ラーマン型 n 地域モデルにおける最適投資配分*

大槻　芳孝

1　モデル

地域間最適投資配分の問題は，ラーマン〔5〕によって最初に定式化された。彼が提起した問題は，各地域の平均(＝限界)貯蓄率，資本の生産力係数(産出量－資本比率)および初期の資本ストック量が与えられたとき，計画視野の最終時点における国民所得を最大にするためには，時間を通じて各地域の間にどのように投資を配分してゆくべきかという問題である。

この問題については，その後いくつかの論文が発表されたが，その多くは，分析手法の変更，あるいは交代的な(特にラムゼイ型の)計画目標を設定した場合の，2地域間最適投資配分径路にかかわるものであった[1]。それらに対し，この小論では，ラーマン型の地域間投資配分の問題を，n 地域間($n \geqq 2$)の最適投資配分の問題に一般化し，最大値原理を用いて，その簡単な図式解法を与え，それを用いて，2地域モデルにおける結論(ラーマン〔5〕，坂下〔7〕，高山〔10〕)がどのように一般化できるかを調べることを試みたい。本論での結果は，ラーマン〔5〕，ドーフマン〔1〕の多数地域モデルについての論及と基本的に一致し，それを明確化するものである。(第3節参照)

さて $n(\geqq 2)$ 地域から構成される国民経済を考え，次のような記号体系を用いる。

$x_i(t)$：t 時点における i 地域の所得

σ_i：i 地域の資本の生産力係数(正の定数)

s_i：i 地域の平均(＝限界)貯蓄率(正の定数)

$\boldsymbol{P}_i$：計画視野の最終時点における各地域の所得につけられる評価ウェイト(正の定数)

$u_i(t)$：t 時点における i 地域への投資の配分比率(非負の制御変数)

α_i：i 地域への投資配分比率の下限(非負の定数)

$S(t)$：t 時点における総貯蓄＝総投資

いま資本の減耗を無視すれば，ラーマン型のモデルの直線的拡張は，

(1)　$\dot{x}_i(t)=\sigma_i u_i(t)S(t)$

(2)　$S(t)=\sum_{i=1}^{n} S_i x_i(t)$

(3)　$\sum_{i=1}^{n} u_i(t)=1, \quad u_i(t) \geqq \alpha_i$

となる。ただし

(4)　$\theta \equiv 1-\sum_{i=1}^{n}\alpha_i>0, \quad \alpha_i \geqq 0$

と仮定する。われわれは，以上の制約条件の下で，初期条件 $x_i(0)(i=1,2,\cdots,n)$ が与えられたものとして，計画視野の最終時点 $T(>0)$ における，各地域の所得の加重和

(5)　$\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{P}_i x_i(T)$

を最大にするような地域間投資配分について考える[2]。

以上のようなモデルは，次の2点でラーマン〔5〕のモデルとは異なる。第1に，ラーマン〔5〕の計画目標は，$\boldsymbol{P}_1=\boldsymbol{P}_2=\cdots=\boldsymbol{P}_n$ であるような，(5)の特別の場合にあたる。$\boldsymbol{P}_i$ は，地域間の評価格差その他の政治的要因を考慮して決定されるものとする。第2に，ラーマン〔5〕は，2地域間の所得比率が，一定の範囲内になければならないという形で，地域間格差限界の制約を導入しているのに対して，われわれは，$u_i(t) \geqq \alpha_i$ によって，各地域の所得の増分が，国民所得の増分の一定比率以上でなければならないという形で，地域間格差限界の制約をおいている。しかしこの2つの制約の置き方は，坂下〔7〕も述べているように本質的にはほとんど同じものである。したがって，われわれのモデルは，多数地域モデルへの拡張と，計画目標の一般化の2点で，ラーマン〔5〕モデ

---

*　本稿については，坂下昇助教授から多くの有益なコメントをいただいた。ここに感謝の意を表したい。いうまでもなく，残存するかも知れない誤りは，筆者自身によるものである。

1)　ラムゼイ型の計画目標を設定して地域間最適投資配分について論じた論文には，イントリリゲーター〔2〕，高山〔10〕，〔11〕などがある。

2)　ドーフマン〔1〕は，計画の最終時点における資本価値を最大にすることを，計画の目標に設定しているが，資本の生産力係数が一定と仮定されているから，これはわれわれの計画目標の選択と一致する。

