投資理論における調整費用と長期期待の役割*

――特に投資財価格期待の影響について――

佐　藤　光

I

企業の投資決定に対する調整費用の影響は過去，様々な観点から論じられてきた1)。それらは皆興味深い成果をもたらしたが，投資理論における調整費用の存在意義に関しては，いま一つ明確さを欠いているように思われる。この種の費用をモデルに導入すれば様々な事実を説明できることは確かであるが，その最も基本的な意義は企業家の投資決定方式を遠視眼的(hyperopic)にする点に求められねばならない2)。すなわち，現時点での投資需要量が現在から将来にわたる全計画期間のパラメーター予想値に依存して決定される点が基本である。これは，例えばD. W. Jorgensonの投資理論3)のように調整費用を仮定しない場合に，投資決定が近視眼的(miopic)となるのと対照的である。

投資理論における調整費用の基本的存在意義を以上のように確認した上で問題となるのは，企業家が投資決定にあたってどのような長期期待を形成し，かつ，それらがどのように投資需要量に影響するか，という点である。投資理論においてしばしば用いられる静的期待の仮定は，分析を著しく簡略化するし，又，ある場合には必ずしも非現実的とは言えないが，企業家のありうべき期待形成パターンのうちの極く特殊なものであることも事実である。特に，我々が基本的重要性を認める長期期待は，その性格上，極めて企業家の主観性の強いものであるから，出来るだけ期待形成方式に特殊な仮定をおかずに，その投資需要への影響を確認しておくことが望ましい。この「確認」の作業が本稿の主題である。

以上のような方向に沿った研究は現在まで余り行なわれていないが，特殊なケースについてこれを行なったものにGould [3] がある。Gouldは完全競争企業(price-takerとしての企業)・1次同次生産関数・2次の調整費用関数の仮定の下で，生産物価格・貨幣賃銀率・割引率に関しては静的期待の下での諸結果がしからざる場合にも「自然なやり方で拡張(extend in a natural way)」4)しうることを示した。しかし，彼がこれを容易になしえたのは，上の諸仮定の下では各時点での投資需要量が各種パラメーターの関数として陽表的に解かれうるからである。より一般的な仮定の下では，分析はそれほど容易ではなくなる。又，この点が重要なのだが，彼の仮定の下では，各期の投資需要量がこと投資財価格と調整費用についてはその期の値のみに依存することになって，これらに関する長期期待の影響を分析することが不要ないし不可能となるのである。

我々はGouldの仮定を含むより一般的な仮定の下で，しかし，離散的時間かつ有限計画期間の場合について彼と同様の試みを行なう。その際，投資財価格に関する長期期待の影響に焦点が当てられる。Gould(連続的時間・無限計画期間)と異なる定式化を行なった理由に触れておこう。第1に，Gouldの場合が我々の場合より現実的であるとは言えない。確かに有限計画期間の場合には，終点条件にあいまいさが生ずるが，期間を無限大としても，その方が現実の企業家の態度をより良く反映している保証はない。第2に，我々の定式化の下では，分析手段としてたかだか行列式の初歩的知識があれば十分であり，命題の証明が容易になる。我々が確認しえたことは，生産物販売条件(Gouldでは生産物価格)・貨幣賃金率・割引率については，Gouldよりも一般的な仮定の下で

＊　本稿は1976年10月理論・計量経済学会における筆者の報告の一部である。学会席上での大阪大学小泉進教授の適切な御批判及び予備稿に加えられた京大経済研究所青木昌彦教授と同僚の方々のコメントに深く感謝します。

1)　Eisner=Strotz [2]・Lucas [6]・Uzawa [10]・Gould [3]・Treadway [9]・Rothschild [8]・Nishibe [7]・Hartman [4]・Craine [1] 等がある。

2)　期待形成・調整費用関数の形状(凹か凸か)・計画期間の長さ・生産関数の形状等に関する特殊な仮定に依存せず，単に調整費用のあるなしのみに依存する投資行動パターンの相違は何か，という観点からその「基本的意義」を把えるというのが，ここでの我々の立場である。註1)の諸研究で得られた諸結果の大半は，上の要請を満たしていない。

3)　Jorgenson [5] を見よ。

4)　Gould [3] p. 54.

