利潤率・実質賃金率・技術変化*

——固定設備を考慮して——

中　谷　　武

0. 記号と仮定

［記号］

a_{ij}, τ_i；第 i 財1単位を生産するのに必要な第 j 財（原材料もしくは固定設備の量）および直接労働量。

α_j；第 j 財の耐用期間，正の整数。

w；貨幣賃金率。

R_i；労働者が賃金を支出して単位労働あたりに得る第 i 財の量。

P_i；第 i 財1単位の価格。

［仮定］

（イ）n 部門

（ロ）すべての部門は直接労働の投入を必要とする。
$\tau_i>0$ for all i

（ハ）賃金前払いで，労働者は賃金所得全額を消費支出する。$w=\sum_{j=1}^{n} R_j P_j$

（ニ）固定設備の能率は耐用期間全体に渡って一定。

（ホ）すべての固定設備はなんらかの財の生産に使用される。

（へ）資本家によってのみ消費されるような財は存在しない。

1. 均等利潤率

以上の想定のもとで，置塩・中谷「利潤存在と剰余労働——固定資本を考慮して——」（『季刊理論経済学』第26巻第2号，1975年8月）では既に次のことが証明されている。

(i) すべての部門で等しい利潤率は次式で決定される。

$$P_i=\sum_{j=1}^{n} \varphi_j(r) a_{ij} P_j+(1+r)\tau_i w \quad (i=1, 2, \cdots, n) \tag{1}$$

$$w=\sum_{j=1}^{n} R_j P_j \tag{2}$$

但し

$$\varphi_j(r)=(1+r)^{\alpha_j}\Big/\sum_{s=0}^{\alpha_j-1}(1+r)^s \tag{3}$$

(ii) (1), (2) が $P_i>0$ なる条件のもとで，唯一の均等利潤率 $r>0$ をもつための必要十分条件は，剰余労働が存在することである。すなわち，

$$1-\sum_{j=1}^{n} R_j t_j>0 \tag{4}$$

但し，第 i 財1単位の価値 t_i は

$$t_i=\sum_{j=1}^{n}(a_{ij}/\alpha_j)t_j+\tau_i \tag{5}$$

より決まる。

直ちにわかるように，均等利潤率は1）技術係数 a_{ij}, τ_i, α_j，2）実質賃金率 R_j の2つの要因に依存して決まる。これらの要因の変化が均等利潤率にどのような影響を与えるかについて置塩『資本制経済の基礎理論』（創文社，1965年）第3章は次のような命題を証明した。

(i) 実質賃金率の上昇は均等利潤率を下落させる。ここで実質賃金率の上昇というのは，

$$\sum_{j=1}^{n} \bar{R}_j q_j^0>\sum_{j=1}^{n} R_j^0 q_j^0$$

を充たすような旧実質賃金率 $(R_1^0, R_2^0, \cdots, R_n^0)$ の新実質賃金率 $(\bar{R}_1, \bar{R}_2, \cdots, \bar{R}_n)$ への変化のことで，$(q_1^0, q_2^0, \cdots, q_n^0)$ は旧実質賃金率のもとで均等利潤率を成立させる，賃金単位で測った価格 $(q_i\equiv P_i/w)$ である。

(ii) 実質賃金率の上昇に対応して既知の生産技術の中から有利な技術に転換（代替的技術変化）した場合にも均等利潤率の低化は避けられない。しかしこのような技術導入をおこなわない場合にくらべて利潤率低下の程度は少ない。

(iii) 実質賃金率が一定で，ある部門にそのときの価格で測って利潤率を高める新しい技術が導入（革新的技術進歩）された場合，均等利潤率は必ず上昇する。

(iv) 技術導入を行なう前の価格状態で有利な生産方法は導入後に新しく成立する価格状態で測っても有利であるが[1]，その有利さの程度は減少する。

本稿では置塩『資本制経済の基礎理論』において固定設備の存在を捨象して論証された上の諸命題が，それを考慮に入れても成立することを示す。次に，均等利潤

* 本稿作成にあたって指導を受けた置塩信雄教授に感謝します。

1) 導入前と後では均衡価格状態が異なっているのでこのことは自明ではなく論証を必要とする。

率が成立せず，各部門の利潤率が互いに異なる場合，それらは相互にいかなる関係にあるか，そしてある部門の利潤率の上昇が他の部門の利潤率にいかなる影響を及ぼすかという問題について考える。