ルそのものの拡張とみなすことができよう。

2 最適投資配分の必要十分条件と図式解法

ポントリャーギン等〔4〕の定理 7 (p. 69) によって，われわれの問題の最適投資配分であるための必要十分条件は，以下の諸式で与えられることが知られる。

補助変数 $P_i(t)$ $(i=1, 2, \cdots, n)$ とハミルトニアン $H=H(x(t), P(t), u(t))$ を

$$(6)\quad H(x(t), P(t), u(t))=\sum_{i=1}^{n} P_i(t)\sigma_i u_i(t) S(t) \equiv K(t) S(t)$$

$$(7)\quad \dot{x}_i(t)=\frac{\partial H}{\partial P_i(t)}=\sigma_i u_i(t) S(t)$$

$$(8)\quad \dot{P}_i(t)=-\frac{\partial H}{\partial x_i(t)}=-K(t)\cdot S_i$$

として導入するとき，(1) ～ (3) をみたす径路 $(\hat{x}(t), \hat{u}(t))$ が最適であるならば，$(\hat{x}(t), \hat{u}(t))$ に対応して，(6) ～ (8) と

$$(9)\quad \operatorname*{Max}_{u(t)\in U} H(\hat{x}(t), \hat{P}(t), u(t))=H(\hat{x}(t), \hat{P}(t), \hat{u}(t))$$

$$(10)\quad P_i(T)=\boldsymbol{P}_i$$

をみたす連続関数 $P(t)=\hat{P}(t)=(\hat{P}_1(t), \hat{P}_2(t), \cdots, \hat{P}_n(t))$ が存在する。ただし，ここで，

$$(11)\quad \begin{cases} x(t)=(x_1(t), x_2(t), \cdots, x_n(t)) \\ u(t)=(u_1(t), u_2(t), \cdots, u_n(t)) \\ K(t)=\sum_{i=1}^{n} P_i(t)\sigma_i u_i(t)^{3)} \\ U=\{u(t) \,|\, \sum_{i=1}^{n} u_i(t)=1, u_i(t)\geqq\alpha_i\} \end{cases}$$

であり，$u(t)$ は区分的に連続な関数として考えることにする[4),5)]。

最適投資配分の必要十分条件 (1) ～ (3)，(6) ～ (10) を用いて，われわれの問題をグラフによって解くことができる。

まず

$$(12)\quad \mu(t)=\operatorname*{Max}_{i=1,2,\cdots,n} P_i(t)\sigma_i$$

$$(13)\quad f_i(t)=P_i(t)\sigma_i-\mu(t)$$

とおくと，

$$(14)\quad K(t)=\mu(t)+\sum_{i=1}^{n} f_i(t) u_i(t)$$

$$(15)\quad f_i(t)\leqq 0$$

であるから，(9) より，

$$(16)\quad f_i(t)<0\rightarrow u_i(t)=\alpha_i$$

$$(17)\quad f_i(t)>f_j(t)\rightarrow u_j(t)=\alpha_j$$

である。一方，(8)，(9) より

$$(18)\quad P_i(t)=\boldsymbol{P}_i+S_i\cdot M(t)$$

$$\text{ただし}\quad M(t)=\int_t^T K(\tau)\,d\tau$$

であるから，(7)，(18) より

$$(19)\quad f_i(t)-f_j(t)=(\boldsymbol{P}_i\sigma_i-\boldsymbol{P}_j\sigma_j)+(S_j\sigma_i-S_j\sigma_j) M(t)$$

となる．ここで，$S_i\sigma_i$ は，i 地域の内部成長率 (*internal rate of growth*) である。以下，簡単化のために，地域は，