彼と同様の結論が得られるが，従って，静的期待の下での諸結果はより一般的な期待形成仮説の場合へ「自然に拡張」しうるが，投資財価格と調整費用関数については，そうでないということである。特に投資財価格については，今期のその上昇は今期の投資需要量を減少させるが，次期以降の任意の期の予想値は逆の影響を与える。従って，他の条件を一定とした投資財価格予想値の全般的上昇は，場合によっては今期の投資需要量を増加(逆の場合は逆)させるかもしれない。しかし，予想値の上昇幅がある条件を満たす場合には，そのようなことが起こらず，静的期待の場合がこの条件を満たす特殊なケースであることが明確となる。

II

企業の行動目的は，通常通り，net cash flow の割引現在価値の最大化であるとしょう。形式的には次の最大化問題を解くものとする。

Maximize V

subject to

(1) $K_{t+1}=K_t+I_t$[5] $(t=0, \cdots, T-1)$, K_0 given.

各記号は以下の如く定義されている。

$$V=\{G(K_0,\alpha_0)-q_0I_0-C(I_0,\beta_0)\}+\sum_{t=1}^{T-1}\{G(K_t,\alpha_t)-q_tI_t-C(I_t,\beta_t)\}\prod_{\tau=1}^{t}(1+r_{\tau-1})^{-1}+S(K_T)\prod_{\tau=1}^{T}(1+r_{\tau-1})^{-1}$$

$$G(K_t,\alpha_t)=\max_{L_t\geqq 0}\{p_tF(K_t,L_t,t)-w_tL_t\}$$

$S(K_T)$; スクラップ価値関数(scrap value function)

$F(K_t, L_t, t)$; 生産関数

$C(I_t, \beta_t)$; 調整費用関数

K_t; 資本ストック量

I_t; 投資量

L_t; 労働雇用量

q_t; 投資財価格

r_t; 割引率

w_t; 貨幣賃金率

p_t; 生産物価格

T; 計画終了時点

$\prod_{\tau=1}^{t}x_\tau=x_1\times\cdots\times x_t$

$S(K_T)$は計画終了時における資本ストック量の評価を表すもので，実質的にと言うよりはむしろ形式的に必要となる。これを用いずに終点条件として$K_T\geqq\bar{K}$($\bar{K}$はある正数)としても以下の議論に差異は生じない。$G(K_t,\alpha_t)$はt期の最大準地代であり，α_tはこれを規定する諸々のパラメーターを一括して示す。具体的には貨幣賃金率w_t・技術の状態$F(K_t,L_t,t)$・販売条件p_tがα_tに相当する。但し，p_tは企業が price-taker ならばパラメーターであり，price-maker ならば$p_t=p(Q_t,t)$, $Q_t=F(K_t,L_t,t)$, $\partial p/\partial Q_t<0$とする。$C(I_t,\beta_t)$の$\beta_t$も同様に$t$期の調整費用額を規定する諸々の要因を表わしており，例えば資本ストック調整のために購入される様々な資材の価格指標がこれに相当する。

さて，上の問題が最適解$(I_0,\cdots,I_{T-1})$を持つことは若干の仮定の下で，例えば Rothschild [8] Theorem I のようにして，示されるが，ここでは省略しよう。我々は諸関数の微分可能性の他次の仮定をおく。

仮定 1

$G_t''\leqq 0$ for ${}^\forall t\in\{0,\cdots,T-1\}$

$S_T''\leqq 0$

$C_t'\gtreqless 0\Leftrightarrow I_t\gtreqless 0$ for ${}^\forall t\in\{0,\cdots,T-1\}$

$C_t''>0$ for ${}^\forall t\in\{0,\cdots,T-1\}$

但し，$H(x_t,\gamma_t)$をx_tをγ_tの一般的な関数として，$H_t'=\partial H/\partial x_t$, $H_t''=\partial^2H/\partial x_t^2$と書くことにする。仮定の調整費用に関する部分は Gould [3]・Rothschild [8] と同様である。$G_t''\leqq 0$が成り立つ具体例としては，イ)企業が price-taker で$F(K_t,L_t,t)$がK_tとL_tに関して擬凹の場合[6]，ロ)企業が price-maker で$R_t=p(Q_t)Q_t$がQ_tに関して凹かつ$F(K_t,L_t,t)$がK_tとL_tに関して擬凹の場合などがあるが，我々の目的のためには，これ以上の特定化は不要である。

仮定1の下では，我々の問題の最適解が一意に決まり，その必要十分条件が以下で与えられることは容易に分る。

$$(OC)\quad\begin{cases}G_{t+1}'=(1+r_t)q_t-q_{t+1}+(1+r_t)C_t'-C_{t+1}' & (t=0,\cdots,T-2)\\ S_T'=(1+r_{T-1})q_{T-1}+(1+r_{T-1})C_{T-1}'\end{cases}$$

