すから自然なものである。

価格指数と全く同様に，物量指数を定義できる。

**3.2** Theil の最良線型指数は，原データによる交差金額行列 $\boldsymbol{PX'}$ と，指数による交差金額行列 $\boldsymbol{\pi\xi'}$ の差を最小にするという考え方から導くこともできる (Kloek and de Wit [47])。$\boldsymbol{PX'}$ の対角要素は取引金額，$\boldsymbol{\pi\xi'}$ の対角要素は価格指数と物量指数の積を表わすが，この両者は必ずしも一致しない。すなわち，最良線型指数はのちに述べるフィッシャーの要素転逆テストを弱い意味でも満さない。実際，Kloek と de Wit は最良線型指数が上方に偏りをもちやすいこと，すなわち $\boldsymbol{\pi}_t\boldsymbol{\xi}_t > \boldsymbol{p}_t\boldsymbol{x}_t'$ となりやすいことを実証的に見ている。

彼等は平均的に要素転逆テストを満すものとして，$\|\boldsymbol{PX'} - \boldsymbol{\pi\xi'}\|$ を条件 $\mathrm{tr}(\boldsymbol{PX'} - \boldsymbol{\pi\xi'}) = 0$ のもとに最小にする $\boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\xi}$ を提唱し，これを最良線型不偏指数とよんだ。この指数では，個々の時点では要素転逆テストを満さないが，差の総和がゼロという意味で，平均的不偏性が得られ，同時に情報の集約度の低下を回避している。

**3.3** この種の指数[2)]の特徴の第1は，指数作成において，のちの経済理論的接近法にみられる厚生的配慮を全く加えない機械的方法であることである。そして第2に，ある特定期の指数算定に全期間にわたる観測値が影響を与えることである。従って，観測値が加わるたびに，過去すべての時点に遡って，指数修正が行われる。この種の指数はエコノメトリック・リサーチの分野でこそ利用に考慮の余地がありうるが，インデクセーションの指標などに用いるのは困難であろう。今期の指数に過去の影響が強く残るという意味で現実への即応性を欠く一方で，指数と連動して契約が過去に遡って更改されることになるが，現実問題としてこれは困難であるし，契約の安定性からみて適切であるとも思われないからである。

2) Pfouts [59] にもこれと類似の指数がとりあげられている。

## 4 経済理論的接近法

**4.1** 統計的接近法では，観測データを生み出した背後の構造に，経済的モデルをなんら予想していない。したがって，価格 $\boldsymbol{P}$ と数量 $\boldsymbol{X}$ の間には，なにか特定の関係があるということもない。つまり$(\boldsymbol{P}, \boldsymbol{X})$は $2n(T+1)$の自由度をもっている。しかし，これらの観測値が特定の消費行動の結果であるなら $\boldsymbol{P}$ と $\boldsymbol{X}$ との間になにがしかの制約があってしかるべきである。$\boldsymbol{P}, \boldsymbol{X}$ のとりうる値に，このように限定があるなら，指数算式はそのような範囲の $\boldsymbol{P}, \boldsymbol{X}$ に対してのみ有効に機能すれば十分であろう。合理的消費者行動を想定した上で構成される理論生計費指数は，この立場からの接近である。

代表的個人として所与の所得のもとに効用最大化をはかる合理的消費者を想定し，その効用関数を $U$ とする。価格 $\boldsymbol{p}$, 所得 $y$ のもとで，この消費者は消費量 $\boldsymbol{x}$ を選択し，効用 $u$ を実現したとする。すなわち，

$$u = U(\boldsymbol{x}(\boldsymbol{p}, y)) \equiv V(\boldsymbol{p}, y) \tag{5}$$

は間接効用関数，$y = \boldsymbol{px}'$ は効用水準 $u$ を実現する最小費用となっている。この最小費用を価格 $\boldsymbol{p}$, 効用水準 $u$ の関数とみて

$$m(\boldsymbol{p}\,; u) = \boldsymbol{px}' = \min_{\boldsymbol{z} \in Z} \boldsymbol{pz}' \tag{6}$$

を支出関数とよぶ。ただし，$Z = \{\boldsymbol{z} | u \leqq U(\boldsymbol{z})\}$ である。

$t$ 時点の価格が $\boldsymbol{p}_t$, $s$ 時点のそれが $\boldsymbol{p}_s$ であると

き，消費者物価指数はこの支出関数の比として定義される。すなわち

$$\pi_{ts}=\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{p}_t, \boldsymbol{p}_s\,;u)\equiv\frac{m(\boldsymbol{p}_t\,;u)}{m(\boldsymbol{p}_s\,;u)} \tag{7}$$

である。この定義は自然である。価格体系が異れば，選ばれる消費ベクトルも当然異っているが，そこから享受できる効用はひとしいとしているから，その点からみれば $\boldsymbol{x}_t$ と $\boldsymbol{x}_s$ とは無差別である。もしそのときの費用に差があるとすれば，それは価格変化に伴う純粋に貨幣的要因によるとみるのが至当である。これが定義の意味である。(7)で定義された消費者物価指数を，理論生計費指数あるいは真の生計費指数 true cost of living index とよんでいる。

理論生計費指数の着想は，歴史的には少なくとも Bowley [20], Konüs [48], Harberler [39], Frisch [32], Staehle [72] にまで遡る。生計費指数の現代的理論は，この着想に沿った展開である。