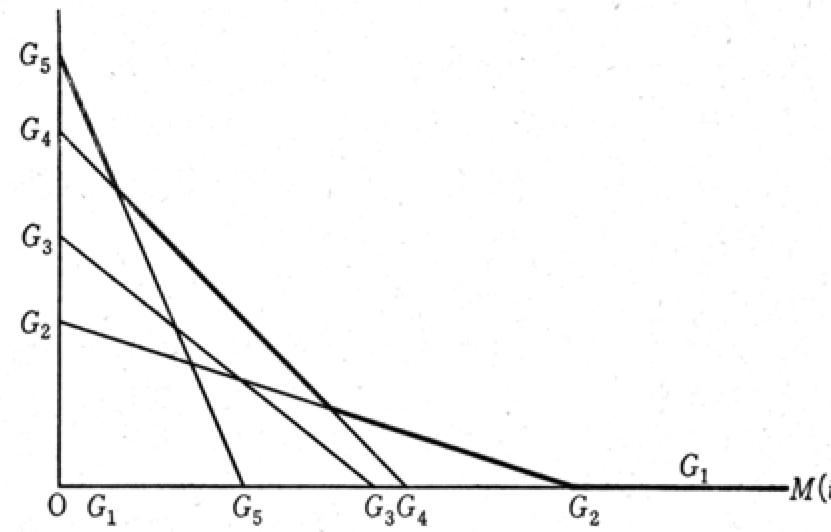
$$(20)\quad \begin{cases} s_1\sigma_1\geqq s_2\sigma_2\geqq\cdots\geqq s_n\sigma_n \\ s_i\sigma_i=s_{i+1}\sigma_{i+1} \text{ ならば } \boldsymbol{P}_i\sigma_i\geqq \boldsymbol{P}_{i+1}\sigma_{i+1} \end{cases}$$

となるように，順序づけられているとする。

このとき，横軸に $M(t)$ をとって，$f_i(t)-f_1(t)$ のグラフ G_iG_i を画くと，(19) から，勾配 $S_i\sigma_i-S_1\sigma_1$，縦軸切片 $\boldsymbol{P}_i\sigma_i-\boldsymbol{P}_1\sigma_1$ である直線となる。(20) の仮定から，G_iG_i は右下り (または水平) の直線であり，i の増加とともに，ますます右下りとなる。

横軸に $M(t)$ をとって，G_1G_1 (＝横軸の非負の部分)，$G_2G_2, \cdots, G_nG_n$ を同一平面上に画くと，第 1 図のように

第 1 図　(pilot diagram)



---

3) $K(t)$ は t 時点における，国民投資の加重平均的生産力係数と解釈することもできる。

4) 以上の必要十分条件の導出については，大槻〔3〕第 2～3 節参照。また以上の必要十分条件と後に述べる命題⑤から，以下のことが知られる。$T-t$ 時点における i 地域の所得 $x_i(T-t)$ が $\bar{x}_i$ のとき，$[T-t, T]$ に最適な地域間投資配分政策が実施されたときの (5) の値を

$$V=V(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \cdots, \bar{x}_n : T-t)$$

とすれば，$\bar{x}_1, \bar{x}_2, \cdots, \bar{x}_n$ から独立に $P_1(t), P_2(t), \cdots, P_n(t)$ が定まり

$$V=\sum_{i=1}^{n} P_i(t) x_i(t)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \bar{x}_i}=\hat{P}_i(T-t)$$

この意味で，$\hat{P}_i(t)$ を t 時点における i 地域の所得の潜在価格と考えることができよう。

5) 以下，最適性を示す“∧”は省略する。

なる。この図を pilot diagram とよぶことにしよう。n 本の直線 $G_1G_1, \cdots, G_nG_n$ のうち，最も上方にある部分をつないだ折線は GG は，$\underset{i=1,2,\cdots,n}{\mathrm{Max}}\ (f_i(t)-f_1(t))$ のグラフである。GG を構成する各線分が，左側から順に，$G_{i_1}G_{i_1}$, $G_{i_2}G_{i_2}, \cdots, G_{i_m}G_{i_m}$ であるとすれば[6]，

(21)　$i_1 > i_2 > \cdots > i_m$

であり，(16), (17) から，政策実施順序数列

(22)　$i_m, i_{m-1}, \cdots, i_2, i_1$

の順に，各地域へ「集中的」に投資が行なわれなければならない。ここで，t 時点に i 地域に「集中的」に投資が行なわれるとは，t が投資配分政策の切りかえが行なわれる時点でないときは，

(23)　$u_j(t)=\begin{cases}\alpha_i+\theta & (j=i\text{のとき})\\ d_j & (j\neq i\text{のとき})\end{cases}$

