

原材料と生産関数*

—付加価値概念の検討—

太 田 誠

1. 序—付加価値の概念およびその指数をめぐる議論

付加価値 V は粗生産物の価値 Y から原材料費(中間生産物の価値) M を引いた差額として定義されている。以下では、 $V \equiv Y - M$ というこの定義を付加価値の線型の定義と呼ぶことにする。付加価値をこのように定義すると、生産国民所得と支出国民所得の恒等関係が実質ターム(即ち、constant prices)でも保持される。その際に、実質付加価値指数は二重デフレーション(double-deflation)により計算される。

付加価値の線型の定義と二重デフレーションの問題点として、ラスパイレスやパーシェ型の実質付加価値指数が負になる可能性があることがしばしば指摘されている(佐藤[5]参照)。さらに、佐藤[5]は次のような基本的な概念上の問題点を指摘している。通常、付加価値は原材料費を除いた純生産物の価値で、本源的生産要素(primary factor of production)により作られたものであると考えられている。しかし、現実には原材料と本源的生産要素があわさって生産物を作るのであり、本源的生産要素だけから作られる生産物というのは抽象的(fictitious)な直接には観察不可能な概念である。そこで、付加価値が測っているものは何なのかを明確にし、それが意味のある概念であるかどうかを検討しなければならない。

上記の点に関し、佐藤[5]は次のことを論証している。(1)原材料の限界生産物価値が原材料の価格に等しければ(これは原材料市場が完全競争で、企業が原材料の購入に関し利潤極大化を図れば満たされる)、実質付加価値指数は規模の経済に依存する項と本源的生産要素の量の指数の積に等しい。これが実質付加価値の測定対象であり、従って付加価値概念は意味がある。特に、粗生産物の生産において原材料まで含めて考えたときに規模に関し収穫一定ならば、実質付加価値指数と本源的生産要素の量指数は一致する。(2)実質付加価値の真の指数

(true index, その定義は佐藤[5]を見よ)は負にならない。しかし、真の指数は一般的には一意(unique)でない。これが一意であるための必要十分条件は次の2条件が成立することである。(a)生産過程における本源的生産要素の原材料からの分離可能性(separability)。 y を粗生産量、 x を本源的生産要素の投入量ベクトル、 m を原材料の投入量とすると、この分離可能性は生産関数 $y = F(x, m)$ が $y = \Phi(f(x), m)$ と書けることを意味する。(b) x —一般化された規模に関する収穫一定。これは上記の生産関数 Φ が f と m について1次同次であることである。この2条件が成立すれば、付加価値を $V \equiv Y - M$ という線型の形に定義することは、実質付加価値 v が $f(x)$ (ないしその定数倍)に等しいことを意味する。このことは v が x だけに依存し m には依存しないことを意味する。

上述の佐藤の指摘は、原材料の限界生産物価値がその価格に等しく、生産関数に関し上述の分離可能性と x —一般化された規模に関する収穫一定が成立すれば、線型に定義された付加価値を生産物の尺度とし、本源的生産要素を投入物とする生産関数 $v = f(x)$ の推定が行なえることを意味する。この推定では原材料に考慮を払わないで済む。通常の実質付加価値の推定はこれである。

Griliches-Ringstadt [3] は、原材料の限界生産物価値とその価格が等しいという条件の成立を前提せずに、付加価値の線型の定義が本源的生産要素だけに依存するための条件を指摘している。最も基本的な条件は、生産関数 $y = F(x, m)$ が $y = \Phi(f(x), m)$ と書けるという上述の分離可能性である。この分離可能性が満たされなければ、本源的生産要素だけに依存する付加価値は定義できない。この分離可能性が満たされれば、上記の生産関数における $f(x)$ をもって実質付加価値 v を定義する。 $v \equiv f(x)$ と定義すれば、付加価値は本源的生産要素だけに依存し原材料には依存しない。

次に、Griliches-Ringstadt は、このように定義された実質付加価値が $v = y - m$ という線型の定義(ないしその定数倍)と一致する条件を考える。1つの条件は、 $f(x)$ と m の間の代替弾力性が ∞ で生産関数が $y = f(x) + bm$