2. 耐用期間，実質賃金率の変化と利潤率

固定設備を考慮した場合，利潤率の決定因として新たに設備の耐用期間が加わる。はじめに次の命題を証明しよう。

[命題 1] 固定設備の耐用期間が増大(減少)すれば，均等利潤率は上昇(下落)する。

[証明] (1)と(2)を簡単に行列で表示すれば

$$\boldsymbol{q}=(1+r)(\boldsymbol{A\varphi}(r)\boldsymbol{q}+\boldsymbol{\tau}) \tag{6}$$

$$\boldsymbol{R}'\boldsymbol{q}=1 \tag{7}$$

但し，

$$\boldsymbol{q}'=(q_1, q_2, \cdots, q_n),\ \boldsymbol{A}=[a_{ij}],\ \boldsymbol{\tau}'=(\tau_1, \tau_2, \cdots, \tau_n),$$

$$\boldsymbol{\varphi}(r)=\begin{pmatrix} \dfrac{\varphi_1(r)}{1+r} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \dfrac{\varphi_n(r)}{1+r} \end{pmatrix},\ \boldsymbol{R}'=(R_1, R_2, \cdots, R_n)$$

となる[2]。(6)より $\boldsymbol{q}$ を求めれば

$$\boldsymbol{q}=(1+r)\left(\sum_{s=0}^{\infty}(1+r)^s[\boldsymbol{A\varphi}(r)]^s\right)\boldsymbol{\tau} \tag{8}$$

を得る。いま，第 k 財を固定設備としてその耐用期間が $\alpha_k{}^0$ から $\bar{\alpha}_k(\bar{\alpha}_k>\alpha_k{}^0)$ に増大したとしよう。$\alpha_k{}^0$ および $\bar{\alpha}_k$ のときに成立する均等利潤率，価格をそれぞれ $(r^0, \boldsymbol{q}^0)$, $(\bar{r}, \bar{\boldsymbol{q}})$ とすれば

$$\boldsymbol{q}^0=(1+r^0)\left(\sum_{s=0}^{\infty}(1+r^0)^s[\boldsymbol{A\varphi}(r^0, \alpha_k{}^0)]^s\right)\boldsymbol{\tau} \tag{9}$$

$$\boldsymbol{R}'\boldsymbol{q}^0=1 \tag{10}$$

$$\bar{\boldsymbol{q}}=(1+\bar{r})\left(\sum_{s=0}^{\infty}(1+\bar{r})^s[\boldsymbol{A\varphi}(\bar{r}, \bar{\alpha}_k)]^s\right)\boldsymbol{\tau} \tag{11}$$

$$\boldsymbol{R}'\bar{\boldsymbol{q}}=1 \tag{12}$$

となる。$\bar{r}\leqq r^0$ を仮定する。

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\varphi_i(r, \alpha_k)}{1+r}\right)=\frac{(1+r)^{\alpha_i-2}}{\{1-(1+r)^{\alpha_i}\}^2}\{(1+r)^{\alpha_i}-1-\alpha_i r\}>0 \quad \text{for } r>0, \alpha_i>1 \tag{13}$$

$$\varphi_k(r, \bar{\alpha}_k)-\varphi_k(r, \alpha_k{}^0)=\frac{r(1+r)^{\alpha_k{}^0}\{1-(1+r)^{\bar{\alpha}_k-\alpha_k{}^0}\}}{\{(1+r)^{\bar{\alpha}_k}-1\}\{(1+r)^{\alpha_k{}^0}-1\}}<0 \tag{14}$$

なることに注意すれば，(9), (11)より $\boldsymbol{q}^0\geqq\bar{\boldsymbol{q}}$ となる。仮定(へ)より，第 k 財は少なくともひとつの賃金財(それを第 s 財としよう)に対して直接あるいは間接の投入経路をもつ。しかるに(10), (12)より $\boldsymbol{R}'(\boldsymbol{q}^0-\bar{\boldsymbol{q}})=0$ であるから矛盾する。故に $\bar{r}>r^0$ (証了)

a_{ij}, τ_i の減少が均等利潤率を高めることも命題1と同様にして証明できる。すなわち労働生産性を高める(t_i を減少させる)技術が導入されると，実質賃金率を一定とする限り必ず均等利潤率は上昇するのである[3]。次に実質賃金率の変化を考えよう。

[命題 2] $\bar{\boldsymbol{R}}'\boldsymbol{q}^0>\boldsymbol{R}^{0\prime}\boldsymbol{q}^0$ なる実質賃金率の変化 $\boldsymbol{R}^0\rightarrow\bar{\boldsymbol{R}}$ は均等利潤率を下落させる。

[証明] 実質賃金率変化前と変化後の均等利潤率，価格 $(r^0, \boldsymbol{q}^0)$, $(\bar{r}, \bar{\boldsymbol{q}})$ は次式を充たす。

$$\boldsymbol{q}^0=(1+r^0)\left(\sum_{s=0}^{\infty}(1+r^0)[\boldsymbol{A\varphi}(r^0)]^s\right)\boldsymbol{\tau} \tag{15}$$

$$\boldsymbol{R}^{0\prime}\boldsymbol{q}^0=1 \tag{16}$$

$$\bar{\boldsymbol{q}}=(1+\bar{r})\left(\sum_{s=1}^{\infty}(1+\bar{r})^s[\boldsymbol{A\varphi}(\bar{r})]^s\right)\boldsymbol{\tau} \tag{17}$$