我々の目的は各種パラメーターの変化が最適投資需要量I_tに与える影響を分析することであるが，その前に幾つかの点を指摘しておこう。

(1)式と(OC)が$I_0,\cdots,I_{T-1}$に関するT元連立方程式である点に留意すると，最適解は$I_t=I_t(q_0,\cdots,q_{T-1},r_0,\cdots,r_{T-1},\alpha_1,\cdots,\alpha_{T-1},\beta_0,\cdots,\beta_{T-1},K_0)$ $(t=0,\cdots,T-1)$と表現できることが分る。つまり，一般的には各期の投資需要量は初期資本ストックと全計画期間のパラメーター

5) ここでは資本減耗を無視している。

6) 特に，Fが1次同次ならば$G_t''=0$であり，Gould のケースとなる。

予想値に依存して決定される。投資決定は遠視眼的に行なわれるのであるが，こうなるのは G_{t+1}' と C_{t+1}' とを介して各々の I_t が他と非独立に決定されるからに他ならない。言うまでもなく，(1)式と (OC) は仮定１のあるなしにかかわらず最適解の必要条件であるから，上で述べた事実は極めて一般的な妥当性を有している。

$C_1''=0$, 特に Jorgenson のように $C(I_t,t)\equiv 0$ for ${}^\forall t$ の場合には，今期の投資需要量は次々期以降のパラメーターと独立となって $I_0=I_0(q_0,q_1,r_0,\alpha_1,\beta_0,\beta_1,K_0)$ と表現されるが，これはあくまで特殊ケースにすぎない。

$G_u''=0$ for ${}^\forall u\geqq t+2$, $S_T''=0$ ならば $S_T'\cdot G_u'$ が $K_T\cdot K_u$ から独立となることに注意して，(OC) の最後の式を１つ前の式へ代入し，更にそれを１つ前の式に代入する等々の操作を $t+1$ 番目の式まで繰り返せば容易に分るように，$I_t=I_t(q_t,r_t,r_{t+1},\cdots,r_{T-1},\alpha_{t+1},\cdots,\alpha_{T-1},\beta_t,K_0)$ と表現できる。すなわち，この場合には t 期の投資需要量は，投資財価格と調整費用を規定するパラメーターに関しては，$t+1$ 期以降のそれから独立となる。これが，Gould の分析したケースに対応する[7]。しかし，これも特殊ケースであることは言うをまたない。

より一般的なケースに，長期期待の変化が投資需要量にどのような影響を与えるか，これを示すのが次の定理である。

定理 1

仮定１の下で，任意の $t\,(0\leqq t\leqq T-1)$ に関して以下が成り立つ。但し諸変数はすべて最適点で評価されている。

a) $\partial I_t/\partial\alpha_u \gtreqless 0 \Leftrightarrow \partial G_u'/\partial\alpha_u \gtreqless 0$ for ${}^\forall u\in\{t+1,\cdots,T-1\}$

b) $\partial I_t/\partial r_u \gtreqless 0 \Leftrightarrow q_u+C_u' \lesseqgtr 0$ for ${}^\forall u\in\{t,\cdots,T-1\}$

c) $\partial I_t/\partial q_t<0$

$\partial I_t/\partial q_u\geqq 0,\ \partial I_t/\partial q_u=0 \Leftrightarrow G_{u+1}''=\cdots=G_{T-1}''=S_T''=0$ for ${}^\forall u\in\{t+1,\cdots,T-1\}$

d) $\partial I_t/\partial\beta_t \lesseqgtr 0 \Leftrightarrow \partial C_t'/\partial\beta_t \gtreqless 0$

$\partial I_t/\partial\beta_u \gtreqless 0 \Leftrightarrow \partial C_u'/\partial\beta_u \gtreqless 0$ for ${}^\forall u\in\{t+1,\cdots,T-1\}$

但し $G_{u+1}''=\cdots=G_{T-1}''=S_T''=0$ のときには，又，そのときに限り $\partial C_u'/\partial\beta_u$ の符号によらず $\partial I_t/\partial\beta_u=0$[8]。

証明は後回しにして定理の意味を確認しておこう。

定理１a)は，他の条件一定として，K_u に関する限界準地代を増加(減少)させるような $u\,(\geqq t+1)$ 期のパラメーター変化がある場合には t 期の投資需要量が増加(減少)することを意味する。このような変化の例としては次のようなものがある。イ)企業が price-taker であり F が１次同次の場合の $p_u\cdot w_u\,(\partial G_u'/\partial p_u>0\cdot\partial G_u'/\partial w_u<0)$。ロ)企業が price-maker で，$p_t=\{Q_t\prod_{\tau=1}^{t}(1+\theta_\tau)^{-1}\}^{-1/\eta}\cdot F$ を１次同次とした場合の $\tilde\theta_u=\prod_{\tau=1}^{u}(1+\theta_\tau)\cdot w_u\,(\partial G_u'/\partial\tilde\theta_u>0\cdot\partial G_u'/\partial w_u\gtreqless 0\Leftrightarrow\sigma_u\gtreqless\eta)$。ここに θ_τ は $\tau-1$ 期から τ 期にかけての需要曲線のシフト率，η は需要の価格弾力性で $\eta>1$ を満たす定数，σ_u は K_u と L_u の代替の弾力性である。証明はやや複雑な計算を要するが，ここでは省略しよう。