* 佐野敬夫氏(アジア経済研究所)から計測の御助力を得たこと、および本誌レフェリーから多数の有益なコメントをいただいたことを記して謝意を表します。

と書け、さらに $b=1$ が成立することである¹⁾。これが成立すれば、 $v \equiv f(x) = y - m$ だから、 $v \equiv f(x)$ は付加価値の線型の定義に一致する。もう1つの条件は、 $f(x)$ と m の間の代替弾力性が0で生産関数が $y = \text{Min}(f(x)/a, m/b)$ と書け、企業が本源的生産要素と原材料に関し費用最小化を行なうことである²⁾。これが成立すれば、 $f(x) = ay, m = by$ が成立つ。 $v = y - m$ とおくと、 $v = (1 - b) \cdot f(x)/a$ を得る。従って、この場合にも線型の定義による付加価値は本源的生産要素だけに依存し原材料には依存しない。この2つの条件はともに、佐藤の x - 一般化された規模に関する収穫一定の特殊な場合である³⁾。

Griliches-Ringstadt では、 $f(x)$ と m の間の代替弾力性が0か ∞ という極端な場合を除いて一般的には、 $v \equiv f(x)$ で定義される付加価値は $v \equiv y - m$ という線型の定義と一致しない。例えば、 $f(x)$ と m の間の代替弾力性が1で生産関数が $y = f(x)^r m^{1-r} (0 < r < 1)$ と書けるとすると、本源的生産要素 x だけに依存する付加価値は $(y/m^{1-r})^{1/r}$ で定義される。この定義は y と m について非線型である。このように、 y と m について非線型な付加価値の定義を付加価値の非線型の定義と呼ぶことにする。上述の $(y/m^{1-r})^{1/r}$ は非線型の定義の1つの特殊な例である。Griliches-Ringstadt の想定では、付加価値の非線型の定義は線型の定義と一般的には一致しない。例えば、上例で $v \equiv (y/m^{1-r})^{1/r}$ という定義は $v \equiv y - m$ という定義(ないしその定数倍)と一致しない。

しかし、佐藤のように原材料の限界生産物価値はその価格に等しいという想定のもとでは、上述した生産関数の分離可能性の他に x - 一般化された規模に関する収穫一定が成立てば、前述したように、 $v \equiv f(x)$ という非線型の定義は $v \equiv y - m$ という線型の定義(ないしその定数倍)と一致する。例えば上例($y = f(x)^r m^{1-r}$)では、生

産物や原材料の価格が1となるように生産物や原材料の単位をとっているから、原材料の限界生産物価値は $\partial y / \partial m = (1-r)f^r m^{-r}$ に等しい。これをその価格1に等しいとおくと、 $m = (1-r)^{1/r} f(x)$ を得る。従って、 $v = y - m$ は $(1-r)^{(1-r)/r} f(x)$ に等しい。従って、この場合、 $v = y - m$ という線型の定義は $v = f(x)$ という非線型の定義の定数倍に等しい。このことは、この2つの定義が本質的に一致することを意味する。

本論文の目的は、上述した付加価値概念をめぐる議論の基礎となる仮説をデータの上で検証することである。

2. データ

1970年の日本の製造業に属する19個の産業(産業中分類別)を分析対象とする。表1に示されているように、これらの産業に1から19までの番号を付し、この番号を産業名の代りに使う。データは『昭和45年工業統計表(産業編)』(通商産業省、1972)に収められている従業者20人以上の事業所に関する都道府県別統計表より取る。各産業ごとに、46都道府県および7大都市別に次のデータが得られる。生産額 Y 、原材料使用額 M 、従業者数 L 、 $(Y - M - \text{製造品出荷額に含まれる内国消費税額} - \text{減価償却額})$ として定義される付加価値額、有形固定資産年初現在高 K_0 および年末現在高 K_1 。これらのデータのうち、 L は人数、残りは百万円単位で測られる。資本ストック K としては $(K_0 + K_1)/2$ を使う。

分析は1970年のクロス・セクションについてなので、上述の諸変数の名目額をそのまま量を示すものとして生産関数の検定・推定を行なう。従って、以後は実質額を示す小文字の記号(例えば、 v, y, m)は使わない。投入物は K, L, M の3つで、このうち K と L は本源的生産要