**4.2** 理論生計費指数の定義は説得的であるが，実際に利用するとなるといくつかの難点をかかえている。第1に，定義に忠実に消費者物価指数を計算するには，効用関数の形状を知る必要があるが，これはなかなか困難である。第2に，単一の指数の適用範囲が限定される。すなわち，定義から明らかなように，それは比較すべき価格ばかりでなく，効用関数にも依存している。従って，単一の指数を適用しうる範囲は，同一のあるいは少なくとも類似した効用関数を所有する集団に限定される。社会が選好体系の大きく異るいくつかの集団に分裂している場合，単一の指数を適用する余地はなく，しかも選好体系の違いを実証的に検出するのも困難を伴う。第3にこの指数は効用水準の選択から独立していない。同一の効用関数を有する集団が直面した2つの価格体系を比較する場合でも，基準となる効用水準が異れば，指数は異る。しかも，基準としていかなる効用水準を選択すべきかに関して，客観的判断をくだすことはむずかしい。

**4.3** これらの難点を解決するいくつかの試みがある。まず最後の問題について言えば，理論生計費指数が効用水準の選択から独立となる条件として，効用関数が相似拡大的 homothetic となることが指摘されている（たとえば，Frisch [32], Samuelson and Swamy [68]）。このとき支出関数 $m$ は

$$m(\boldsymbol{p}, u)=n(u)k(\boldsymbol{p}) \tag{8}$$

と分解でき，需要の所得弾力性はすべての財について1となる。しかしこれは非現実的な要請であろう。

実際的処理法としては，少しでも恣意性を回避するために，効用水準の選択に人為的ルールを設定し，それを一貫して適用することが考えられる。選択すべき効用水準としては，基準時点の水準かあるいは比較時点のそれを選ぶのが自然であろう。前者をラスパイレス型理論生計費指数，後者をパーシェ型理論生計費指数という。

**4.4** 第1の難点については，2つの接近法がある。ひとつは，効用関数が特定の族に属することを先験的に想定した上で，観察可能なデータからパラメーターを推定し，効用関数の形状を確定した上で理論生計費指数を実際に計算する方法である。もうひとつの接近法は，効用関数の特定化を避け，観察された価格と消費量から，理論生計費指数のとりうる範囲をできるだけ限定しようとする方法である。

第1の接近法の初期の例としては，Klein and Rubin [45] がある。彼等は Stone-Geary 型の効用関数を想定し，線型支出体系を用いてパラメーターを推計することを提案した。Phlips [61] は実際にこの方法を利用してベルギーについて理論生計費指数を求めている。同様の研究はオーストラリアについて Hoa [42] が行っている。また，Phlips and Sanz-Ferrer [62] は，のちに述べる趣好変化を考慮に入れて，同様にアメリカについてこの理論生計費指数を求め，慣行のラスパイレス指数やパーシェ指数と比較している。Pencavel [58] は，賃金実質化のためのデフレーターを求めるというねらいをもち，消費者物価指数の計測とはやや焦点が異るが，やはりこの線にそった実証研究である。

効用関数の形状と理論生計費指数との関係については，いくつかの事実が理論的に明らかにされつつある。上に述べた Klein and Rubin や Geary

[35] がその初期の1例だが, Chetty [21], Lloyd [52] は CES 型効用関数に対して理論生計費指数を導いている。CES 型の極限として, コブ・ダグラス型効用関数に対する理論生計費指数が $\pi_{10}=\prod_{i=1}^{n}(p_{i1}/p_{i0})^{\beta_i}$ で与えられることは明らかである。このタイプの価格指数は log-change 型とよばれるが, Sato [70] はこれを拡張して

$$\pi_{10}=\prod_{i=1}^{n}\left(\frac{p_{i1}}{p_{i0}}\right)^{\phi_i} \tag{9}$$

を考え, ウェート $\phi_i$ を $\phi_i=\frac{\Delta w_i}{Dw_i}\Big/\sum_{i=1}^{n}\frac{\Delta w_i}{Dw_i}$ としたとき, これも CES 型効用関数に対応することを示した。ただし, $w_{it}=p_{it}x_{it}/\sum p_{kt}x_{kt}\,(t=0, 1)$, $\Delta w_i=w_{i1}-w_{i0}$, $Dw_i=\ln w_{i1}-\ln w_{i0}$ である。

1次同次の効用関数が $u=(\sum_i\sum_j a_{ij}x_ix_j)^{1/2}$ で与えられるとき, 理論生計費指数がフィッシャーの理想算式, すなわちラスパイレス指数とパーシェ指数の幾何平均に一致する事実は, 古くから知られている。Diewert [24] はこれの拡張を試み, 1次同次の支出関数が $m(\boldsymbol{p})=(\sum_i\sum_j a_{ij}p_i{}^{r/2}p_j{}^{r/2})^{1/r}$ で与えられるとき, 理論生計費指数は

$$\pi_{10}=\left\{\sum_{i=1}^{n}w_{i0}\left(\frac{p_{i1}}{p_{i0}}\right)^{r/2}\Big/\sum_{i=1}^{n}w_{i1}\left(\frac{p_{i0}}{p_{i1}}\right)^{r/2}\right\}^{1/r} \tag{10}$$

となることを示した。(10)は $r=2$ の場合フィッシャーの理想算式に帰着する。この接近法の重要性は, 関数 $(\sum_i\sum_j a_{ij}p_i{}^{r/2}p_j{}^{r/2})^{1/r}$ が正象限で定義された任意の2回微分可能1次同次正関数の十分な近似を与えるところにある。また, 支出関数が一般の translog 型で与えられるとき, 理論生計費指数は

$$\pi_{10}=\prod_{i=1}^{n}\left(\frac{p_{i1}}{p_{i0}}\right)^{(w_{i1}+w_{i0})/2} \tag{11}$$

