租税超過負担問題の再検討*)

田村紀之・松尾昌平

§1. 生産費の条件を一定とし，無差別曲線の凸性を前提とすると，ある財への消費税の課税ないし増税は，これと同額の一括固定税を徴収する場合に比べて，消費者をより低い効用水準に止めてしまう——いわゆる「直接税」と「間接税」をめぐる周知の超過負担の命題は，このように要約することができよう。しかしこの命題は，消費税による限界条件の変化が，①既になされている課税による攪乱効果を相殺するような変化であるとき，あるいは②予算規模そのものを左右するような変化であるときには，必ずしも成立するとは限らない[1]。

さらに消費計画が将来時点にわたる長期的視点からたてられる場合には，たとえ一時的な超過負担が存在したとしても，計画期間全体を通してみたときには，「間接税」の導入が逆に効用水準を上昇させてしまうかもしれない。この点について，これまで十分な検討がなされてきたとは言えまい。Atkinson は有限計画期間モデルのもとで，資産に対する各種の課税方法の意味とその効果の分析を行なっている。しかしそこでは，超過負担問題は直接的には考慮の対象とはなっていない。他方 Levhari & Sheshinski においては，対数線型の消費効用と無限計画期間のもとでの，長期的な超過負担の有無が吟味されている。けれども彼等の定義する超過負担は資産所得税と一括固定税との比較を基礎とするものであり，前者の役割は異時点間の消費の限界代替率を攪乱することに限定されている。

本稿の目的は，有限期間の消費計画において，勤労所得税がもたらす瞬間的な超過負担と長期的な超過負担との相互関連を考察することにある。分析の基礎となるモデルは次節で提示され，これに基く超過負担問題の再検討が第3・4節で行なわれる。第5節では効用関数を対数線型に特定化したときの帰結が例示される。最後の節は議論の要約にあてられる。

§2. 静態的な価格予想をもとにして，生涯$(T>0)$にわたる一貫した(consistent)消費計画をたてる個人の効用関数が，次式のようなものであるとしよう。

$$W=\int_0^T u(c(t),x(t))e^{-\delta t}dt+\varphi(a(T))e^{-\delta T}\cdots\cdots(1)$$

ただし$c(t)$, $x(t)$ および $a(t)$ は，任意時点 $0\leqq t\leqq T$ における消費量，労働時間，ならびに資産残高を表わしている。また $\varphi(T)=\varphi(a(T))$ は遺産の効用水準である。単純化のために，瞬間的な効用関数 $u(t)=u(c(t),x(t))$ ならびに $\varphi(t)$ は強い凹関数であって，消費と遺産の限界効用は逓減し，労働の限界不効用は逓増するものと仮定しておく。さらに，消費と余暇 $1-x(t)>0$ は共に正常財であると仮定する[2]。

いま税引後の賃金率と税引後の資産収益率を，それぞれ π と ρ で示し，一括固定税を $v(t)$ で表わせば，各時点における個人の予算式は次のようになる。

$$\dot{a}(t)=\pi x(t)+\rho a(t)-v(t)-c(t)\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

計画時点における資産 $a(0)=a_0$ を所与とするとき，最適計画は上式(2)と符号条件$(a(t)\geqq0, c(t)>0, 0<x(t)<1)$をみたし，かつ以下の諸式を満足するような $a(t)$, $c(t)$ および $x(t)$ の径路によって描写される。

$$\left.\begin{array}{l} u_1=\lambda(t),\ u_2+\pi\lambda(t)=0\\ \dot{\lambda}(t)=(\delta-\rho)\lambda(t)\\ \lambda(T)=\varphi'(a(T)) \end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

のちの議論の便宜上，税引後かつ再投資後の純資産所得(net cash flow)を$m(t)$とおくと，(2)式を考慮して次式をうることができる。

$$m(t)\equiv\rho a(t)-\dot{a}(t)-v(t)=c(t)-\pi x(t)\quad\cdots\cdots(4)$$

(4)式と(3)の最初の2式より，各時点での消費関数，労働供給関数ならびに純資産所得の限界効用$(\lambda(t))$はそれぞれ

---

*) 本稿は東京経済研究センターの1973年度研究プロジェクトの一環として行われた共同研究の成果の一部をまとめたものである。草稿の段階で荒憲治郎教授をはじめ多くの方々，とくに浜田宏一・時子山和彦・志築徹朗・貝山道博の諸氏から有益なコメントを頂いた。記して感謝の意を表したい。