を意味している。ただし，計画視野が短いときは，i_m, $i_{m-1}, \cdots, i_{q+1}$ 地域への集中的な投資は行なわれず，i_q, $i_{q-1}, \cdots, i_1$ 地域への投資だけが，集中的に行われることになる。以下では，i 地域への集中的投資配分政策 (23) を i 政策とよぶことにする。

i_r 政策が実施されるのは，いつからいつまでで，その期間の長さはどれだけか，という問題が残されている。結論だけを述べれば，i_{r+1} 政策から i_r 政策に切りかわる時点を $T-T(i_r, i_{r+1})$, i_r 政策が実施される期間の長さを $I(i_r)$ とすると

(24)　$T(i_{r-1}, i_r)=\sum_{j=1}^{r-1} I(i_j)$

(25)　$I(i_r)=\dfrac{1}{g(i_r)}\ln\dfrac{K(i_r, i_{r+1})}{K(i_{r-1}, i_r)}$

となる。ただし，ここで

(26)
$$\begin{cases}K(i_{r-1}, i_r)=K(i_0, i_1)+\sum_{j=1}^{r-1}[M(i_j, i_{j+1})\\ \qquad\qquad -M(i_{j-1}, i_j)]\cdot g(i_j)\\ K(i_0, i_1)=\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{P}_i\sigma_i\alpha_i+\boldsymbol{P}_{i_1}\sigma_{i_1}\theta\end{cases}$$

(27)　$g(i_r)=\sum_{j=1}^{n} S_j\sigma_j\alpha_j+S_{i_r}\sigma_{i_r}\theta$

(28)
$$\begin{cases}M(i_r, i_{r+1})=\dfrac{\boldsymbol{P}_{i_r}\sigma_{i_r}-\boldsymbol{P}_{i_{r+1}}\sigma_{i_{r+1}}}{s_{i_{r+1}}\sigma_{i_{r+1}}-s_{i_r}\sigma_{i_r}}\ (r=1, 2, \cdots, m-1)\\ M(i_0, i_1)=0\end{cases}$$

である。

さて，計画視野の長さ T が，

(29)　$T(i_{r-1}, i_r) < T \leqq T(i_r, i_{r+1})$

であったとしよう。このときは，$i_m, i_{m-1}, \cdots, i_{r+1}$ 政策が実施されることはなく，$i_r, i_{r-1}, \cdots, i_1$ 政策が順次，$T-T(i_{r-1}, i_r), I(i_{r-1}), I(i_{r-2}), \cdots, I(i_1)$ だけの期間実施されねばならない。また

(30)　$T > T(i_{m-1}, i_m)$

のときは，$i_m, i_{m-1}, \cdots, i_1$ 政策が，順次，$T-T(i_{m-1}, i_m)$, $I(i_{m-1}), I(i_{m-2}), \cdots, I(i_1)$ の期間実施されなければならない。

以上で，われわれの問題は完全に解かれた。

3　最適投資配分径路の諸性質

以上の pilot diagram を用いた解法から，最適投資配分径路の諸性質を導出することができる。

まず (17), (19) から，次の 2 つの命題がえられる。

① $S_i\sigma_i=S_j\sigma_j$, $\boldsymbol{P}_i\sigma_i=\boldsymbol{P}_j\sigma_j$ なる 2 地域 i, j への投資は，いかなる時点でも無差別である。したがって，このような 2 地域は，一般性を失なうことなく，統合して一地域としてとりあつかい，分析することができる。

② 次の条件をみたす i が存在するとき，j 政策が実施されることはない。

(31)　$S_i\sigma_i \geqq S_j\sigma_j$, $\boldsymbol{P}_i\sigma_i \geqq \boldsymbol{P}_j\sigma_j$
　　　$(S_i\sigma_i-S_j\sigma_j)^2+(\boldsymbol{P}_i\sigma_i-\boldsymbol{P}_j\sigma_j)^2>0$

以上 2 つの性質から，(20) の代りに，一般性を失なうことなく，

(20′)　$S_1\sigma_1 > S_2\sigma_2 > \cdots > S_n\sigma_n$

と仮定しうる。簡単化のため，以下では，(20) の代りに (20′) を仮定しょう。

③ どの時点においても，投資は，ある 1 地域に「集中」されなければならない。すでに実施され，完了した政策が，後に再び実施されることはない。

④ 政策が実施される順序は，政策実施順序数列 (22)，またはその後方の部分数列によって示され，

(32)　$S_{i_m}\sigma_{i_m} > S_{i_{m-1}}\sigma_{i_{m-1}} > \cdots > S_{i_1}\sigma_{i_1}$