定理１b)は，調整費用を含めた u 期の限界投資費用が正(負)ならば u 期の割引率の上昇は t 期の投資需要量を減少(増加)させることを示す。仮定１から $I_u\geqq 0$ なら必ず $q_u+C_u'>0$ となるから，通常の場合には t 期以後の割引率の上昇は t 期の投資需要量を減少させると言ってよいだろう。a)と b)は Gould の結論をより一般的なケースについて確認したものである。

Gould が無視したのは c)と d)である。これらは投資財価格と調整費用を規定するパラメーターに関しては，t 期と $t+1$ 期のそれらの変化が t 期の投資需要量に相反する効果を与えることを示している。期待形成に関する静的期待仮説の下では，各種パラメーターの予想値は全計画期間にわたって同一であり，t 期と $t+1$ 期以降のパラメーターは常に同一率で変化するから，q 又は β に関する比較動学の結果も，その同一率での変化という特殊事情に強く依存することになって，必ずしも Gould の言うようにより一般的な場合へ「自然なやり方で拡張」しうることにはならないのである。α 又は r のように $t+1$ 期又は t 期の値の変化とそれ以降の値の変化が t 期の投資需要量に同方向の効果を与える場合には，

7)　Gould の場合は，$T=+\infty$, $C(I_t,\beta_t)=\tilde q_t I_t^2\,(\beta_t=\tilde q_t$ とする$)$, $G_{t+1}'=g(\alpha_{t+1})$ for ${}^\forall t\geqq 0$ だから我々の (OC) は

$$(OC')\ g(\alpha_{t+1})=(1+r_t)q_t-q_{t+1}+2(1+r_t)\tilde q_t I_t-2\tilde q_{t+1}I_{t+1}\ \text{for}\ {}^\forall t\geqq 0$$

となる。これを解けば

$$I_t=\frac{1}{2\tilde q_t}\left[\sum_{u=1}^{\infty}g(\alpha_{t+u})\prod_{\tau=t}^{t+u-1}(1+r_\tau)^{-1}-q_t\right]\ \text{for}\ {}^\forall t\geqq 0$$

となって，t 期の投資需要量が $q\cdot\tilde q$ に関しては $q_t\cdot\tilde q_t$ のみに依存することが分かる。但し，Gould [3] では $q_t=q$ for ${}^\forall t\geqq 0$, $\tilde q_t=\tilde q$ for ${}^\forall t\geqq 0$ とされている。I_t が $\alpha_u\cdot r_u\,(u\geqq t+1)\cdot K_0$ に依存しないことも上式から明白である。

8)　形式的完全さを期せば，$\alpha_u\cdot r_u\cdot q_u\cdot\beta u\,(u\leqq t-1)\cdot K_0$ に関する結果をも記すべきだが，ここでは省略しよう。

そのような心配が不要であることは言うまでもない。

しかし q 又は β に関する長期期待の変化が特殊な条件を満たす場合には，静的期待の下での結論に信頼を置いて大過ないかもしれない。それを q の場合について示すのが次の定理である。β についても形式的には同様の命題が成立するが，その解釈は必ずしも容易ではない[9]。この点を詳論するのは，調整費用に関するより実質的な研究が進んでからにした方が賢明であろう。

定理の表現を簡略にするため，次のように記号を定義する。$t=0$ の場合，$v_u=(1+r_u)dq_u-dq_{u+1}(u=0,\cdots,T-2)$，$v_{T-1}=(1+r_{T-1})dq_{T-1}$，$1\leqq t\leqq T-2$ の場合 $v_{t-1}=dq_t$，$v_u=(1+r_u)dq_u-dq_{u+1}(u=t,\cdots,T-2)$，$v_{T-1}=(1+r_{T-1})dq_{T-1}$，$t=T-1$ の場合 $v_{T-2}=dq_{T-1}$，$v_{T-1}=(1+r_{T-1})dq_{T-1}$。$U^t=\{u|t=0$ の場合は $0\leqq u\leqq T-1$，$1\leqq t\leqq T-1$ の場合は $t-1\leqq u\leqq T-1\}$。$dI_t^{)q(}=\sum_{u=t}^{T-1}\partial I_t/\partial q_u dq_u$。