1) 「直接税」と「間接税」をめぐる論争については，Walker の展望論文をみよ。本稿では生産費の変化は考慮しない。

2) 効用関数の形状について仮定を要約すると次のようになる。$u_1>0, u_2<0, u_{11}<0, u_{22}<0, u_{11}u_{22}-u_{12}^2>0, \varphi'>0, \varphi''<0, u_1u_{22}-u_2u_{12}<0, u_1u_{12}-u_2u_{11}<0$。

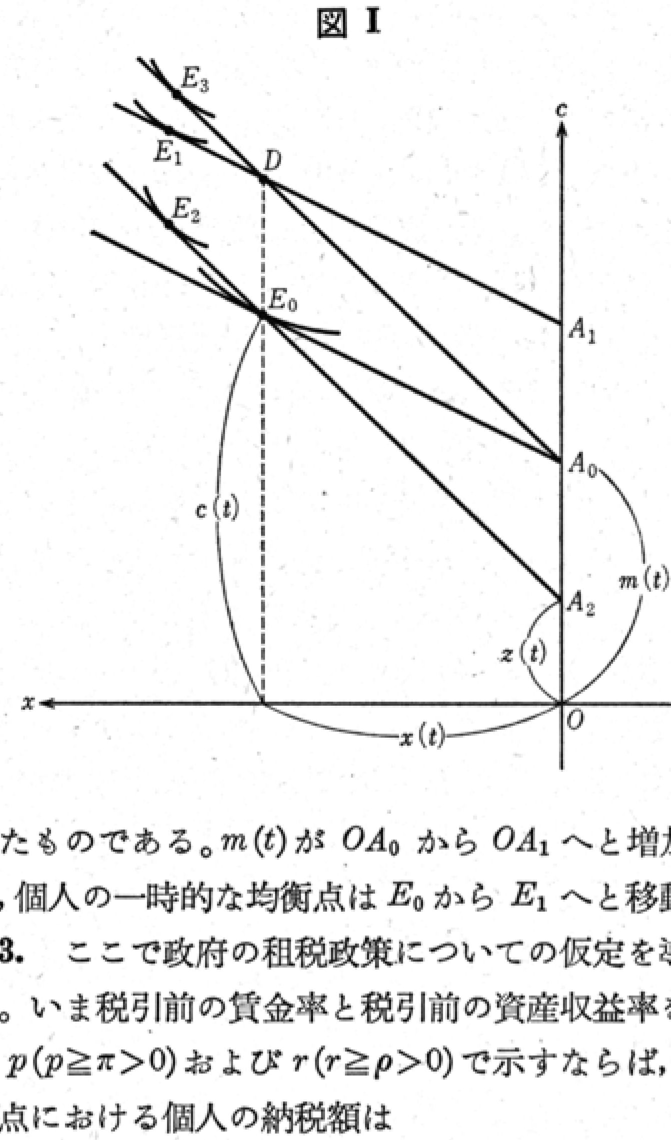
$$c(t)=c(m(t),\pi),\ c_1>0,\ c_2>0$$
$$x(t)=x(m(t),\pi),\ x_1<0 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$
$$\lambda(t)=\lambda(m(t),\pi),\ \lambda_1<0,\ \lambda_2<0$$
$$c_1=1+\pi x_1,\ c_2=x+\pi x_2$$

のように表わされる。なお x_2 の符号は上記の諸仮定だけからは判定できない。ともあれ，(4)式と(5)式を用いて(3)の残りの2式を書きかえると(6)式が得られる。

$$\dot{m}(t)=(\rho-\delta)\varepsilon(t)$$
$$\varepsilon(t)=\varepsilon(m(t),\pi)=-\lambda/\lambda_1>0 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$
$$\lambda(m(T),\pi)=\varphi'(a(T))$$

a_0 が与えられ，税制に変化がないと仮定すると，(4)の第1式と(6)の諸式によって $a(t)$ と $m(t)$ の径路が定まる。図Iの点 E_0 はある時点で $m(t)=OA_0$ であり，π の水準が直線 A_0E_0 の傾きで示されるときの事態を