となる。ただし, この場合の理論生計費指数は $u^*=(u_0u_1)^{1/2}$ を基準効用水準に選んでいる。これは, Törnqvist [79] の提唱した指数である。translog 型の関数は, 多くの支出関数に対して十分な近似を与え, しかもその場合効用関数が相似拡大的であることを要しないから, 算式(11)はきわめて柔軟性に富むものである。(11)は算式(9)と同じ log-change 型に属するが, またのちに述べる Divisia 指数の離散型とみることもできる。これらの算式((9), (11))は, いずれも効用関数は特定化するものの未知パラメーターの推計を必要としないことに注目せよ。

**4.5** 第2の接近法の着想は, 限界理論の名のもとに, Haberler [39], Staehle [72] などに遡ることができるが, そのもっとも現代的な展開は Afriat [5], [6], [7] に見える。

理論生計費指数は効用関数に依存しているから, どのような効用関数を想定するかによって, その値は異る。しかし, 観測データ $\boldsymbol{P}, \boldsymbol{X}$ が与えられ, 消費者が合理的に行動していると仮定すると, どんな効用関数でもこのデータと斉合するとは限らない。したがって, 効用関数をデータと斉合するクラスに限定すれば, 理論生計費指数の値のとりうる範囲も限定される。Afriat [5] は, 理論生計費指数の値の上限と下限を与えるアルゴリズムを求めた。この上限と下限は, 観測値 $\boldsymbol{P}, \boldsymbol{X}$ だけから定めることができる。

上限, 下限を決定するアルゴリズムを実行するのは容易でない。ただデータを2時点に限定した場合, 上限はラスパイレス指数に一致する。すなわち, よく知られた関係「ラスパイレス型理論生計費指数はラスパイレス指数を超えない」(たとえば Haberler [39])が得られる。下限は Afriat が始めて与えたものである。パーシェ型理論生計費指数の下限がパーシェ指数であることも古くから知られている。もし, 効用関数が相似拡大的ならば, 理論生計費指数はラスパイレス型とパーシェ型で一致するから, ラスパイレス指数とパーシェ指数が理論生計費の限界を与えることになる。これは, Staehle の限界として知られている。効用関数が相似拡大的でなければ, ラスパイレス指数とパーシェ指数の大小関係は確定しない(Afriat [3])。

**4.6** Afriat の議論は, 4.2で指摘した第2の難点に対しても示唆的である。すなわち, Afriat は上記の限界の存在する条件, つまり観測値と斉合する効用関数が少なくとも1つ存在する必要十分条件は, 行列 $\boldsymbol{D}=(d_{ts})$ がつぎの性質をもつこと, すなわち「任意の相異る $r, s, t, \cdots, v$ に対して不等式

$$d_{rs}\leq 0, d_{st}\leq 0, \cdots, d_{vr}\leq 0 \tag{12}$$

が同時に成り立つことはない」であることを示した。ただし，$d_{rs}=(\boldsymbol{p}_r\boldsymbol{x}_s'-\boldsymbol{p}_r\boldsymbol{x}_r')/\boldsymbol{p}_r\boldsymbol{x}_r'$ である。これは，顕示選好の強公理が観測値について成り立つことを意味する。観測値 $\boldsymbol{P}, \boldsymbol{X}$ から求められる行列 $\boldsymbol{D}$ が，この条件を満していないならば，それは消費者の選好体系が斉合的でないか，あるいは，選好体系の極端に異る集団に消費者集団が分裂している可能性を示唆する。いずれにしても，この場合理論生計費指数による接近法は，根拠を失うであろう。

**4.7** 綜合消費者物価指数に対して，食料費指数や光熱費指数等の特殊細分類指数の計算されることがある。このような特殊分類を可能にする条件については Gorman [37] の基礎的業績があるが，近年 Pollak 等により一定の理論的展開が行われた (Blackorby et al. [18], Pollak [64])。

消費財を2つのカテゴリーに分類し，それに応じて価格ベクトルと消費量ベクトルをそれぞれ $\boldsymbol{p}=(\boldsymbol{p}_{\mathrm{I}}\ \boldsymbol{p}_{\mathrm{II}}), \boldsymbol{x}=(\boldsymbol{x}_{\mathrm{I}}\ \boldsymbol{x}_{\mathrm{II}})$ と分割する。第Iカテゴリーの支出関数を

$$m(\boldsymbol{p}_{\mathrm{I}t}\,;u,\bar{\boldsymbol{x}}_{\mathrm{II}})=\min_{z\in Z}\boldsymbol{p}_{\mathrm{I}}\boldsymbol{z}' \tag{13}$$

と定義する。ただし，$Z=\{\boldsymbol{z}|U(\boldsymbol{z},\bar{\boldsymbol{x}}_{\mathrm{II}})\geqq u\}$ である。理論生計費指数の概念の自然な拡張として，条件つき理論生計費指数を

$$\pi_{ts}{}^c=\pi^c(\boldsymbol{p}_{\mathrm{I}t},\boldsymbol{p}_{\mathrm{I}s}\,;u,\bar{\boldsymbol{x}}_{\mathrm{II}})\equiv\frac{m(\boldsymbol{p}_{\mathrm{I}t}\,;u,\bar{\boldsymbol{x}}_{\mathrm{II}})}{m(\boldsymbol{p}_{\mathrm{II}s}\,;u,\bar{\boldsymbol{x}}_{\mathrm{II}})} \tag{14}$$