$$\bar{\boldsymbol{R}}'\bar{\boldsymbol{q}}=1 \tag{18}$$

いま $\bar{r}\geqq r^0$ を仮定すれば(13)より $\bar{\boldsymbol{q}}\geqq\boldsymbol{q}^0$ となるから $\bar{\boldsymbol{R}}'\boldsymbol{q}^0\leqq\bar{\boldsymbol{R}}'\bar{\boldsymbol{q}}$ を得る。他方，(16), (18)より $\bar{\boldsymbol{R}}'\bar{\boldsymbol{q}}=\boldsymbol{R}^{0\prime}\boldsymbol{q}^0$ だから，結局 $\bar{\boldsymbol{R}}'\boldsymbol{q}^0\leqq\boldsymbol{R}^{0\prime}\boldsymbol{q}^0$ となり仮定に反する。故に $\bar{r}<r^0$。 (証了)

以上より $\bar{\boldsymbol{R}}\geqq\boldsymbol{R}^0$ の場合はもちろん，旧価格で測って実質賃金率が上昇する場合には均等利潤率は下落することがわかる。

3. 技術進歩と利潤率

ところで実質賃金率が上昇した状態で新たな均等利潤率を成立させるように諸価格が変化すれば，貨幣賃金率と諸価格の相対比が変化するから，他に代替可能な生産技術があり，その方が有利であるならば資本家たちはそのような生産方法に転換するであろう。

[命題 3] 実質賃金率の上昇に対応して，既知の技術集合の中からより有利な生産技術を導入したときに成立する均等利潤率 r^* は，そのような技術導入をおこなわな

2) 本稿ではベクトルはすべて列ベクトルで定義し，行ベクトルは右肩の記号“′”で表示する。

3) 非基礎部門の存在を仮定すれば，非基礎部門にそのような技術進歩が導入されても社会全体の均等利潤率は不変である。非基礎部門に発生する超過利潤は競争の結果消滅し利潤率は再び旧水準にまで低下する。ここで非基礎部門というのは賃金財の生産に直接にも間接にもかかわりをもたない部門のことであるが本稿では仮定(へ)によりこのような部門の存在を無視している。

い場合の利潤率 $\bar{r}$ に比して高いが，旧実質賃金率に対応する均等利潤率 r^0 に比して低い。

［証明］ 問題を定式化しよう。$r^0, \bar{r}$ は次式から決まる。

$$\boldsymbol{q}^0=(1+r^0)[\boldsymbol{A}^0\boldsymbol{\varphi}(r^0,\alpha_1^0,\cdots,\alpha_n^0)\boldsymbol{q}^0+\boldsymbol{\tau}^0] \tag{19}$$

$$\boldsymbol{R}^{0\prime}\boldsymbol{q}^0=1 \tag{20}$$

$$\bar{\boldsymbol{q}}=(1+\bar{r})[\boldsymbol{A}^0\boldsymbol{\varphi}(\bar{r},\alpha_1^0,\cdots,\alpha_n^0)\bar{\boldsymbol{q}}+\boldsymbol{\tau}^0] \tag{21}$$

$$\bar{\boldsymbol{R}}'\bar{\boldsymbol{q}}=1 \tag{22}$$

ここで，$\boldsymbol{R}^0$ と $\bar{\boldsymbol{R}}$ の間には次の関係がある。

$$\bar{\boldsymbol{R}}'\boldsymbol{q}^0>\boldsymbol{R}^{0\prime}\boldsymbol{q}^0 \tag{23}$$

実質賃金率の上昇(23)に対応して導入される代替的技術を $(\boldsymbol{A}^*,\alpha_1^*,\cdots,\alpha_n^*,\boldsymbol{\tau}^*)$ とすれば，r^* は次式で決まる。

$$\boldsymbol{q}^*=(1+r^*)[\boldsymbol{A}^*\boldsymbol{\varphi}(r^*,\alpha_1^*,\cdots,\alpha_n^*)\boldsymbol{q}^*+\boldsymbol{\tau}^*] \tag{24}$$

$$\bar{\boldsymbol{R}}'\boldsymbol{q}^*=1 \tag{25}$$

$(r^0,\boldsymbol{q}^0)$ のもとでは旧技術 $(\boldsymbol{A}^0,\alpha_1^0,\cdots,\alpha_n^0,\boldsymbol{\tau}^0)$ の方が新技術 $(\boldsymbol{A}^*,\alpha_1^*,\cdots,\alpha_n^*,\tau^*)$ より有利であるが，$(\bar{r},\bar{\boldsymbol{q}})$ のもとでは逆に新技術の方が有利になることから