定理 2[10]

仮定1の下で，任意の $t\in\{0,\cdots,T-1\}$ について以下が成り立つ。

$v_u\geqq0$ for $^\forall u\in U^t$，又は $v_u\leqq0$ for $^\forall u\in U^t$ ならば $dI_t^{)q(}\lesseqgtr0\Leftrightarrow dq_t\gtreqless0$。

定理は，投資財価格の全般的上昇(下落)が見込まれ，かつ，将来の予想値が今期の投資需要量に影響を及ぼす場合であっても，各時点での予想上昇(下落)幅が $(1+r_u)dq_u\geqq(\leqq)dq_{u+1}$ を満たすならば，今期の投資は減少(増加)することを意味している。静的期待の場合には $dq_t=dq_{t+1}=\cdots=dq_{T-1}$ だから，この条件は必ず満足される。しかし，将来のある時点での予想上昇(下落)幅が十分に大きく $(1+r_u)dq_u<(>)dq_{u+1}$ for some $u\geqq t+1$ となる場合には，静的期待の下での結論は誤った結論に導くかもしれない。

III

定理の証明には次の2つの補題が有用である。

補題 1

正方行列 $M=[m_{ij}](i=1,\cdots,n,j=1,\cdots,n)$ が次の符号パターンを満たすとする。$m_{ij}\leqq0(i=1,\cdots,n,j=1,\cdots,n)$，$m_{ii+1}\geqq0(i=1,\cdots,n-1)$，$m_{ij}=0(i=1,\cdots,n,j=i+2,\cdots,n)$。このとき，sign $|M|=$sign $(-1)^n$ or 0 で，0 は $\prod_{i=1}^n m_{ii}=0$ のときのみ。

証明

第 n 列に関する余因数展開を利用すれば，数学的帰納法によって容易に示される。　　　　証明終り。

補題 1′

補題1の M が特に，$m_{ii}<0(i\neq1)$，$m_{ii+1}>0(i=1,\cdots,n-1)$ を満たせば，sign $|M|=0\Leftrightarrow m_{i1}=0$ for $^\forall i$。

証明

($\Leftarrow$) 自明である。

($\Rightarrow$) $m_{i1}<0$ for some $i\Rightarrow$ sign $|M|=$sign $(-1)^n$ を示せばよい。$n\leqq3$ のときは直接容易に確認できる。$n=k(k\geqq4)$ のとき補題が成り立っていると仮定する。上の符号パターンを持つ $(k+1)\times(k+1)$ 行列の行列式 $|M_{k+1}|$ を第 $k+1$ 列で展開すると，

$|M_{k+1}|=(-1)^{2(k+1)}m_{k+1k+1}|M_k|+(-1)^{2k+1}m_{kk+1}|M_k'|$

となる。ここに $|M_k|\cdot|M_k'|$ はそれぞれ $|M_{k+1}|$ の $(k+1,k+1)\cdot(k,k+1)$ 小行列式である。$m_{i1}<0$ for some $i\in\{1,\cdots,k+1\}$ であるが，$i\in\{1,\cdots,k\}$ ならば，仮定によって sign $|M_k|=$sign $(-1)^k$，又，補題1から sign $|M_k'|=$sign $(-1)^k$ or 0 だから，$m_{k+1k+1}<0, m_{kk+1}>0$ を考慮すると sign $|M_{k+1}|=$sign $(-1)^{k+1}$ となる。$i\notin\{1,\cdots,k\}$ ならば，$m_{i1}=0$ for $^\forall i\in\{1,\cdots,k\}$ かつ $m_{k+1}<0$ だから，sign $|M_k|=0$。他方 $|M_k'|$ を第1列で展開すると，$|M_k'|=(-1)^{k+1}m_{k+11}|M_k''|$ となるが，$|M_k''|=\begin{vmatrix} m_{12} & & O \\ & \ddots & \\ * & & m_{k-1k}\end{vmatrix}=m_{12}\times\cdots\times m_{k-1k}>0$ (仮定より) だから，sign $|M_k'|=(-1)^k$。従って，結局 sign $|M_{k+1}|=$sign $(-1)^{k+1}$ を得る。

証明終り。

以下では，$t=0$ の場合についてのみ定理1・2を証明する。$t=1,\cdots,T-1$ の場合についても同様の論法を用いればよい。

定理1の証明

定理 a) と b) 或いは c) と d) は，それぞれ一方の証明法が直接他へも適用できるので，a) と c) についてのみ証明を与える。

a) の証明

最適条件 (1)・(OC) を $\alpha_u(u=1,\cdots,T-1)$ で微分して Cramer の公式を使えば，

(2)　$\partial I_0/\partial\alpha_u=(-\partial G_u'/\partial\alpha_u)(-1)^{u+1}D_{u1}/D$