図 I



示したものである。$m(t)$ が OA_0 から OA_1 へと増加するとき，個人の一時的な均衡点は E_0 から E_1 へと移動する。

§ 3.　ここで政府の租税政策についての仮定を導入しよう。いま税引前の賃金率と税引前の資産収益率をそれぞれ $p\,(p\geqq\pi>0)$ および $r\,(r\geqq\rho>0)$ で示すならば，任意の時点における個人の納税額は

$$g(t)=(p-\pi)x(t)+(r-\rho)a(t)+v(t)$$

となる。Harberger に従って，政府がこの大きさを一定に保つように一括固定税を徴収する $(g(t)=g_0=$一定$)$ と仮定しよう。このとき上式を(2)式に代入し(4)式を考慮すると以下の関係が得られる。

$$z(t)\equiv ra(t)-\dot{a}(t)-g_0=c(m(t),\pi)-px(m(t),\pi)$$
$$=m(t)-(p-\pi)x(m(t),\pi)\equiv z(m(t),\pi)\quad\cdots(7)$$

$z(t)$ は g_0 の納税額を全額一括固定税で支払ったとみなしたときの純資産所得である。図Iにおいて勤労所得税が存在しない場合の賃金率 $\pi=p$ を直線 A_2E_2 の傾きで示すと，(7)式は点 E_0 を $\pi=p$ で評価したときの純資産所得が，$z(t)=OA_2$ に等しいことを意味している。

静学的な超過負担の定義から始めよう。図Iの $m(t)=OA_0$ のもとで勤労所得税の課税がおこなわれ，個人の均衡点はその直接的な結果として E_3 から E_0 へと移動したとする。他方このときの納税額 $(g_0=DE_0=A_0A_2)$ と同額の一括固定税が課されたときには，個人の均衡点は E_2 である。かくして静学的な超過負担は，E_2 と E_0 の効用水準の差によって定義される。なお政府が徴税額の全てを補助金により個人に払い戻す $(g_0=0)$ ものと考えれば，E_3 と E_1 とを比較することも可能である。

瞬間的な超過負担を定義するために，(5)の最初の2式を利用して，瞬間的な間接効用(indirect utility)を(8)式で示しておこう。

$$u(t)=f(m(t),\pi),\ f_1>0,\ f_2=xf_1>0,\ f_{22}>0\quad\cdots\cdots(8)$$

勤労所得税率の変更による瞬間的な均衡点の移動は

$$\frac{d}{d\pi}f(m(t),\pi)=f_1\frac{dm(t)}{d\pi}+f_2>0\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(9)$$

で示される。またこれと同額の一固定税が徴収されたときには，均衡点の移動は

$$\frac{d}{d\pi}f(z(t),\pi)=\left(z_1\frac{dm(t)}{d\pi}+z_2\right)f_1\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(10)$$

で表わされる。従って勤労所得税の課税による瞬間的な超過負担の存在は，上記の2式を $p=\pi$ で評価したとき，前者が後者よりも大となること，即ち

$$f_2/f_1>z_2/z_1\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

によって定義される[3]。上式左辺は(8)式の(π, m)平面における限界代替率であり，右辺は(7)式の傾き(の絶対値)を意味している。

§ 4.　計画時点における税制の変化は，$m(t)$ と $a(t)$ の径路に影響を与える。勤労所得税率の変化がこれらの径路に及ぼす効果を調べるために，(6)・(7)式を π で微分すると

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{da}{d\pi}\right)=r\frac{da}{d\pi}-z_1\frac{dm}{d\pi}-z_2$$
$$\frac{d}{dt}\left(\frac{dm}{d\pi}\right)=(\rho-\delta)\left(\varepsilon_1\frac{dm}{d\pi}+\varepsilon_2\right)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