表1 産業名、産業番号、観察数

産業番号	産 業 名	観 察 数	産業番号	産 業 名	観 察 数
1	食 料 品	53	11	なめしかわ、同製品、毛皮	34
2	織 維	52	12	窯業、土石製品	53
3	衣服その他繊維製品	53	13	鉄 鋼	53
4	木材、木製品	53	14	非鉄金属	41
5	家具、装備品	53	15	金属製品	53
6	パルプ、紙、紙加工品	53	16	一般機械器具	53
7	出版、印刷、同関連産業	53	17	電気機械器具	53
8	化 学	50	18	輸送用機械器具	53
9	石油・石炭製品	26	19	精密機械器具	39
10	ゴ ム 製 品	40			

1) Griliches-Ringstadt では $b=1$ の指摘がない。 $b \neq 1$ の時は、付加価値の線型の定義を $v = y - bm$ と変更しないと本源的生産要素の他に原材料にも依存してしまう。

2) Griliches-Ringstadt では費用最小化の条件の指摘が欠落している。費用最小化は、佐藤の前提である原材料の限界生産物価値がその価格に等しいということを成立させるための原材料に関する利潤極大化の仮定と同じではないことを注記する。

3) $y = f(x) + m$ が f と m について1次同次であることは明白。 $f(x) = ay, m = by$ ならば $f(x) = am/b$ だから、 f と m に比例して使われ、さらに y はそれらに比例している。従って、この場合も y は f と m について1次同次。

素の量, M は原材料の投入量を示す。これらの使用により生産量 Y が生産される。

各産業ごとの観察数は、最大限、46 都道府県プラス 7 大都市、即ち 53 である。産業によっては、その産業に属する製品を生産していない県があったり、あるいは守秘義務のためデータが公表されていない県があるから、観察数が 53 より小さいものもある。各産業の観察数は表 1 に掲げてある。7 大都市のある都道府県に対しては、そのデータから 7 大都市のデータを差し引いた値をデータとして使用する。

3. 分離可能性の検定

次のような translog 生産関数を使って、 K と L が M から分離できるかどうかを調べる。

$$\begin{aligned} \log Y = & \alpha_0 + \alpha_K \log K + \alpha_L \log L + \alpha_M \log M \\ & + \gamma_{KK}(\log K)^2 + \gamma_{LL}(\log L)^2 + \gamma_{MM}(\log M)^2 \\ & + \gamma_{KL} \log K \log L + \gamma_{KM} \log K \log M \\ & + \gamma_{LM} \log L \log M \end{aligned}$$

上式において $\gamma_{KM}=0$ かつ $\gamma_{LM}=0$ ならば、 K と L が M から分離できる。検定の結果、 $\gamma_{KM}=\gamma_{LM}=0$ という仮説は、次の 4 産業を除く全産業において、5% の有意水準で棄却されなかった。産業 3, 10, 14 では 1% の水準で棄却され、産業 15 では 5% の水準で棄却された(但し、1% では棄却されなかった)。従って製造業全体としては、 K と L は M から分離できると考えてよい。このことは、1 節で述べたように、佐藤論文における実質付加価値指数の一意性の条件の 1 つが満たされ、また Griliches-Ringstadt では本源的生産要素(K と L)だけに依存する付加価値が定義できる(それは必ずしも線型に限定できないが)ことを意味する。

4. Cobb-Douglas 型生産関数の妥当性

3 節で書いた translog 生産関数を maintained hypothesis にして、Cobb-Douglas 型生産関数の妥当性を検定する。この translog 生産関数は、 $\gamma_{KK}=\gamma_{LL}=\gamma_{MM}=\gamma_{KL}=\gamma_{KM}=\gamma_{LM}=0$ という帰無仮説が成立するならば、 $\log Y = \alpha_0 + \alpha_K \log K + \alpha_L \log L + \alpha_M \log M$ という Cobb-Douglas 型生産関数に帰する。この帰無仮説は、産業 3, 4, 11, 14, 19 を除く全産業で、5% の有意水準で棄却されない。産業 4 では 1% の水準で棄却されない。また、translog 生産関数と Cobb-Douglas 型生産関数の回帰の標準偏差は、大部分の産業で .01 程度である。回帰式の左辺は $\log Y$ であるから、このことは translog 生産関数の代りに Cobb-Douglas 型生産関数を使って

も、 Y に対するフィット (fit) の度合は 1% 程度しか下落しないことを意味する。これは、上述の仮説検定が棄却された産業 3, 4, 14 にもあてはまる。これらの産業では、Cobb-Douglas 型生産関数の仮説が上述の検定で棄却されても、 Y に対するフィットという practical な観点からはこの仮説は棄却されないと考えられる(ただし産業 11 と 19 では、Cobb-Douglas 型生産関数の使用により Y に対するフィットは約 3.5% 小さくなる)。従って、製造業全体としては、Cobb-Douglas 型生産関数の仮説は棄却されないといえよう。