を得る。ここに $D\cdot D_{u1}$ はそれぞれ行列 $[d_{ij}](i=1,\cdots,$

9) 例えば，$(1+r_u)\partial C_u'/\partial\beta_u d\beta_u\geqq\partial C_{u+1}'/\partial\beta_u d\beta_u$ for $^\forall u\in\{0,\cdots,T-1\}$，$(1+r_{T-1})\partial C_{T-1}'/\partial\beta_{T-1}d\beta_{T-1}\geqq0$ が成り立てば，$\partial C_0'/\partial\beta_0 d\beta_0\geqq0\Longrightarrow dI_0^{)\beta(}=\sum_{u=0}^{T-1}\partial I_0/\partial\beta_u\cdot d\beta_u\leqq0$ となる。しかし，上の諸条件がどのような場合に成立するか，或いは，それが具体的に何を意味するか，という点に関しては必ずしも明確なことが言えない。$C(I_t,\beta_t)$ の具体的内容・定式化の如何によって，解釈は様々に異なりうる。

10) Gould のケースでは，常に $dI_t^{)q(}\lesseqgtr0\Leftrightarrow dq_t\gtreqless0$ となることが容易である。

$T, j=1,\cdots,T$) の行列式・$(u,1)$小行列式であり，d_{ii} は次のように定義されている。$d_{11}=G_1''-(1+r_0)C_0''$, $d_{12}=C_1''$, $d_{1j}=0\,(j=3,\cdots,T)$, $i\in\{2,\cdots,T-2\}$ については，$d_{ij}=G_i''\,(j=1,\cdots,i-1)$, $d_{ii}=G_i''-(1+r_{i-1})C_{i-1}''$, $d_{ii+1}=C_i''$, $d_{ij}=0\,(j=i+2,\cdots,T)$, $d_{T-1j}=G_{T-1}''\,(j=1,\cdots,T-2)$, $d_{T-1T-1}=G_{T-1}''-(1+r_{T-2})C_{T-2}''$, $d_{T-1T}=C_{T-1}''$, $d_{Tj}=S_T''\,(j=1,\cdots,T-1)$, $d_{TT}=S_T''-(1+r_{T-1})C_{T-1}''$。この定義と仮定1を考慮すると行列$[d_{ij}]$が補題1の符号パターンを満たし，特に，$d_{ii}<0$ for $^\forall i$ であることが分かる。従って sign D=sign $(-1)^T$。

他方

$$D_{u1}=\begin{vmatrix} d_{12} & d_{13}\cdots\cdots d_{1u} & d_{1u+1}\cdots\cdots d_{1T}\\ d_{22} & d_{23}\quad d_{24}\cdots d_{2u} & \vdots \\ \vdots & \ddots\quad\ddots\quad\vdots & \vdots \\ \vdots & d_{u-2u} & \vdots \\ d_{n-12} & \cdots\cdots\cdots\, d_{u-1u} & d_{u-1u+1}\cdots d_{u-1T}\\ & & d_{u+1u+1}\cdots d_{u+1T}\\ & & \vdots\quad\ddots\quad\vdots\\ & & d_{Tu+1}\cdots\cdots d_{TT}\end{vmatrix}$$
であるが，

d_{ij} の定義に注意すると，$D_{u1}=d_{12}\times d_{23}\times\cdots\times d_{u-1u}\begin{vmatrix} d_{u+1u+1}\cdots d_{u+1T}\\ \vdots\quad\ddots \\ d_{Tu+1}\quad\cdots d_{TT}\end{vmatrix}$ となり，d_{ij} の定義・仮定1・補題1から sign D_{u1}=sign$(-1)^{T-u}$ を得る。以上の結果と(2)式から sign $\partial I_0/\partial\alpha_u$=sign $\partial G_u'/\partial\alpha_u$ を得る。

a)の証明終り。

c)の証明

$u\geqq1$ の場合を示す($u=0$ の場合はより簡単である)。a)と同様にして次式を得る。

(3)　$\partial I_0/\partial q_u=\widehat{D}_{u1}/D$

ここに D は a)と同一で，

$$\widehat{D}_{u1}=\begin{vmatrix} 0 & d_{12} & \cdots d_{1T}\\ \vdots & \vdots & \\ 0 & d_{u-12} & \cdots d_{u-1T}\\ -1 & d_{u2} & \cdots d_{uT}\\ 1+r_u & d_{u+12} & \cdots d_{u+1T}\\ 0 & d_{u+22} & \cdots d_{u+2T}\\ \vdots & \vdots & \vdots\\ 0 & d_{T2} & \cdots d_{TT}\end{vmatrix}$$
である。