で定義できる。

明らかに，条件つき理論生計費指数は第IIカテゴリーの消費量 $\bar{\boldsymbol{x}}_{\mathrm{II}}$ に依存する。この指数が，他のカテゴリーの消費水準から独立となる必要十分条件は，効用関数が分離的，すなわち，$U(\boldsymbol{x})=W(f(\boldsymbol{x}_{\mathrm{I}}),\boldsymbol{x}_{\mathrm{II}})$ とかけることである (Pollak [64])。このとき，条件つき理論生計費指数を部分理論生計費指数とよび，$\pi_{ts}{}^p=\pi^p(\boldsymbol{p}_{\mathrm{I}t},\boldsymbol{p}_{\mathrm{I}s},u_{\mathrm{I}})$ と表わす。ただし，$u_{\mathrm{I}}=f(\boldsymbol{x}_{\mathrm{I}})$ である。効用関数が相互に分離的，すなわち，$U(\boldsymbol{x})=W(f_{\mathrm{I}}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{I}}),f_{\mathrm{II}}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{II}}))$ ならば，$\boldsymbol{p}_{\mathrm{II}}$ について同様の議論を展開できる。当然予想されるように，部分理論生計費指数が効用水準 $u_{\mathrm{I}}, u_{\mathrm{II}}$ から独立となる必要十分条件は，$f_i(i=\mathrm{I},\mathrm{II})$ が相似拡大的となることである (Pollak [64], Blackorby et al. [18])。

Pollak のつぎの結果は重要である。部分理論生計費指数を合成して綜合理論生計費指数が得られる条件，すなわち，$\pi(\boldsymbol{p}_t,\boldsymbol{p}_s\,;u)=G[\pi^p(\boldsymbol{p}_{\mathrm{I}t},\boldsymbol{p}_{\mathrm{I}s}\,;u_{\mathrm{I}}),\pi^p(\boldsymbol{p}_{\mathrm{II}t},\boldsymbol{p}_{\mathrm{II}s}\,;u_{\mathrm{II}})]$ となる関数 $G$ が存在するのは，効用関数がコブ・ダグラス型のときに限る。このとき綜合理論生計費指数が $\prod_{i=1}^{n}(p_{it}/p_{is})^{\beta_i}$ で与えられることはすでに述べた。

このように，部分指数を合成して綜合指数を構成することは一般には不可能だが，綜合指数を部分指数の加重和で上から抑えることはできる。すなわち，$\pi(\boldsymbol{p}_t,\boldsymbol{p}_s\,;u_s)\leqq w^{\mathrm{I}}\pi_{\mathrm{I}}{}^p(\boldsymbol{p}_{\mathrm{I}t},\boldsymbol{p}_{\mathrm{I}s}\,;u_{\mathrm{I}s})+w_{\mathrm{II}}\pi_{\mathrm{II}}{}^p(\boldsymbol{p}_{\mathrm{II}t},\boldsymbol{p}_{\mathrm{II}s}\,;u_{\mathrm{II}s})$ が成り立つ。ただし，$w_i=m(\boldsymbol{p}_{is}\,;u_{is})/\sum_k m(\boldsymbol{p}_{ks}\,;u_{ks})\ (i,\ k=\mathrm{I},\ \mathrm{II})$，$u_s=W(u_{\mathrm{I}s},u_{\mathrm{II}s})$ である。

以上の議論は，一般に $n$ カテゴリーに拡張できる。

綜合指数とは独立に部分指数を構成しうるかという Pollak の提起したこの問題の含意は，特殊分類指数というような狭い分野にとどまらない。たとえば，個人の経済活動が自己の全生涯を見透して営まれるとすれば，現在の消費行動はその一部にしかすぎないから，通常の総合消費者物価指数にしても，より広い指数概念の部分指数にすぎないとみることもできる。また，視野を1時点に限定しても，私的市場で取り引きされない公共財の水準から独立に，消費者物価指数を構成しうるかという問題が起る。Pollak [63] は，部分生計費指数の理論を異時点間消費行動モデルへ適用した例である[3]。単位期間毎に計測された消費者物価指数が意味をもちうるには，異時的効用関数が単位期間毎に分離的でなければならない。

**4.8** 品質ないし趣好が変化して，効用関数が遷移する場合を考える。

従来，理論生計費の概念は品質・趣好変化を適切に扱いえないとされてきた。Fisher and Shell [28] は，微妙な視点の差異を指摘することによって，この理論が品質・趣好変化も包摂しうること

3) これとはやや異る視点からではあるが，異時的消費行動を考慮した消費者物価指数の例として，Galatin [34], Pencavel [58] がある。

を示した。

通常の理論生計費指数の理解はたとえばつぎのようである：理論生計費指数とは，基準時と同じ効用水準を保証するために現行価格体系下で必要とされる支出が，基準時支出の何倍に相当するかを示すものである。Fisher と Shell によれば，この解釈は正しくない。この立場では，たとえ効用関数は遷移せずとしても，効用水準の時点間比較を行うことになるが，これが困難なのは個人間，地域間比較と同様すでに一致した見解だからである。

それでは正しい解釈は何か。それは，2時点間の効用水準を比較するのではなく，「現在」の効用関数で，過去の価格体系と現在のそれを比較するのである。すなわち，仮に過去の所得 $y_0$ と価格 $\boldsymbol{p}_0$ とに直面したとき現在の効用関数で評価して実現可能な最大効用を，現行価格 $\boldsymbol{p}_1$ の下で実現するに必要な支出の $y_0$ に対する比率が，ラスパイレス型理論生計費指数である。明らかにここでは時点間比較は行われず，この指数は現在の効用関数と客観的データ $\boldsymbol{p}_0, \boldsymbol{p}_1, y_0$ のみで規定され，基準時点の効用関数や効用水準は関係しない。パーシェ型理論生計費指数の定義は，以前と同じである。