Cobb-Douglas 型生産関数が棄却されないということは、佐藤の x —一般化された規模に関する収穫一定の仮説が棄却されないことを意味する。このことは次のようにしていえる。上述の Cobb-Douglas 型生産関数は、 $\log A = \alpha_0 / (1 - \alpha_M)$, $\alpha = \alpha_K / (1 - \alpha_M)$, $\beta = \alpha_L / (1 - \alpha_M)$, $\gamma = 1 - \alpha_M$ と置けば、 $Y = (AK^\alpha L^\beta)^\gamma M^{1-\gamma}$ と書ける。ここで、 $f(K, L) = AK^\alpha L^\beta$ と置けば、 Y は $f(K, L)$ と M について 1 次同次である。即ち、 x —一般化された規模に関する収穫一定が成立つ。このことは、佐藤において実質付加価値指数の一意性を成立させる条件の 1 つが棄却されないことを意味している。

表 2 規模の経済¹⁾

産 業	(1)	(2)	(3)	(4)
1	.029	.092	.095	.037
2	-.004	-.016	.074	.040
3	.010	.037	.060	.036
4	-.003	-.021	-.042	.035
5	.002	.022	.087	.044
6	.011	.048	.056	.034
7	.050	.124	.144	.035
8	.108	.305	.192	.039
9	.005	.052	.227	.185
10	-.019	-.059	.072	.054
11	-.033	-.203	.046	.071
12	.036	.092	.076	.035
13	-.005	-.019	.074	.028
14	-.002	-.010	.071	.076
15	.012	.046	.069	.031
16	-.010	-.062	.048	.035
17	.011	.058	.113	.041
18	.016	.080	.123	.030
19	.004	.017	.080	.048

1) (1)欄と(2)欄は $\log Y$ を定数、 $\log K$, $\log L$, $\log M$ の上に回帰した結果より算出。(1)欄は $\log K$, $\log L$, $\log M$ の係数推定値の和から 1 を引いた値を示す。(2)欄は $\log K$ と $\log L$ の係数推定値の和を $(1 - \log M$ の係数推定値)で割った商から 1 を引いた値を示す。(3)欄は線型の定義による付加価値 $V \equiv Y - M$ を使って、 $\log(V/L)$ を定数、 $\log(K/L)$, $\log L$ の上に回帰したときの $\log L$ の係数推定値を示す。(4)欄は(3)欄の係数推定値の標準偏差を示す。

表 3 原材料シェア

産 業	log M の 係 数 推定値 ¹⁾	標準 偏差 ²⁾	実際の シェア ³⁾	産 業	log M の 係 数 推定値	標準 偏差	実際の シェア
1	.684	.074	.612	11	.838	.080	.632
2	.736	.036	.659	12	.618	.059	.473
3	.731	.017	.625	13	.746	.030	.702
4	.855	.042	.682	14	.807	.023	.764
5	.907	.044	.609	15	.740	.058	.576
6	.773	.056	.644	16	.839	.039	.577
7	.598	.045	.457	17	.809	.039	.585
8	.643	.125	.492	18	.800	.035	.639
9	.904	.096	.645	19	.751	.059	.550
10	.672	.064	.544				

1) $\log Y$ を定数, $\log K$, $\log L$, $\log M$ の上に回帰。

2) $\log M$ の係数推定値の標準偏差。

3) M/Y の値。

α —一般化された規模に関する収穫一定は、佐藤が指摘しているように、 Y が K, L, M について1次同次であることを要求しない。が、実際の推定値(表2の第1欄)をみると、大部分の産業で Y は K, L, M につき1次同次と考えてよい。即ち大部分の産業で、 Y の生産について、 K と L と M に関し収穫一定が実際に成立していると考えてよい。しかし佐藤が指摘しているように、このことは、 $V=AK^\alpha L^\beta$ という付加価値 V の生産が K と L に関し収穫一定であることを意味しない。実際に表2の第2欄(あるいは第3,4欄)に示されているように、 $\alpha + \beta$ の推定値は多くの産業で1とは違うと考えられる。即ち、製造業全体としては、付加価値 V が K と L から生産される過程では規模に関する収穫一定は成立しないと考えられる。