$\widehat{D}_{u1}$ の第u行に$(1+r_u)$をかけて第$u+1$行に加え，第1列で余因数展開をすると，$\widehat{D}_{u1}=(-1)^{u+2}\tilde{D}_{u1}$ となる。ここに，

$$\tilde{D}_{u1}=\begin{vmatrix} d_{12}\ \cdots d_{1u} & d_{1u+1}\quad\cdots d_{1T}\\ \vdots\quad\ddots\quad\vdots & \\ d_{u-12}\cdots d_{u-1u} & d_{u-1u+1}\cdots d_{u-1T}\\ & \tilde{d}_{u+1u+1}\cdots\tilde{d}_{u+1T}\\ * & d_{u+2u+1}\cdots d_{u+2T}\\ & \vdots\quad\ddots\\ & d_{Tu+1}\quad\cdots d_{TT}\end{vmatrix},\quad \tilde{d}_{u+1\tau}=d_{u+1\tau}+$$
$(1+r_u)d_{u\tau}\,(\tau=2,\cdots,T)$

であるが，d_{ij} の定義に注意すると，

$$\tilde{D}_{u1}=d_{12}\times\cdots\times d_{u-1u}\begin{vmatrix}\tilde{d}_{u+1u+1}\cdots\tilde{d}_{u+1T}\\ d_{u+2u+1}\cdots d_{u+2T}\\ \vdots\quad\ddots\quad\vdots\\ d_{Tu+1}\quad\cdots d_{TT}\end{vmatrix}$$

となる。d_{ij} の定義・仮定1・補題1'から，sign $\tilde{D}_{u1}$=sign $(-1)^{T-u}$ or 0 で，sign $\tilde{D}_{u1}=0 \Leftrightarrow \tilde{d}_{u+1u+1}=d_{u+2u+1}=\cdots=d_{Tu+1}=0\Leftrightarrow G_{u+1}''=G_{u+2}''=\cdots=G_{T+1}''=S_T''=0$ が成り立つ。ここで，$\tilde{d}_{u+1u+1}=G_{u+1}''$, $\tilde{d}_{u+1u+2}=C_{u+2}''$, $\tilde{d}_{u+1\tau}=0$ for $^\forall\tau\geqq u+3$ である点に注意する。

以上の結果をまとめて，sign $\partial I_0/\partial q_u$=sign $\widehat{D}_{u1}/D$=sign $(-1)^{u+2}\tilde{D}_{u+1}/D=1$ or 0 で，sign $\partial I_0/\partial q_u=0\Leftrightarrow G_{u+1}''=\cdots=G_{T-1}''=S_T''=0$ for $u\geqq1$ を得る。

c)の証明終り。

定理2の証明

(3)式を考慮すれば次式を得る。

(4)　$dI_0{}^{)q(}=D^1/D$

但し，$D^1=\sum_{u=0}^{T-1}\widehat{D}_{u1}dq_u$, $\tilde{D}_{01}$ は D の第1列をタテベクター$(1+r_0,0,\cdots,0)'$ でおきかえたものである．$\widehat{D}_{u1}$ と v_u の定義から D^1 は次のように表現できる。

$$D^1=\begin{vmatrix} v_0 & d_{12}\cdots d_{1T}\\ \vdots & \vdots\qquad\vdots\\ v_{T-1} & d_{T2}\cdots d_{TT}\end{vmatrix}=\sum_{j=1}^{T}(-1)^{1+j}D_{j1}v_{j-1}$$ [11]

ここにD_{j1}は$[d_{ij}]$の$(j,1)$小行列式であるが，定理1a)の D_{u1} の符号に関する説明から sign D_{j1}=sign$(-1)^{T-j}$ $(j=1,\cdots,T)$ となる。従って，sign $(-1)^{1+j}D_{j1}$=sign $(-1)^{T+1}$ $(j=1,\cdots,T)$ である。ところで，$v_u\geqq0$ for $^\forall u\in U^0$ 又は $v_u\leqq0$ for $^\forall u\in U^0$ の仮定の下では，$dq_0>0$ ならば $v_u\geqq0$ for $^\forall u\in U^0$ かつ $v_u>0$ for some $u\in U^0$ だから，sign D^1=sign $(-1)^{T+1}$ となり，他方，sign D=sign $(-1)^T$ だから結局 $dI_0{}^{)q(}=D^1/D<0$ が成り立つ。

同様にして $dq_0=0$ ならば $dI_0{}^{)q(}=0$, $dq_0<0$ ならば $dI_0{}^{)q(}>0$ となることを示すことが出来る。