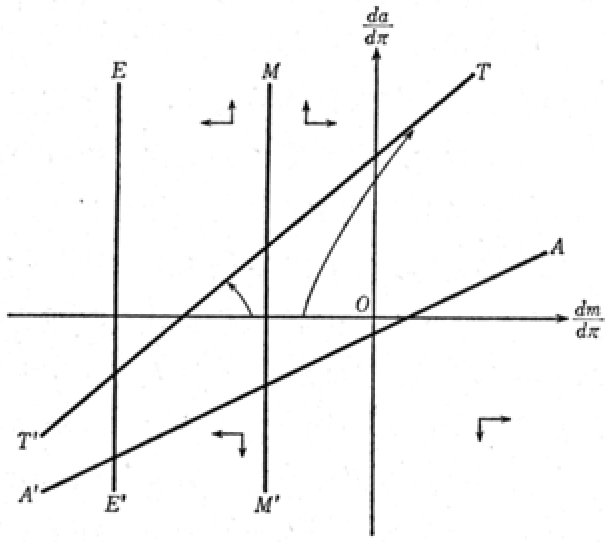
---

3)　(10)式において $dm/d\pi=0$ とおくと，通常の静学的フレームワークにおける超過負担の定義がえられる。ここでは個人が課税(増税)による瞬間的な効用水準の低下を，貯蓄の低下による m の増加を通じて相殺しようとする可能性をも考慮して，瞬間的な超過負担が定義されているのである。

$$\varphi''\frac{da(T)}{d\pi}=\lambda_1\frac{dm(T)}{d\pi}+\lambda_2$$

となる。図IIはひとつの可能な場合を例示したものである。直線 AA' と MM' は最初の2式の停留曲線である。

図 II



前者は常に正の傾きを持ち，後者は縦軸に平行な直線である。また直線 TT' は(12)の第3式を表わしている。この直線も正の傾きを有し，縦軸との交点は正である。a_0 が所与であることより，初期条件は横軸上になければならない。考えられる径路の例は図中の矢印のついた曲線で示されている。

(9)式の左辺の値を一定に保つような点の軌跡は，図IIの平面における垂直な直線群で示すことができる。同図の直線 EE' は，$du/d\pi=0$ に対応するものである。生涯のあらゆる瞬間を通じて超過負担が存在するためには，各時点で(9)・(11)式が満たされていることが必要である。(9)式は横軸を出発して TT' に向う径路が常に EE' の右側に位置していることを意味し，(11)式は AA' が EE' の右側で横軸と交わることを意味している。なお(12)式の微分方程式が非自律系であるために，図IIの直線間の相対的な位置関係には，絶えず変化が生じうることに留意しなければならない[4]。

個人の生涯を通じての長期的な超過負担を

$$\frac{dW}{d\pi}=\int_0^T e^{-\delta t}\frac{du(t)}{d\pi}dt+\varphi' e^{-\delta T}\frac{da(T)}{d\pi} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

が正となることによって定義しよう。(12)の第1式を積分して上式に代入すると，長期的な超過負担が存在するための必要十分条件は

$$\int_0^T e^{-\delta t}\frac{du(t)}{d\pi}dt$$
$$>-\varphi' e^{-\delta T}\frac{da(T)}{d\pi}=\lambda_0 e^{(r-\rho)T}\int_0^T e^{-rt}\frac{dz(t)}{d\pi}dt \quad \cdots(14)$$

となる。一般的には上式が常に満たされるという保障はない。各時点で(9)式の成立を仮定するとき，上式の左辺は正となるが，右辺の符号は不明である。要するに(9)式が仮定されるとき，(11)式は(14)式が成立するための必要条件ではあるが十分条件ではない[5]。

以上は勤労所得税率の変化にともなう超過負担の分析であった。資産所得税率が変更される場合についても，これまでと全く同様の手続きを踏んで考察することができる。しかしこの場合には第1節でも述べたように，同一時点内での限界代替率を攪乱する効果は存在しない。