(33)　$\boldsymbol{P}_{i_m}\sigma_{i_m} < \boldsymbol{P}_{i_{m-1}}\sigma_{i_{m-1}} < \cdots < \boldsymbol{P}_{i_1}\sigma_{i_1}$

である。すなわち，政策の切りかえは，内部成長率の高い地域への集中的投資から，内部成長率の低い地域への集中的投資への切りかえとして行なわれ，逆のケースはありえない。また，計画目標が，計画視野の最終時点における国民所得を最大にすることであるときは，政策の切りかえは，資本の生産力係数が小さく貯蓄率が高い地域に投資を集中する政策から，資本の生産力係数が大きく貯蓄率が低い地域に投資を集中する政策への切りかえとして行なわれ，逆のケースはありえない。

⑤ ある時点で採用される政策は，計画視野の長さ T，および，初期条件からは独立に，諸パラメターの値と，

6)　第 1 図の場合は，$i_1=5, i_2=4, i_3=2, i_4=1$ である。

計画視野の最終時点までにどれだけの時間があるかによって定まる。それゆえ，最初に実施される政策をのぞいて，ある政策が実施される期間の長さは，初期条件と T からは独立である。特に，最後に実施される政策は

(34)　$\boldsymbol{P}_{i_1}\sigma_{i_1}=\underset{j=1,2,\cdots n}{\mathrm{Max}}\boldsymbol{P}_j\sigma_j$

なる政策である。

⑥　T が十分大きく，(30)が成立するときは，T の大小と無関係に，$[T-T(i_{m-1},1),T]$ の期間をのぞき，1政策が実施される。$T(i_{m-1},1)$ は T に依存しないから，T が大であればあるほど，内部成長率が最も大きい第1地域に集中的に投資される期間は，絶対的にも，相対的にも，ますます長くなる。すなわち

(35)　$i_m=1$

⑦　計画視野 qT 年 ($T>0$, q は正整数) の単一の計画の結果と，計画視野 T 年の連続せる q 個の計画の結果は，一般的には異なる。

以上は，2地域モデルにおけるラーマン〔5〕，坂下〔7〕，高山〔10〕等の結論，および，多数地域モデルにおけるラーマン〔5〕，ドーフマン〔1〕の結論の拡張，ないし精密化である。われわれはこれらの諸命題に加えて，さらに以下の諸命題を付加することができる。

⑧　i_r 政策が実施されているとき，総投資 $S(t)$ は，各地域の内部成長率の投資比率による加重平均 $g(i_r)$ の率で成長する。この総投資の成長率は，政策の切りかえによって減少する。

(36)　$\dot{S}(t)=g(i_r)\cdot S(t),\ T(i_{r-1},i_r)<T-t<T(i_r,i_{r+1})$

(37)　$g(i_{r+1})>g(i_r)$

⑨　pilot diagram，したがって，政策実施順序数列(22)は，地域間格差限界の制約 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$，および，計画視野 T，初期条件 $x_1(0),x_2(0),\cdots,x_n(0)$ からは独立に定まる[7]。

⑩　政策実施順序数列(22)は，$\boldsymbol{P}_1,\boldsymbol{P}_2,\cdots,\boldsymbol{P}_n$ に依存して決定される。地域 i の内部成長率 $S_i\sigma_i$ と資本の生産力係数 σ_i がいかに小さくとも，ウェイト $\boldsymbol{P}_i$ が十分大きくつけられるなら，計画視野の一部あるいはその全部において，i 政策が実施されうる。

⑪　(i)　$\boldsymbol{P}_{i_q}(2\leqq q\leqq m)$ が変化するとき[8]

(38)　$\dfrac{\partial I(i_r)}{\partial \boldsymbol{P}_{i_q}}\leqq 0$　　$(r\leqq q-2)$

(39)　$\dfrac{\partial I(i_{q-1})}{\partial \boldsymbol{P}_{i_q}}<0$

である。$\alpha_{i_q}>0$ のとき，(38)は不等号で成立する。すなわち，$\alpha_{i_q}>0$ なら，$\boldsymbol{P}_{i_q}$ が増加したとき，$i_{q-1},i_{q-2},\cdots,i_1$ 政策が実施される期間は短くなる。$\alpha_{i_q}=0$ のときは，i_{q-1} 政策が実施される期間は短くなるが，$i_{q-2},i_{q-3},\cdots,i_1$ 政策が実施される期間の長さは変らない。