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{A}^0\boldsymbol{\varphi}(r^0,\alpha_1^0,\cdots,\alpha_n^0)\boldsymbol{q}^0+\boldsymbol{\tau}^0\\&\quad\leq\boldsymbol{A}^*\boldsymbol{\varphi}(r^0,\alpha_1^*,\cdots,\alpha_n^*)\boldsymbol{q}^0+\boldsymbol{\tau}^*\end{aligned} \tag{26}$$

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{A}^0\boldsymbol{\varphi}(\bar{r},\alpha_1^0,\cdots,\alpha_n^0)\bar{\boldsymbol{q}}+\boldsymbol{\tau}^0\\&\quad\geq\boldsymbol{A}^*\boldsymbol{\varphi}(\bar{r},\alpha_1^*,\cdots,\alpha_n^*)\bar{\boldsymbol{q}}+\boldsymbol{\tau}^*\end{aligned} \tag{27}$$

である[4)]。証明すべき命題は $r^0>r^*>\bar{r}$ であるが，$r^0>\bar{r}$ に既に示した。以下では順に，$r^*>\bar{r}$ および $r^0>r_*$ を証明しよう。

（イ） $r^*>\bar{r}$ の証明 (24)より

$$\boldsymbol{q}^*=(1+r^*)\left(\sum_{s=0}^{\infty}(1+r^*)^s[\boldsymbol{A}^*\boldsymbol{\varphi}(r^*,\alpha_1^*,\cdots,\alpha_n^*)]^s\right)\boldsymbol{\tau}^* \tag{28}$$

(21), (27)より

$$\bar{\boldsymbol{q}}\geq(1+\bar{r})\left(\sum_{s=0}^{\infty}(1+\bar{r})^s[\boldsymbol{A}^*\boldsymbol{\varphi}(\bar{r},\alpha_1^*,\cdots,\alpha_n^*)]^s\right)\boldsymbol{\tau}^* \tag{29}$$

いま $r^*\leqq\bar{r}$ を仮定すると(28), (29)より $\bar{\boldsymbol{q}}\geq\boldsymbol{q}^*$ を得る。

4) 条件(26), (27)が利潤率についての有利・不利を意味することは明らかである。たとえば(26)は旧価格状態で計算した新技術 $(\boldsymbol{A}^*,\alpha_1^*,\cdots,\alpha_n^*,\boldsymbol{\tau}^*)$ の利潤率が r^0 を上回らず，少なくともひとつの部門では下回ることを直ちに意味する。すなわち，(1)式より利潤率について次の2通りの表現が得られるが

$$r=\frac{q_i-x_i}{x_i},\quad x_i=\sum_{j=1}^{n}\frac{(1+r)^{\alpha_j-1}}{\sum_{s=0}^{\alpha_j-1}(1+r)^s}a_{ij}q_j+\tau_i \tag{1)*}$$

$$r=\frac{q_i-d_i-\tau_i}{\sum_{j=1}^{n}a_{ij}q_j+\tau_i},\quad d_i=\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{\sum_{s=0}^{\alpha_j-1}(1+r)^s}a_{ij}q_j \tag{2)*}$$

(2)* の意味での通常の資本利潤率の大小は，(1)* 式の x_i の意味での「費用」の大小に対応している。

仮定(へ)より新技術が導入された部門は少なくともひとつの賃金財部門に対して直接あるいは間接の投入経路をもつから

$\bar{q}_s>q_s^*$ for some s; 賃金財

しかるに(22), (25)より $\bar{\boldsymbol{R}}'(\bar{\boldsymbol{q}}-\boldsymbol{q}^*)=0$ であるから矛盾する。故に $r^*>\bar{r}$。

（ロ） $r^0>r^*$ の証明 (19), (26)より

$$\boldsymbol{q}^0\leq(1+r^0)\left(\sum_{s=0}^{\infty}(1+r^0)^s[\boldsymbol{A}^*\boldsymbol{\varphi}(r^0,\alpha_1^*,\cdots,\alpha_n^*)]^s\right)\boldsymbol{\tau}^* \tag{30}$$

いま $r^0\leqq r^*$ を仮定すれば(30), (28)より $\boldsymbol{q}^*\geqq\boldsymbol{q}^0$ となるが，（イ）と同様の理由から $q_s^*>q_s^0$ なる賃金財 s が存在する。しかるに(20), (23), (25)より $\bar{\boldsymbol{R}}'(\boldsymbol{q}^0-\boldsymbol{q}^*)>0$ となるから矛盾する。故に $r^0>r^*$。 (証了)

実質賃金率の上昇は生産方法に変化がない場合はもちろん，既知の技術集合の中から新しい価格状態でより有利な技術に転換した場合でも確実に均等利潤率をひき下げる。その際，代替的技術の導入はそうでなければ更に低下したであろう利潤率の下落を押しとどめる働きをする。