§ 5.　$u(t)$ および $\varphi(T)$ をつぎのように特定化しよう。

$$\left.\begin{aligned} u(t)&=\alpha\log c(t)+\beta\log(1-x(t)) \quad (\alpha,\beta>0)\\ \varphi(T)&=\log a(T)\end{aligned}\right\}\cdots(15)$$

このとき(5)の諸式は

$$\left.\begin{aligned} &c(t)=\frac{\alpha(m(t)+\pi)}{\alpha+\beta},\ x(t)=\frac{\alpha\pi-\beta m(t)}{(\alpha+\beta)\pi}\\ &\lambda(t)=\frac{\alpha+\beta}{m(t)+\pi} \qquad \left(-\pi<m(t)<\frac{\alpha\pi}{\beta}\right)\end{aligned}\right\}\cdots(16)$$

となる。また(6)・(7)式よりつぎの関係が得られる。

$$\left.\begin{aligned} &m(t)+\pi=(m(0)+\pi)e^{(\rho-\delta)t}\\ &z(t)+p=\frac{(\alpha\pi+\beta p)(m(t)+\pi)}{(\alpha+\beta)\pi}\\ &a(T)=\frac{m(T)+\pi}{\alpha+\beta}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(17)$$

いま

$$F(n)=\int_0^T e^{-nt}dt=\frac{1-e^{-nT}}{n} \qquad (n>0)$$

とおくと，$0<F(n)<1/n$ かつ $-F(n)/n<F'(n)<0$ である。これを利用して(7)式を積分し(17)式を代入すると，最適計画を与える m(従って λ)の初期条件は

$$\begin{aligned}\frac{1}{\lambda_0}&=\frac{m_0+\pi}{\alpha+\beta}\\ &=[\pi a_0+\pi(p-g_0)F(r)]/[(\alpha\pi+\beta p)F(r-\rho+\delta)\\ &\qquad +\pi-\pi(r-\rho+\delta)F(r-\rho+\delta)] \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(18)\end{aligned}$$

をみたすような $m(0)=m_0(\lambda(0)=\lambda_0)$ によって定められ

4)　非自律系となることを避けるためには，(5)の諸式を λ と π について解けばよい。本稿では静学的な議論との対比を重視するために，(5)式のような定式化を行った。なおこの点については，貝山道博氏との討論に多くを負っている。

5)　とくに $dz(t)/d\pi\leqq 0$ のときには，$da(T)/d\pi\geqq 0$ となり(14)式は成立する。このとき(11)式が満たされていることは容易に確認できる。$dz(t)/d\pi$ の符号が不定であっても，$da(T)/d\pi\geqq 0$ となりうることは云うまでもない。図IIを参照のこと。

る。よって(16)式より，$c(t)=\alpha e^{(\rho-\delta)t}/\lambda_0$, $1-x(t)=\beta e^{(\rho-\delta)t}/\pi\lambda_0$ となり，横断条件は $a(T)=e^{(\rho-\delta)T}/\lambda_0$ となるから，(15)式に代入して

$$u(t)=(\alpha+\beta)(\rho-\delta)t+\kappa$$

$$\int_0^T u(t)e^{-\delta t}dt=\kappa F(\delta)+(\alpha+\beta)(\delta-\rho)F'(\delta) \quad \cdots(19)$$

$$\varphi(T)e^{-\delta T}=(\rho-\delta)(F(\delta)+\delta F'(\delta)) - (1-\delta F(\delta))\log\lambda_0$$

$$\kappa\equiv\alpha\log\alpha+\beta\log\beta-(\alpha+\beta)\log\lambda_0-\beta\log\pi$$

を得る。かくして(1)式はつぎのようになる。

$$W=\text{const.}-[1-\delta F(\delta)+(\alpha+\beta)F(\delta)]\log\lambda_0 -\beta F(\delta)\log\pi \cdots\cdots(20)$$

ところで(17)の第2式より

$$\frac{z_2}{z_1}=\frac{\alpha\pi^2-\beta pm(t)}{\pi(\alpha\pi+\beta p)}<x(t)=\frac{f_2}{f_1}$$

となって，任意の時点において条件(11)が成立している。かくして瞬間的な超過負担は常に存在していることがわかる。さらに以下に示すように，長期的な超過負担に関する式(14)も無条件に満たされていることが証明できるのである。