以上の理解に従うとき，効用関数が遷移する場合，4.5 で述べたパーシェ指数がパーシェ型理論生計費指数の下限を与えるという関係は依然妥当するが，ラスパイレス型の不等関係はもはや成立しなくなる。Fisher と Shell はこの点に注目して品質・趣好変化の予想される場合，パーシェ指数を重視すべき根拠があると主張した。

更に，ラスパイレス指数を用いる場合は適当な修正が必要であるとして，その方法を論じた。たとえば，品質変化がある財に生じたとき，その変化に応じてその価格を調整するのが常套手段であるが[4]，価格調整だけで品質変化を吸収しきれるのは，彼等の言う pure repackaging case, たとえば効用関数 $U(x_1, \cdots, x_n, b)$ が $U(h(b)x_1, x_2, \cdots, x_n)$ と書けるときに限ることを示した。ただし，$b$ は第1財の品質変化を示すパラメーターである。すなわち，ある財に生じた品質変化が，他財の効用にも外部効果を与えるような場合は，価格調整だけでは品質変化を調整するに十分ではないのである。また趣好変化については，good-augmenting case すなわち，$U(bx_1, x_2, \cdots, x_n)$ のタイプの効用関数だけを論じた。

Muellbauer [55] は，Fisher-Shell の線に沿って拡張を試みたものである。Klevmarken [46] は，品質変化や新商品の登場の理論生計費指数に与える効果を，Lancaster [49] の属性アプローチに従って分析したものである。Phlips and Sanz-Ferrer [62] は趣好変化を考慮に入れて，Geary-Stone 型の効用関数のもとに，実際に理論生計費指数を求めている。

## 5 ディヴィジア指数

**5.1** ディヴィジア指数は，Divisia [25] が提唱して以来，指数論の重要な一分野であったが，その理論的根拠は必ずしも明確ではなかった。Richter [65] は，直観的にみて指数が具えるべきいくつかの性質を，公理系として要請し，その公理系を満す指数はディヴィジア指数に限ることを示した。

公理系中特に重要なのは不変性公理である。議論の便宜のため，連続モデルを考え，価格ベクトル $\boldsymbol{p}_t$ を時間 $t$ の連続ベクトル関数とする。指数算式は，ベクトル関数 $\boldsymbol{p}_t$ をスカラー関数 $\pi_t$ に移す写像 $\Psi$ とみることができる。すなわち，

$$\pi_t = \Psi(\boldsymbol{p}_t) \tag{15}$$

不変性公理は，関数 $\Psi$ につぎの性質を要求するものである。合理的消費者を考え，その間接効用関数を $V$ とする。すなわち，

$$u_t = V(\boldsymbol{p}_t, y_t) \tag{16}$$

いま，効用水準 $u_t$ と所得水準 $y_t$ をそれぞれ一定の水準に固定し $(u_t=\bar{u}, y_t=\bar{y})$，(16) をみたすベクトル関数を考える。このような $\boldsymbol{p}_t$ に対して，

4) 品質調整のための価格修正には，しばしばヘドニック指数が利用される。ある商品の価格を，その商品のもついくつかの属性の価格に分解するというこのアイデアは，Court [22] に始まり，その後数多くの研究が積み上げられている。たとえば Adelman and Griliches [2], Griliches [38], Ohta [56] など。とりわけ実証研究は枚挙にいとまない。たとえば，Griliches [38] の文献表を見よ。

(15)の定める価格指数 $\pi_t$ は一定でなければならない。形式的に述べれば

$$\pi=\Psi(\boldsymbol{p}_t)=\text{const.}$$
$$\text{for all } \boldsymbol{p}_t\in\{\boldsymbol{p}_t|\bar{u}=V(\boldsymbol{p}_t,\bar{y})\} \tag{17}$$

である。これは，所得一定のもとに，実現効用水準を変えないような価格変動に対しては，価格指数が不変となることを要求したものであるから，ごく自然な公理である。

Richter は不変性公理に加えて，比例性公理($\Psi$ の1次同次性)や連続性などいくつかの自然な性質を要請し，そのすべてを満す指数算式はディヴィジア指数

$$\pi_t=\pi_0\exp\left\{\int_0^t\frac{\sum_i\dot{p}_{it}x_{it}}{\sum_i p_{it}x_{it}}dt\right\} \tag{18}$$

に限ることを明らかにした。ただし，$\dot{p}_{it}$ は $p_{it}$ の時間微分である。

**5.2**　ディヴィジア指数の欠陥は，その値が基準時点と比較時点の値ばかりでなく，一般に途中の径路にも依存することである(path dependence)。たとえば，2つのベクトル関数 $\boldsymbol{p}_t^{\mathrm{I}}, \boldsymbol{p}_t^{\mathrm{II}}$ とが基準時点0と比較時点1では一致する($\boldsymbol{p}_0^{\mathrm{I}}=\boldsymbol{p}_0^{\mathrm{II}}, \boldsymbol{p}_1^{\mathrm{I}}=\boldsymbol{p}_1^{\mathrm{II}}$)が，途中では異っている($\boldsymbol{p}_t^{\mathrm{I}}\neq\boldsymbol{p}_t^{\mathrm{II}}, 0<t<1$)とすると，一般に $\pi_1^{\mathrm{I}}\neq\pi_1^{\mathrm{II}}$ となる。

この径路依存性はきわめて不都合な性質であるが，もし効用関数が相似拡大的であれば，ディヴィジア指数は径路独立的(path independent)となる(Hillinger [41], Hulten [43])。

Usher [81] は，数量指数としてのディヴィジア指数について，径路独立性を成立させる条件の非現実性，つまり相似拡大性と主体均衡がつねに成立すると仮定していることを指摘して，その乱用をいましめているが，この批判は価格指数としてのディヴィジア指数にもひとしく当るであろう。