これまでは実質賃金率の上昇に伴って起こる代替的な技術変化の影響をみた。次に実質賃金率一定のもとで資本家が導入する技術革新の影響をみよう。

［命題 4］ 実質賃金率一定で，生産費を下げる技術(革新的技術進歩)が導入されると均等利潤率は必ず上昇する。

［証明］ 新技術導入前の均等利潤率，価格を $(r^0,\boldsymbol{q}^0)$，導入後のそれを $(\bar{r},\bar{\boldsymbol{q}})$ とすれば

$$\boldsymbol{q}^0=(1+r^0)[\boldsymbol{A}^0\boldsymbol{\varphi}(r^0,\alpha_1^0,\cdots,\alpha_n^0)\boldsymbol{q}^0+\boldsymbol{\tau}^0] \tag{31}$$

$$\boldsymbol{R}'\boldsymbol{q}^0=1 \tag{32}$$

$$\bar{\boldsymbol{q}}=(1+\bar{r})[\bar{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{\varphi}(\bar{r},\bar{\alpha}_1,\cdots,\bar{\alpha}_n)\bar{\boldsymbol{q}}+\bar{\boldsymbol{\tau}}] \tag{33}$$

$$\boldsymbol{R}'\bar{\boldsymbol{q}}=1 \tag{34}$$

但し，ふたつの技術について次の関係がある。

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{A}^0\boldsymbol{\varphi}(r^0,\alpha_1^0,\cdots,\alpha_n^0)\boldsymbol{q}^0+\boldsymbol{\tau}^0\\&\quad\geq\bar{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{\varphi}(r^0,\bar{\alpha}_1,\cdots,\bar{\alpha}_n)\boldsymbol{q}^0+\bar{\boldsymbol{\tau}}\end{aligned} \tag{35}$$

(31), (35)より

$$\boldsymbol{q}^0\geq(1+r^0)\left(\sum_{s=0}^{\infty}(1+r^0)^s[\bar{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{\varphi}(r^0,\bar{\alpha}_1,\cdots,\bar{\alpha}_n)]^s\right)\bar{\boldsymbol{\tau}} \tag{36}$$

(33)より

$$\bar{\boldsymbol{q}}=(1+\bar{r})\left(\sum_{s=0}^{\infty}(1+\bar{r})^s[\bar{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{\varphi}(\bar{r},\bar{\alpha}_1,\cdots,\bar{\alpha}_n)]^s\right)\bar{\boldsymbol{\tau}} \tag{37}$$

$r^0\geqq\bar{r}$ を仮定すれば(36)(37)より $\boldsymbol{q}^0\geq\bar{\boldsymbol{q}}$ となり，仮定(へ)より少なくともひとつの賃金財については不等号が

成立する。これは(32), (34)に矛盾する。故に $r^0<\bar{r}$。

(証了)

実質賃金率一定のもとで新技術が導入された場合，その新技術が仮に生産の有機的構成を高めるものであっても均等利潤率は確実に上昇する。ここで生産の有機的構成というのは一単位の生産に充用される「生きた労働」に対する，いわゆる「死んだ労働」の比率のことであって，たとえば第 k 部門の生産の有機的構成は $\sum_{j=1}^{n} a_{kj}t_j/\tau_k$ である。いま第 k 部門の生産に必要な固定設備，原材料に第 k 部門自身の生産物は含まれず，更にそれらの固定設備，原材料の生産に直接的にも間接的にも第 k 部門の生産物は物的な投入関係を持たないとしよう。すなわち第 k 部門はすべての部門と労働投入を通じてのみ結びつきを持つ賃金財を生産する基礎部門とする。さて，τ_k を除くすべての τ_i および $\boldsymbol{A}, \alpha_i$ を不変に保ち，τ_k だけを $\tau_k{}^0$ から $\bar{\tau}_k$ に減少させる新しい技術が現われたとする。そのような技術は明らかに上で定義した生産の有機的構成を高める。なぜならそのとき分子の $\sum_{j=1}^{n} a_{kj}t_j$ は不変で分母が減少するからである。しかしそのような技術の導入は(35)を充たし，したがって第 k 部門がその技術を採用した結果成立する均等利潤率は必ず上昇するのである。

さて旧価格状態で有利な技術を導入した結果，均等利潤率は上昇するが，均等利潤率を成立させるように諸価格が変化した状態においても，その技術は旧技術にくらべてなお有利であろうか。もしそうでなければ旧価格で有利な技術 T_0 は新価格状態では不利となり，再び旧技術 T_A が選ばれる。旧技術 T_A のもとでは再び T_0 が有利になる等々という循環が生ずる。