5. 原材料の限界生産物価値=原材料価格という仮説の検定

K と L の M からの分離可能性と α —一般化された規模に関する収穫一定の仮説が棄却されなかったから、この仮説が棄却されなければ、佐藤が指摘するように(1節参照)、付加価値指数は一意となり、また付加価値の線型の定義は非線型の定義(またはその定数倍)と一致し本源的生産要素だけに依存することになる。4節でみたように Cobb-Douglas 型生産関数は棄却されなかったから、この生産関数 $Y=(AK^\alpha L^\beta)^\gamma M^{1-\gamma}$ を使ってこの仮説を検定する。原材料の限界生産物価値が原材料価格に等しければ、上記の生産関数の $(1-\gamma)$ は生産額に占める原材料のシェア (M/Y) に等しい筈である。そこでこの生産関数を推定し、 $1-\gamma$ の推定値が実際のシェア (M/Y) によく合致しているかどうかを調べることによって、当

該仮説を検定する。もし両者が非常にちがっていれば、この仮説は棄却されることになる。

$1-\gamma$ の推定値とその標準偏差および実際のシェア (M/Y) は表3に示してある。全産業において $(1-\gamma)$ の推定値は実際の原材料シェアより大きい。しかも産業1, 8, 13, 14を除く全産業において、この推定値は実際のシェアよりも有意に大きい。この限りでは、原材料の限界生産物価値=原材料価格という仮説は棄却されるようにみえる。しかし $(1-\gamma)$ の推定値と実際の原材料シェアとの間のケンドールの順位相関係数は.415であり、これは1%の水準で有意である。このことは、 $(1-\gamma)$ の推定値の大きい産業の方が原材料の実際のシェアも大きく、しかもこの関係は有意であることを意味する。この限りでは、上記の仮説は現実の原材料シェアをよく説明しているから棄却されないようにみえる。以上を総合すると、原材料の限界生産物価値=原材料価格という仮説は、原材料の実際のシェアをよく説明するわけではないが説明力が非常に弱いわけでもない。従ってこの検定では、この仮説は棄却されるかされないかの中間にあり、どちらともきめがたい。

6. 付加価値の線型および非線型の定義をめぐる検証

原材料の限界生産物価値=原材料価格という仮説が採択されると結論できれば、3節と4節の検定の結果より、付加価値の線型の定義は非線型の定義(またはその定数倍)に一致し、それは本源的生産要素だけに依存すると結論できる。従ってこの場合には、通常使われる付加価値の線型の定義だけを考えれば十分である。この仮説が棄却される場合には、一般的には付加価値の線型の定義は非線型の定義と一致せず、それは本源的生産要素だけでなく原材料にも依存する。この場合には、本源的生産要素だけに依存するように付加価値を定義するためには、一般的には非線型に定義しなければならない⁴⁾。前節の検定では、この仮説の採否は結論できなかった。従って、付加価値の線型の定義だけで十分であるかどうか現段階では結論できない。そこで本節はこの点に関し他の2つの視点から検討する。

まず、1節で述べた Griliches-Ringstadt の所説を検証する。彼等は、生産関数が $Y=\Phi(f(K, L), M)$ という

4) この場合、線型の定義を採用すると付加価値は一般的には原材料にも依存する。この場合には、付加価値の生産への原材料の寄与分が本源的生産要素(典型的には資本と労働)の間にどのように分配されるかという分配上の問題が生じ、それを説明する理論が必要となる。

分離可能性を満たせば(これは3節の検定で採択された), この $f(K, L)$ を付加価値と定義する。この定義は, 付随的な条件を別とすると, $f(k, L)$ と M の間の代替弾力性が0または ∞ であれば線型の定義($V \equiv Y - M$)に一致し, そうでなければ一般的には一致しない(ただし1節で述べたように, 原材料の限界生産物価値=原材料価格という条件は前提しない)。4節で Cobb-Douglas 型生産関数の仮説が棄却されなかったので $f(K, L)$ と M の間の代替弾力性は1と考えてよいが, もしかするとこの弾力性の推定値の95%信頼区間は0から ∞ までの非常に広い区間で, 代替弾力性が0および ∞ という仮説も棄却されないかもしれない。