(19)式より以下の諸式が得られる。

$$\int_0^T e^{-\delta t}\frac{du(t)}{d\pi}dt=[(\alpha+\beta)E-\beta]F(\delta)/\pi$$

$$\varphi' e^{-\delta T}\frac{da(T)}{d\pi}=(1-\delta F(\delta))E/\pi$$

$$E\equiv-\frac{\pi}{\lambda_0}\frac{d\lambda_0}{d\pi}$$

かくして(14)式は

$$E>\frac{\beta F(\delta)}{(\alpha+\beta)F(\delta)+1-\delta F(\delta)}\equiv E_0(\delta) \quad \cdots\cdots(21)$$

と同値である。(20)式に注意するならば，上式右辺の E_0 は，W を一定としたときの λ_0 の π に関する弾力性に等しいことがわかる。従って(21)式より，長期的な超過負担が存在するための必要十分条件は，計画時点における純資産所得の限界効用の π に関する弾力性(E)が，総効用を一定とする水準(E_0)よりも大となることである，と要約することができる。(21)式の成立を証明するために(18)式を対数微分すると，E は

$$E=\beta pF(r-\rho+\delta)/[(\alpha\pi+\beta p)F(r-\rho+\delta) +\pi-\pi(r-\rho+\delta)F(r-\rho+\delta)]$$

となる。ここで $p\geqq\pi>0$ に注意し，かつ $E_0(n)$ が n の増加関数であること($E_0'(n)>0$)を利用すると[6]

$$E\geqq E_0(r-\rho+\delta)>E_0(\delta) \qquad (r>\rho)$$

となり，所期の結果がえられる。

§6. 静学的な超過負担の命題は，「間接税」による限界条件の撹乱を基礎とするものであった。本稿のモデルは(11)式にみるように，勤労所得税による撹乱効果がこれに対応している。この撹乱効果が計画期間の各時点で存在すると仮定した場合にも，計画期間全体としての撹乱効果と同一の方向をもつとは必ずしも言えない。その意味で瞬間的な超過負担の存在は，長期的な超過負担の存在のための必要条件ではあっても，十分条件ではない。ただし効用関数を対数線型に特定化した場合には，長期的超過負担は必ず存在することが知られる。

瞬間的な撹乱効果が長期的にも同方向の撹乱効果を生むとは限らないことの理由は，遺産動機の存在を仮定したことに求められよう。遺産水準が個人の効用と独立でない限り，消費と労働との間の限界代替率への撹乱効果は，これら2財間のみならず第3の財との間の限界条件にも影響を与える。これは第1節の②で要約された論点に対応するものである。第3の財である資産水準が総効用と関連する理由は，必ずしも遺産動機だけに限定される必要はない。Pesek & Saving は，各時点における資産残高が瞬間的効用関数の独立変数となりうるいくつかの根拠をあげている。しかし「貨幣」の機能と態様にかかわる議論に立ち入ることは，本稿の目的から逸脱することになるであろう。

(田村紀之：東京都立大学)(松尾昌平：東京経済大学)

参考文献

Atkinson, A. B., "Capital Taxes, the Redistribution of Wealth and Individual Savings," *Review of Economic Studies*, Vol. 38, 1971, 209–27.

Harberger, A. C., "Taxation, Resource Allocation, and Welfare," in *The Role of Direct and Indirect Taxes in the Federal Reserve System*, NBER, 1964, 25–70.

Levhari, D. & Sheshinski, E., "Lifetime Excess Burden of a Tax," *Journal of Political Economy*, Vol. 80, 1972, 139–47.

Pesek, B. P. & Saving, T. R., *Money, Wealth, and Economic Theory*, The Macmillan Company, 1967.

Walker, D., "The Direct-Indirect Tax Problem: Fifteen Years of Controversy, *Public Finance*, Vol. 10, 1955, 153–76.

---

6) (21)式より $F_0'(n)$ が $F'(n)+F(n)^2$ と同符号であることがわかる。然るに後者は，$n>0$ に対して常に正である。