［命題 5］ 技術導入を行なう前の旧価格状態で有利な生産方法は導入後に新しく成立する価格で測っても有利であるが，その有利さの程度は減少する。

［証明］ まずはじめに設備の耐用期間 $(\alpha_1, \cdots, \alpha_n)$ は一定として，$\boldsymbol{A}, \boldsymbol{\tau}$ のみの変化を考えることにする。いま第 k 部門に革新的技術進歩が導入されたとすると，導入前と後の均等利潤率，価格は(32)，(34)および次の3式から決まる。

$$\boldsymbol{q}^0=(1+r^0)(\boldsymbol{A}^0\boldsymbol{\varphi}(r^0)\boldsymbol{q}^0+\boldsymbol{\tau}^0) \tag{38}$$

$$\bar{q}_i=(1+\bar{r})\left(\sum_{j=1}^{n}\frac{\varphi_j(\bar{r})}{1+\bar{r}}a_{ij}{}^0\bar{q}_j+\tau_i{}^0\right) i\neq k \tag{39}$$

$$\bar{q}_k=(1+\bar{r})\left(\sum_{j=1}^{n}\frac{\varphi_j(\bar{r})}{1+\bar{r}}\bar{a}_{kj}\bar{q}_j+\bar{\tau}_k\right) \tag{40}$$

新技術を旧価格で評価したときの利潤率 $\hat{r}$ は

$$q_k{}^0=(1+\hat{r})\left(\sum_{j=1}^{n}\frac{\varphi_j(r^0)}{1+r^0}\bar{a}_{kj}q_j{}^0+\bar{\tau}_k\right) \tag{41}$$

であり，旧技術を新しい価格で評価したときの利潤率 $\hat{\hat{r}}$ は

$$\bar{q}_k=(1+\hat{\hat{r}})\left(\sum_{j=1}^{n}\frac{\varphi_j(\bar{r})}{1+\bar{r}}a_{kj}{}^0\bar{q}_j+\tau_k{}^0\right) \tag{42}$$

で与えられる。さて，証明すべきことは次の2つである。［1］$\bar{r}>\hat{\hat{r}}$，［2］$\bar{r}<\hat{r}$。この証明には帰謬法が有効である。

［1］…［1］を否定すると $\bar{r}\leqq\hat{\hat{r}}$。(40)，(42)より

$$\bar{q}_k>(1+\bar{r})\left(\sum\frac{\varphi_j(\bar{r})}{1+\bar{r}}a_{kj}{}^0\bar{q}_j+\tau_k{}^0\right) \tag{43}$$

(39) (43)から

$$\bar{\boldsymbol{q}}\geq(1+\bar{r})\left(\sum_{s=0}^{\infty}(1+\bar{r})^s[\boldsymbol{A}^0\boldsymbol{\varphi}(\bar{r})]^s\right)\boldsymbol{\tau}^0 \tag{44}$$

他方，(38)より

$$\boldsymbol{q}^0=(1+r^0)\left(\sum_{s=0}^{\infty}(1+r^0)^s[\boldsymbol{A}^0\boldsymbol{\varphi}(r^0)]^s\right)\boldsymbol{\tau}^0 \tag{45}$$

を得るが，既に知っているように $\bar{r}>r^0$ であるから，$\bar{\boldsymbol{q}}>\boldsymbol{q}^0$ でなければならないが，このことは(32)，(34)に矛盾する。故に $\bar{r}>\hat{\hat{r}}$。

［2］…(38)および $\hat{r}>r^0$ であることから

$$\boldsymbol{q}^0<(1+\hat{r})(\boldsymbol{A}^0\boldsymbol{\varphi}(r^0)\boldsymbol{q}^0+\boldsymbol{\tau}^0) \tag{46}$$

となるが，この第 k 式を(41)と入れかえ変形すると

$$\boldsymbol{q}^0\leqq(1+\hat{r})\left(\sum_{s=0}^{\infty}(1+\hat{r})^s[\bar{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{\varphi}(r^0)]^s\right)\bar{\boldsymbol{\tau}} \tag{47}$$

但し，ここで $\bar{\boldsymbol{A}}, \bar{\boldsymbol{\tau}}$ は $\boldsymbol{A}^0, \boldsymbol{\tau}^0$ の第 k 行(要素)だけが異なり他は同じ要素を持つ。他方(39)，(40)から次式を得る。

$$\bar{\boldsymbol{q}}=(1+\bar{r})\left(\sum_{s=0}^{\infty}(1+\bar{r})^s[\bar{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{\varphi}(\bar{r})]^s\right)\bar{\boldsymbol{\tau}} \tag{48}$$

いま［2］が成立しないと仮定すると $\bar{r}\geqq\hat{r}$。既に $r^0<\bar{r}$ は知られているから(47)，(48)より，$\bar{\boldsymbol{q}}>\boldsymbol{q}^0$ を得て，［1］と同様の推論で前提が棄却される。

次に耐用期間が変化する場合を考えよう。いま第 k 固定設備の耐用期間が $\alpha_k{}^0$ から $\bar{\alpha}_k$ に変わり，その他の設備の耐用期間および $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{\tau}$ は一定不変であるとしよう。この場合，(31)，(33)はそれぞれ

$$\boldsymbol{q}^0=(1+r^0)(\boldsymbol{A}\boldsymbol{\varphi}(r^0, \alpha_k{}^0)\boldsymbol{q}^0+\boldsymbol{\tau}) \tag{49}$$

$$\bar{\boldsymbol{q}}=(1+\bar{r})(\boldsymbol{A}\boldsymbol{\varphi}(\bar{r}, \bar{\alpha}_k)\bar{\boldsymbol{q}}+\boldsymbol{\tau}) \tag{50}$$