**5.3**　経済データは連続型でなく離散型で与えられるから，ディヴィジア指数の離散型がどう表現されるかは興味がある。連続型のディヴィジア指数を(18)として定義するか，あるいはそれと同等であるが，

$$\pi_t=\pi_0\exp\left\{\int_0^t\sum_i w_{it}\left(\frac{\dot{p}_{it}}{p_{it}}\right)dt\right\} \tag{19}$$

で定義するかによって結果は異る。ただし，$w_{it}=p_{it}x_{it}/\sum p_{it}x_{it}$ である。(18)の離散型近似は，$\pi_t=\pi_0\prod_t\left[\sum w_{it}\left(\frac{p_{it+1}}{p_{it}}\right)\right]$，すなわちライパイレス連鎖指数となる(Richter [65])が，(19)による近似は，$\pi_t=\pi_0\prod_t\left[\prod\left(\frac{p_{it}}{p_{it-1}}\right)^{\bar{w}_{it}}\right]$，すなわち log-change 型連鎖指数となる(Hulten [43])。ただし，$\bar{w}_{it}$ は $w_{it}$ と $w_{it-1}$ の平均で，$\bar{w}_{it}=(w_{it}+w_{it-1})/2$ とすれば，Törnqvist 指数，$\bar{w}_{it}=(w_{it}w_{it-1})^{1/2}/\sum_i(w_{it}w_{it-1})^{1/2}$ ならば Walsh 指数(Walsh [84])，$\bar{w}_{it}=(\Delta w_{it}/Dw_{it})/\sum_i(\Delta w_{it}/Dw_{it})$ とすれば，理想 log-change 型(Sato [70])である。

## 6　形式的指数論

**6.1**　ラスパイレス，パーシェ以来，提案された指数算式は枚挙にいとまない。I. Fisher [29] は実に174種の算式をあげ，その後も多くの論者によって幾多の算式が提案された。Banerjee [13], [14], [16], Frisch [32], Iklé [44], Mizutani [54], Sato [69], [70], Stuvel [73], Theil [76], [77], Wald [82]。

これらの多くの算式を統一的な立場で整理し，あるいは，一定の基準からスクリーニングしようという試みがいくつかある。たとえば，Banerjee [15], Pfouts [60] もその一例であるが，もっとも古典的で現在もしばしば言及されるのは，I. Fisher [29] であろう。周知のごとく，I. Fisher は単一財の価格から類推して，物価指数の満すべき条件として，(1)比例性テスト，(2)単位不変性テスト，(3)循環テスト，(4)要素転逆テストをあげた[5)]。多くの算式は，これらのテストのすべてを同時にはパスできない。実際，ラスパイレス指数やパーシェ指数は(3)，(4)をパスせず，フィッシャーの理想算式も(3)をみたさない。

5)　循環テストはディヴィジア指数で述べた径路独立性の要請に他ならない。要素転逆テストは，物価指数算式の価格と数量の役割を入れ替えると，数量指数算式となることを要請するものである。I. フィッシャーの定義は上記の通りであるが，現在では条件を緩めて，物価指数と数量指数の積が金額指数に一致することをもって，要素転逆テストと言うことが多い。

フィッシャーの4条件は不斉合であるという予想が，Frisch [31] によってたてられたが，その後 Wald [82], Subramanian [74] などを経て，Swamy [75] がこの予想を肯定的に解決した。最近 Eichhorn [26] が，連続性や微分可能性などの条件を必要としない証明を与えて，この結果を強化した。

これに対し，Samuelson and Swamy [68] は，効用関数がコブ＝ダグラス型のとき，理論生計費指数はフィッシャーのすべてのテストをパスすることを示した。この例は，Swamy, Eichhorn によるフィッシャー・テストの不斉合定理に対する反例とはならない。彼等の主張は，任意の価格と消費に対して，フィッシャー・テストをパスする指数算式は存在しえないというものであって，合理的消費者の仮定によって価格と消費量との間に特定の関係が成立するような状況は，はじめから予想していないのである。

**6.2** フィッシャーのテストに関しては, Pfouts [59] の批判がある。彼は循環テストを不自然な要求として斥け，それに加えてある種の加法性を要請し，個別価格の加重平均方式の指数算式のみが適格であると主張した。加重平均型指数の特徴づけは，Aczél and Eichhorn [1] によって行われている。

**6.3** フィッシャーが，ラスパイレス指数とパーシェ指数の幾何平均をもって，理想算式と称した理由は，それが要素転逆テストをみたすという点にあった。既に，4.4 で述べたように，Diewert [24] はやや異った視点から理想算式の復権を主張している。

log-change 型指数が，要素転逆テストを満足するかをめぐって，Theil [77] の問題提起以来，タイルと佐藤和夫の間で議論が行われたが，Sato [69] を経て，Sato [70] が要素転逆テストを完全に満す log-change 型指数を発見して，この問題は最終的な解決をみた。

(一橋大学経済学部)

## 参考文献*

[1] Aczél, J. and Eichhorn, W.: "A Note on Additive Indices," *JET*, 8, April 1974.

[2] Adelman, I. and Griliches, Z. :"On an Index of Quality Change," *JASA*, 56, Sep. 1961.

[3] Afriat, S. N.: "An Identity Concerning the Relation Between the Paasche and Laspeyres Indices," *Metroeconomica*, 15, Aug. -Dec. 1963.

[4] Afriat, S. N.: "The Construction of Utility Functions from Expenditure Data," *IER*, 8, Feb. 1976.

[5] Afriat, S. N.: "The Cost of Living Index," *Essays in Mathematical Economics* (ed. by M. Shubik), Princeton, 1967.