定理2証明終り。

(京都大学経済研究所)

[後記]

学会の席上で，小泉教授から，遠視眼的投資決定ルールは本稿のように調整費用を前提としなくても vintage モデルを用いれば導出できる，との御教示をいただいた。確かに，異時点投資間の加算可能性の仮定の下では調整費用の存否が投資決定を遠視眼的にするか否かの crucial な条件となるが，その可能性を否定した vintage モ

11)　この場合($t=0$)には，余因数展開をしなくても，直ちに補題1'から定理を導ける。しかし，$t\geqq1$ の場合には余因数展開をした方が証明が容易である。

デルにおいては（調整費用の有無にかかわらず）遠視眼的となりうる。各時点での投資需要量が非独立に決定される条件がありさえすればよいからである。筆者は本稿を脱稿した時点ではこの方向に沿った研究を知らなかったが，その後 A. Virmani, "A Dynamic Model of the Firm," *Journal of Political Economy*, Vol. 84, No. 3 (June 1976) に接する機会を得た。この論文は完全競争企業の投資行動を vintage モデルによって分析し，最適投資量が生産物価格・労賃・割引率に関しては現在及び将来予想値の，又，投資財価格に関しては現在値のみの関数となることを示している。しかし，この論文と本稿のアプローチ・結果の異同については別の機会に詳論することにしたい。

参考文献

[1] Craine, R., "Investment, Adjustment Costs, and Uncertainty," *International Economic Review*, Vol. 16, No. 3 (October 1975).

[2] Eisner, R. and Strotz, R. H., "Determinants of Business Investment," Research Study Two in *Impacts of Monetary Policy*, Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall (1963).

[3] Gould, J. P., "Adjustment Costs in the Theory of Investment of the Firm," *Review of Economic Studies*, Vol. 35, No. 101 (January 1968).

[4] Hartman, R., "Adjustment Costs, Price and Wage Uncertainty, and Investment," *Review of Economic Studies*, Vol. 15, No. 122 (April 1973).

[5] Jorgenson, D. W., "The Theory of Investment Behavior," in *Determinants of Investment Behavior: A Conference of the Universities*, National Bureau Committee for Economic Research, National Bureau of Economic Research, New York (1967).

[6] Lucas, R. E., "Optimal Investment Policy and the Flexible Accelerator," *International Economic Review*, Vol. 8, No. 1 (February 1967).

[7] Nishibe, S., "Technical Progress and the Investment Function,"『経済研究』第 23 巻第 4 号 (October 1972)。

[8] Rothschild, M., "On the Cost of Adjustment," *Quarterly Journal of Economics*, Vol. LXXXV, No. 4 (November 1971).

[9] Treadway, A. B., "On Rational Entrepreneurial Behavior and the Demand for Investment," *Review of Economic Studies*, Vol. 36, No. 106 (April 1969).

[10] Uzawa, H., "The Penrose Effect and Optimum Growth," *The Economic Studies Quarterly*, Vol. XIX, No. 1 (March 1968).

投稿規程

本誌は，1962 年 7 月発行の第 13 巻第 3 号で紙面の一部を研究者の自発的な投稿制による原稿のために割くことを公表いたしましたが，それ以来かなりの数の研究者の投稿を経て今日にいたりました。ここに改めて本誌が投稿制を併用していることを明らかにし，投稿希望者を募ります。投稿規程は次のとおりです。

1. 投稿は「論文」(400 字詰 40 枚)「寄書」(400 字詰 20 枚) の 2 種とします。
2. 投稿者は，原則として，日本学術会議選挙有権者と，同資格以上のもの（大学院博士課程後期に在籍する学生をふくむ）に限ります。
3. 投稿の問題別範囲は，本研究所がその業務とする研究活動に密接な関係をもつ分野に限ります。本研究所の研究部門は次のとおりです。

   日本経済。アメリカ経済。ソ連経済。英国および英連邦経済。中国および東南アジア経済。国民所得・国富。統計学およびその応用。国際経済機構。経済計測。学説史および経済史。比較経済体制。金融経済。現代経済分析。
4. 投稿原稿の採否は，編集部の委嘱する審査委員の審査にもとづき編集部で決定させていただきます。原稿は採否にかかわらずお返ししません。
5. 原稿の送り先：（〒 186）東京都国立市中 2 丁目 1 番地　一橋大学経済研究所『経済研究』編集部（電話 0425(72)1101　内線 374）
6. 投稿を希望される方には『経済研究』執筆要綱をお送りしますので，送付先住所，氏名記入・50 円切手貼付の封筒を添えて編集部までお申込み下さい。