となり，(41)，(42)に対応する式はそれぞれ次のようになる。

$$\boldsymbol{q}^0=\hat{\boldsymbol{z}}(\boldsymbol{A}\boldsymbol{\varphi}(r^0, \bar{\alpha}_k)\boldsymbol{q}^0+\boldsymbol{\tau}) \tag{51}$$

$$\bar{\boldsymbol{q}}=\hat{\hat{\boldsymbol{z}}}(\boldsymbol{A}\boldsymbol{\varphi}(\bar{r}, \alpha_k{}^0)\bar{\boldsymbol{q}}+\boldsymbol{\tau}) \tag{52}$$

但し

$$\hat{\boldsymbol{z}}=\begin{pmatrix}1+\hat{r}_1 & & 0\\ & \ddots & \\ 0 & & 1+\hat{r}_n\end{pmatrix},\quad \hat{\hat{\boldsymbol{z}}}=\begin{pmatrix}1+\hat{\hat{r}}_1 & & 0\\ & \ddots & \\ 0 & & 1+\hat{\hat{r}}_n\end{pmatrix}$$

第 k 設備を直接必要とする部門 i については $\hat{r}_i>r^0$ で

あること，そしてそれ以外の部門 j については $\hat{r}_j=r^0$ で，かつ $\hat{\hat{r}}_j=\bar{r}$ であることは自明である。ここで証明すべきことは，[1]$\bar{r}>\hat{\hat{r}}_i$, [2]$\bar{r}<\hat{r}_i$ for i; $a_{ik}>0$ のふたつである。

[1]…(14)を考慮すれば，$\bar{\alpha}_k$ から $\alpha_k{}^0$ への変化によってのみ利潤率 r_i(for i; $a_{ik}>0$) が変化する場合，それは，全て同一方向である。したがって [1] の否定は $\bar{r}\leqq\hat{\hat{r}}_i$ (for i; $a_{ik}>0$) を意味する。そのとき(52)を変形すると次式を得る。

$$\bar{\boldsymbol{q}}\geqq(1+\bar{r})\left(\sum_{s=0}^{\infty}(1+\bar{r})^s[\boldsymbol{A\varphi}(\bar{r},\alpha_k{}^0)]^s\right)\boldsymbol{\tau} \tag{53}$$

他方，(49)から

$$\boldsymbol{q}^0=(1+r^0)\left(\sum_{s=0}^{\infty}(1+r^0)^s[\boldsymbol{A\varphi}(r^0,\alpha_k{}^0)]^s\right)\boldsymbol{\tau} \tag{54}$$

となるが，(53), (54)および $r^0<\bar{r}$ より $\bar{\boldsymbol{q}}>\boldsymbol{q}^0$ となり矛盾する。

[2]…[2] の否定は上と同様にして $\bar{r}\geqq\hat{r}_i$(for i; $a_{ik}>0$) を意味する。(51)および $\hat{r}_i=r^0$ for i; $a_{ik}=0$ を考慮すれば次式を得る。

$$\boldsymbol{q}^0\leqq(1+\bar{r})\left(\sum_{s=0}^{\infty}(1+\bar{r})^s[\boldsymbol{A\varphi}(r^0,\bar{\alpha}_k)]^s\right)\boldsymbol{\tau} \tag{55}$$

(50)より

$$\bar{\boldsymbol{q}}=(1+\bar{r})\left(\sum_{s=0}^{\infty}(1+\bar{r})^s[\boldsymbol{A\varphi}(\bar{r},\bar{\alpha}_k)]^s\right)\boldsymbol{\tau} \tag{56}$$

となるが，$\bar{r}>r^0$ に注意すると $\bar{\boldsymbol{q}}>\boldsymbol{q}^0$ となり矛盾する。

(証了)

4. 利潤率格差

これまでは，すべての部門で等しい利潤率が成立するとして，その均等利潤率が実質賃金率，技術変化といかなる関係にあるかを検討してきた。しかし，通常は種々の理由から部門間に利潤率格差が存在している。いま，第 i 部門の利潤率を r_i とすれば

$$P_i=\sum_{j=1}^{n}\varphi_j(r_i)a_{ij}P_j+\tau_i\sum_{j=1}^{n}R_jP_j(1+r_i) \qquad (i=1,2,\cdots,n) \tag{57}$$

となる。

$$1/(1+r_i)=\beta_i,\quad \varphi_j(r_i)a_{ij}/(1+r_i)=b_{ij}(r_i),$$
$$b_{ij}(r_i)+\tau_iR_j=f_{ij}(r_i)$$