[6] Afriat, S. N.: "The Method of Limits in the Theory of Index Numbers," *Metroeconomica*, 21, May-Ang. 1969.

[7] Afriat, S. N.: "The Theory of International Comparisons of Real Income and Prices," *International Comparisons of Prices and Output* (ed. by D. J. Daly), New York, 1972.

[8] Afriat, S. N.: "Measurement of the Purchasing Power of Incomes with Linear Expansion Data," *JE*, 2, Dec. 1974.

[9] Afriat, S. N.: *The Price Index: A Mathematical Investigation of the Nature and Properties of Price Indices*, Cambridge (forthcoming).

[10] Allen, R. G. D.: *Index Numbers in Theory and Practice*, London, 1975.

[11] Banerjee, K. S.: "Note on the Optimal Allocation of the Number of Items in the Construction of a Cost of Living Index," *Em*, 24, July 1956.

[12] Banerjee, K. S.: "Simplification of the Derivation of Wald's Formula for the Cost of Living Index," *Em*, 24, July 1956.

[13] Banerjee, K. S.: "A Generalization of Stuvel's Index Number Formulae," *Em*, 27, Oct. 1959.

[14] Banerjee, K. S.: "A Factorial Approach to Construction of True Cost of Living Index, and Its Application in Studies of Changes in National Income," *Sankhyā*, Series A, 23, 1961.

[15] Banerjee, K. S.: "A Unified Statistical Approach to the Index Number Problem," *Em*, 29, Oct. 1961.

[16] Banerjee, K. S.: "Best Linear Unbiased Index Numbers and Index Numbers Obtained Through a Factorial Approach," *Em*, 31, Oct. 1963.

[17] Banerjee, K. S.: *Cost of Living Index Numbers: Practice, Precision, and Theory*, New York, 1975.

[18] Blackorby, C., Lady, G., Nissen, D. and Russell, R. R.: "Homothetic Separability and Consumer Budgeting," *Em*, 38, May 1970.

[19] Blackorby, C., Primont, D. and Russell, R. R.: "Dual Price and Quantity Aggregation," *JET*,

14, Feb. 1977.

[20] Bowley, A. L.: "The Measurement of Changes in the Cost of Living," *JRSS*, 82, May 1919.

[21] Chetty, B. K.: "On the Construction of Cost of Living and Productivity Indices," *IER*, 12, Feb. 1971.

[22] Court, A. T.: "Hedonic Price Indexes with Automotive Examples," *The Dynamics of Automobile Demand*, New York, 1939.

[23] Diewert, W. E.: "Afriat and Revealed Preference Theory," *RES*, 40, July 1973.

[24] Diewert, W. E.: "Exact and Superlative Index Number," *JE*, 4, May 1976.

[25] Divisia, F.: *Economique Rationnelle*, Paris, 1928.

[26] Eichhorn, W.: "Fisher's Tests Revisited," *Em*, 44, March 1976.

[27] Eichhorn, W. and Voeller, J.: *Theory of the Price Index* (Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, 140), Berlin, 1976.

[28] Fisher, F. M. and Shell, K.: "Taste and Quality Changes in the Pure Theory of the True Cost-of-Living Index," *Value, Capital and Growth* (ed. by J. N. Wolfe), Edinburgh, 1968.

[29] Fisher, I.: *The Making of Index Numbers*, Cambridge, 1922.

[30] Frisch, R.: "The Double Expenditure Method," *Em*, 6, Jan. 1938.

[31] Frisch, R.: "Necessary and Sufficient Conditions Regarding the Form of an Index Number Which Shall Meet Certain of Fisher's Tests," *JASA*, 25, Dec. 1930.

[32] Frisch, R.: "Annual Survey of General Economic Theory: The Problem of Index Number," *Em*, 4, Jan. 1936.

[33] Frisch, R.: "Some Basic Principles of Price of Living Measurements; A Survey Article," *Em*, 22, Oct. 1954.

[34] Galatin, M.: "A True Price Index When the Consumer Save," *AER*, 63, March 1973.

[35] Geary, R. C.: "A Note on 'A Constant-Utility Index of the Cost of Living'," *RES*, 18, 1950–51.

[36] Gordon, R. J.: "Measurement Bias in Price Indexes for Capital Goods," *RIW*, 17, June 1971.

[37] Gorman, W. M.: "Separable Utility and Aggregation," *Em*, 27, July 1959.

[38] Griliches, Z. (ed.): *Price Indexes and Quality Change*, Cambridge, 1971.

[39] Haberler, G. von: *Der Sinn der Indexzahlen*, Tübingen, 1927.

[40] Hicks, J. R.: *A Revision of Demand Theory*, Oxford, 1956.

[41] Hillinger, C.: "Comment on Invariance Axiom and Economic Indexes," *Em*, 38, Sep. 1970.

[42] Hoa, J. Tran Van: "Additive Preferences and Cost of Living Index: an Empirical Study of Australian Consumers' Welfare," *Economic Record*, 45, Sep. 1969.

[43] Hulten, C. R.: "Divisia Index Numbers," *Em*, 41, Nov. 1973.

[44] Iklé, D. M.: "A New Approach to Index Numbers," *QJE*, 86, May 1972.

[45] Klein, L. R. and Rubin, H.: "A Constant Utility Index of the Cost of Living," *RES*, 15, 1947–48.

[46] Klevmarken, N. A.: "A Note on New Goods and Quality Changes in the True Cost of Living Index in View of Lancaster's Model of Consumer Behavior," *Em*, 45, Jan. 1977.

[47] Kloek, T. and Wit, G. M. de: "Best Linear and Best Linear Unbiased Index Numbers," *Em*, 29, Oct. 1961.