このことを検証するため, 次のような CES 型生産関数を想定する。

$$Y = A[\delta(f(K, L))^{-\rho} + (1-\delta)M^{-\rho}]^{-1/\rho}$$

$f(K, L)$ と M の間の代替弾力性 σ は $1/(1+\rho)$ に等しい。 $f(K, L) = K^\alpha L^{1-\alpha}$ と特定化し, 上記の CES 型生産関数に Kmenta の近似を行なうと次式を得る。

$$\begin{aligned} \log Y = & \log A + \mu\delta[\log L + \alpha \log(K/L)] \\ & + \mu(1-\delta)\log(M/L) \\ & - \rho\mu\delta(1-\delta)[\alpha \log(K/L) + \log(M/L)]^2/2 \end{aligned}$$

上式を非線型推定すると, 代替弾力性 σ の推定値は全産業で1であるが, 標準偏差も非常に大きく, 95%の信頼区間は0から 10^9 の大きさにわたる非常に広範囲なものである。従って $f(K, L)$ と M の間の代替弾力性の推定値からは, 付加価値の非線型の定義が線型の定義に帰するか帰しないかを結論できない。

次に, 線型の定義による付加価値 $V \equiv Y - M$ が本源的生産要素 K と L だけに依存し M には依存しないかどうかを直接的にみるために, $\log V$ を定数, $\log K, \log L, \log M$ の上に回帰した。19個の産業中3個(産業8, 9, 10)を除いて, $\log M$ の係数推定値は正で5%の水準で有意であり, そのうちの大多数は1%の水準でも有意である。従って, 付加価値の線型の定義は K と L だけでなく M にも有意に依存する。この点からみれば, 本源的生産要素だけに依存するように付加価値を定義するためには, 線型の定義は不適切で非線型の定義を採用すべきであるように見える。ただし, この検定は十分に信頼できるものではない。というのは M は原材料使用額であるとともに, 県別の技術水準の差異も示していると考えられるからである。当該産業の生産活動が盛んな県は多量の M を使い, かつ技術水準が高いであろう。そのために, 前述の推定で $\log M$ の係数推定値が正で有意なのかもしれない。この技術水準の差異の影響を除けば,

$\log M$ の係数推定値は有意でなくなるかもしれない。そのときには, 線型に定義された付加価値は K と L だけに依存し原材料 M には依存しないといえる。県別の技術水準の差異の測定はこの寄書の範囲を越えるので, 今後の研究課題として残される。従って, この検定でも現段階では線型の定義による付加価値が原材料 M に依存するかしないか結論できない。

7. 結 論

生産過程における本源的生産要素と原材料 M の分離可能性は棄却されなかった。従って, 本源的生産要素だけに依存し原材料には依存しない付加価値を, Y と M について非線型になることを許すならば, 定義できる。問題は, この非線型の付加価値の定義と通常使われる線型の定義($V \equiv Y - M$)とが一致するかどうかである。一致すれば, 線型の定義による付加価値も本源的生産要素だけに依存し原材料には依存しない。この時には, 実質付加価値の真の指数も一意となる。一致しなければ, 上述のことがいえない。この点に関し, 本稿は佐藤の所説と Griliches-Ringstadt の所説の2つに沿って, 1970年の日本の製造業に属する19個の産業の県別データを使って両所説の仮説を検定した。両所説とも仮説のある部分は棄却されなかったが, ある部分は棄却されるかされないかの中間にあってどちらとも結論できなかった。従って現段階では, 線型に定義された付加価値が本源的生産要素だけに依存し原材料には依存しないという主張を強く棄却する実証結果はなかったといえる。

(東京都立大学経済学部)

参 考 文 献

- [1] Berndt, E. R. and L. R. Christensen, "The Translog Function and the Substitution of Equipment, Structures, and Labor in U. S. Manufacturing 1929—68," *Journal of Econometrics*, March 1973.
- [2] Denny, M. and D. May, "The Existence of a Real Value-added Function in the Canadian Manufacturing Sector," *Journal of Econometrics*, January 1977.
- [3] Griliches, Z. and V. Ringstadt, *Economies of Scale and the Form of the Production Function*, Amsterdam: North-Holland Pub. Company, 1971.
- [4] Kmenta, J., "On Estimation of the CES Production Function," *International Economic Review*, June 1967.
- [5] Sato, K., "The Meaning and Measurement of the Real Value Added Index," *Review of Economics and Statistics*, November 1976.