とすると(57)より

$$\beta_iP_i=\sum_{j=1}^{n}f_{ij}(r_i)P_j \tag{58}$$

となるが，(58)が $P_i>0$ なる解を持つためには各部門の利潤率は次の関係を充たさねばならない。

$$F\equiv|\beta_i\delta_{ij}-f_{ij}(\beta_i)|=0 \tag{59}$$

r_i の関係について次のことが言える[5]。

［命題 6］ 技術，実質賃金率を一定としてある部門が利潤率を引上げれば他の諸部門のうち少なくともひとつの部門の利潤率は下落する[6]。

［証明］ (59)より

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial F}{\partial\beta_i}d\beta_i=0 \tag{60}$$

ここで，

$$\frac{\partial F}{\partial\beta_i}=F_{ii}-\sum_{j=1}^{n}\frac{\partial f_{ij}}{\partial\beta_i}F_{ij} \tag{61}$$

但し，

F_{ij}; F の第(i,j)要素に関する余因数

(13)および $\beta_i=1/(1+r_i)$ に注意すれば

$$\frac{\partial f_{ij}}{\partial\beta_i}=\frac{dr_i}{d\beta_i}\frac{\partial}{\partial r_i}\left(\frac{\varphi_j(r_i)}{1+r_i}a_{ij}\right)<0$$

for $\alpha_i>1$, $a_{ij}>0$, $r_i>0$

また仮定(へ)より(f_{ij})が indecomposable であることから F の余因数行列は正行列となる[7]。従って

$$\frac{\partial F}{\partial\beta_i}>0 \text{ for all } i$$

故に命題は成り立つ。 (証了)

第 k 部門が生産物価格の上昇もしくは原材料価格の引き下げによって均等利潤率を上回る利潤率を得ており，k を除く他の部門間で競争がおこなわれた結果，k を除く諸部門について等しい利潤率 $\bar{r}$ が成立したとしよう。そのとき次のことが言える。

［命題 7］ 技術，実質賃金率一定で，ある部門が均等利潤率を上回る利潤率を獲得すれば，他部門で等しい利潤率は均等利潤率を下回る[8]。

［証明］ 定式化しよう。(31), (32)で決まる r^0 は，次の式で決まる $\bar{r}$ に比して高い。

$$\bar{q}_k=(1+r_k)\left\{\sum_{j=1}^{n}\frac{\varphi_j(r_k)}{1+r_k}a_{kj}\bar{q}_j+\tau_k\right\} \tag{62}$$

---

5) 固定設備を捨象した場合の命題 6.7 については N. Okishio, "Monopoly and the Rates of Profit," Kobe University Economic Review, I, p. 155。

6) 非基礎部門の存在を考慮しても，その非基礎部門が他部門の生産に生産財として投入されないで，資本家によって専ら消費されるような財を生産する部門でない限り，命題は成立する。

7) 二階堂副包『現代経済学の数学的方法』(岩波書店，1960 年) p. 139 参照。

8) 問題の部門が非基礎部門であれば，他部門の等しい利潤率はもちろん旧均等利潤率に等しい。

$$\bar{q}_i=(1+\bar{r})\left\{\sum_{j=1}^{n}\frac{\varphi_j(\bar{r})}{1+\bar{r}}a_{ij}\bar{q}_j+\tau_i\right\} \quad (i\neq k) \tag{63}$$

$$1=\sum_{j=1}^{n}R_j\bar{q}_j \tag{64}$$

但し

$$r_k>r^0 \tag{65}$$

いま命題を否定して $r^0\leqq\bar{r}$ を仮定する。(62), (63), (65) および $r^0\leqq\bar{r}$ より

$$\bar{q}_i\geq(1+r^0)\left\{\sum_{j=1}^{n}\frac{\varphi_j(r^0)}{1+r^0}a_{ij}\bar{q}_j+\tau_i\right\} \quad (i=1, 2, \cdots, n) \tag{66}$$

従って

$$\bar{\boldsymbol{q}}\geq(1+r^0)\left(\sum_{s=0}^{\infty}(1+r^0)^s[\boldsymbol{A}\boldsymbol{\varphi}(r^0)]^s\right)\boldsymbol{\tau} \tag{67}$$

少なくとも第 k 部門については(67)は不等号で成立する。他方(31)より

$$\boldsymbol{q}^0=(1+r^0)\left(\sum_{s=0}^{\infty}(1+r^0)^s[\boldsymbol{A}\boldsymbol{\varphi}(r^0)]^s\right)\boldsymbol{\tau} \tag{68}$$

(67), (68) より $\bar{\boldsymbol{q}}\geq\boldsymbol{q}^0$ となり，仮定(へ)より少なくともひとつの賃金財については $\bar{q}_i>q_i^0$ となる。これは(32), (64)に矛盾する。故に $r^0>\bar{r}$。

(京都大学経済研究所)