[48] Konüs, A. A.: "The Problem of the True Index of the Cost of Living," *Em*, 7, Jan. 1939.

[49] Lancaster, K.: "A New Approach to Consumer Theory," *JPE*, 74, April 1966.

[50] Laspeyres, E.: "Die Berechnung einer Mittleren Waarenpreissteigerung," *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik*, 16, 1871.

[51] Liviatan, N. and Patinkin, D.: "On the Economic Theory of Price Indexes," *Economic Development and Culture Change*, 9, April 1961.

[52] Lloyd, P. J., "Substitution Effects and Biases in Non-true Price Indices," *AER*, 65, June 1975.

[53] Marris, R. L.: "Professor Hicks' Index Number Theorem," *RES*, 25, 1958.

[54] Mizutani, K.: "New Formulae for Making Price Index Numbers," *Bulletin de L'Institut International de Statistique*, 32nd Session, 1960.

[55] Muellbauer, J.: "The Cost of Living and Taste and Quality Change," *JET*, 10, June 1975.

[56] Ohta, M.: "Production Technologies of the U. S. Boiler and Turbogenerator Industries and Hedonic Price Indexes for Their Products: a Cost Function Approach," *JPE*, 83, Feb. 1975.

[57] Paasche, H.: "Über die Preisentwicklung der Letzten Jahre nach den Hamburger Börsennotirungen," *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik*, 23, 1874.

[58] Pencavel, J. H.: "Constant Utility Index Numbers of Real Wages," *AER*, 67, March 1977.

[59] Pfouts, R. W.: "An Axiomatic Approach to Index Numbers," *Review of the International Statistical Institute*, 34, 1966.

[60] Pfouts, R. W.: "Index Number Systems," *Em*, 40, Sep. 1972.

[61] Phlips, L.: *Applied Consumption Analysis*, Amsterdam, 1974.

[62] Phlips, L. and Sanz-Ferrer, R.: "A Taste-Dependent True Index of the Cost of Living," *RE&S*, 57, Nov. 1975.

[63] Pollak, R.: "The Intertemporal Cost of Living Index," *Annals of Economic and Social Measurement*, 4, Winter, 1975.

[64] Pollak, R.: "Subindexes in the Cost of Living Index," *IER*, 16, Feb. 1975.

[65] Richter, M. K.: "Invariance Axioms and Economic Indexes," *Em*, 34, Oct. 1966.

[66] Ruggles, R.: "Price Indexes and International Price Comparisons," *Ten Economic Studies in the Tradition of Irving Fisher* (ed. by Fellner et al.), New York, 1967.

[67] Samuelson, P. A. :*Foundation of Economic Analysis*, Cambridge, 1947.

[68] Samuelson, P. A. and Swamy, S.: "Invariant Economic Index Numbers and Canonical Duality: Survey and Synthesis," *AER*, 64, Sep. 1974.

[69] Sato, K.: "Ideal Index Numbers That Almost Satisfy the Factor Reversal Test," *RE&S*, 56, Nov. 1974.

[70] Sato, K.: "The Ideal Log-Change Index Number," *RE&S*, 58, May 1976.

[71] Sato, K.: "The Meaning and Measurement of the Real Value Added Index," *RE&S*, 58, Nov. 1976.

[72] Staehle, H.: "A Development of the Economic Theory of Price Index Numbers," *RES*, 2, Feb. 1935.

[73] Stuvel, G.: "A New Index Number Formula," *Em*, 25, Jan. 1957.

[74] Subramanian, S.: "On a Certain Conclusion of Frisch," *JASA*, 29, Sep. 1934.

[75] Swamy, S.: "Consistency of Fisher's Tests," *Em*, 33, July 1965.

[76] Theil, H.: "Best Linear Index Numbers of Prices and Quantities," *Em*, 28, April 1960.

[77] Theil, H.: "A New Index Number Formula," *RE&S*, 55, Nov. 1973.

[78] Theil, H.: "More on Log-Change Index Number," *RE&S*, 56, Nov. 1974.

[79] Törnqvist, L.: "The Bank of Finland's Consumption Price Index," *Bank of Finland Monthly Bulletin*, 10, 1936.

[80] Ulmer, M. J.: *The Economic Theory of Cost of Living Index Numbers*, New York, 1949.

[81] Usher, D.: "The Suitabiliy of the Divisia Index for the Measurement of Economic Aggregates," *RIW*, 20, Sep. 1974.

[82] Wald, A.: "Zur Theorie der Preisindexziffern," *Zeischrift für Nationalökonomie*, 9, 1937.

[83] Wald, A.: "A New Formula for the Index of Cost of Living," *Em*, 7, Oct. 1939.

[84] Walsh, C. M.: *The Measurement of General Exchange-Value*, New York, 1901.

* この参考文献表は決して網羅的ではない。最近の業績を中心とし，古くさかのぼるものは基本的なものにとどめた。また，紙巾の関係上邦語文献は省略した。引用雑誌名の略称は以下の通りである。

| | |
|---|---|
| *AER* | *The American Economic Review* |
| *Em* | *Econometrica* |
| *IER* | *International Economic Review* |
| *JASA* | *Journal of the American Statistical Association* |
| *JE* | *Journal of Econometrics* |
| *JET* | *Journal of Economic Theory* |
| *JPE* | *Journal of Political Economy* |
| *JRSS* | *Journal of the Royal Statistical Society* |
| *QJE* | *The Quarterly Journal of Economics* |
| *RES* | *The Review of Economic Studies* |
| *RE&S* | *The Review of Economics and Statistics* |
| *RIW* | *The Review of Income and Wealth* |