(ii)　α_{i_q} があまり大きくなく

(40)　$\alpha_{i_q}\leqq\dfrac{g(i_{q-1})}{S_{i_q}\sigma_{i_q}-S_{i_{q-1}}\sigma_{i_{q-1}}}$

であるならば，$\boldsymbol{P}_{i_q}$ が増加したとき，i_q 政策が実施される期間は長くなる。しかし，α_{i_q} が(40)の右辺の値よりもかなり大きいときは，$\dfrac{\partial I(i_q)}{\partial \boldsymbol{P}_{i_q}}\leqq 0$ となる可能性もある。

(iii)　$\boldsymbol{P}_{i_q}$ が変化するとき，$i_{q+2},i_{q+3},\cdots,i_{m-1}$ 政策が実施される期間の長さは，ともに長くなるか，ともに短くなる。すなわち

(41)　$\mathrm{sign}\dfrac{\partial I(i_r)}{\partial \boldsymbol{P}_{i_q}}=\mathrm{sign}\dfrac{\partial I(i_{q+2})}{\partial \boldsymbol{P}_{i_q}}$　　$(q+2\leqq r\leqq m-1)$

(iv)　$\dfrac{\partial I(i_r)}{\partial \boldsymbol{P}_{i_q}}(r\geqq q)$ の符号は，i_{q-1},i_q,i_{q+1} 地域の内部成長率の差，および α_{i_q} によって決定される。

⑫　$\alpha_{i_1}>0$ のとき，$\boldsymbol{P}_{i_1}$ が増大すれば，$i_{m-1},i_{m-2},\cdots,i_2$ 政策が実施される期間は短くなる。$\alpha_{i_1}=0$ のときは，i_2 政策が実施される期間は短くなるが，$i_{m-1},i_{m-2},\cdots,i_3$ 政策の実施される期間の長さは変らない。

⑬　地域間格差限界の条件が存在しないときは$(\alpha_1=\alpha_2=\cdots=\alpha_n=0,\theta=1)$，$S_{i_q}$ が変化しても，$i_1,i_2,\cdots,i_{q-2}$ 政策が実施される期間の長さは変らないが，$i_{q+2},i_{q+3},\cdots,i_{m-1}$ 政策が実施される期間の長さは短くなる。すなわち，

(42)　$\dfrac{\partial I(i_r)}{\partial S_{i_q}}=0$　　$(r\leqq q-2)$

(43)　$\dfrac{\partial I(i_r)}{\partial S_{i_q}}<0$　　$(r\geqq q+2)$

⑭　σ_j の変化は，S_j は $\boldsymbol{P}_j$ の同一比率での変化として分析できる。それゆえ，$\alpha_1=\alpha_2=\cdots=\alpha_n=0,\theta=1$ のときは，命題⑪と⑬から，

(44)　$\dfrac{\partial I(i_r)}{\partial \sigma_{i_q}}=0$　$(r\leqq q-2)$

(45)　$\mathrm{sign}\dfrac{\partial I(i_r)}{\partial \sigma_{i_q}}=\mathrm{sign}\dfrac{\partial I(i_{q+2})}{\partial \sigma_{i_q}}$　　$(q+2\leqq r\leqq m-1)$

---

7)　$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$ が変化するとき，各政策が実施される期間の長さがどのように変化するかについて，すなわち，$\dfrac{\partial I(i_r)}{\partial \alpha_q}$ の符号について，何らかの一般的命題を樹立することは困難である。

8)　G_iG_i が GG と共通点をもたなければ，$\boldsymbol{P}_i$ の微少量の変化は GG を変えないから，そのような $\boldsymbol{P}_i$ の微少変化は，最適投資配分政策を変えない。

参考文献

[1] Dorfman, R., "Regional Allocation of Investment: Comment," *Q. J. E.*, Vol. 77, 1963.

[2] Intriligator, M. D., "Regional Allocation of Investment: Comment," *Q. J. E.*, Vol. 78, 1964.

[3] 大槻芳孝,「資本蓄積の最適径路と Pontryagin の最大値原理」,『季刊理論経済学』, Vol. 21, 1970.

[4] Pontryagin, L. S. *et. al*, *The Mathematical Theory of Optimal Processes*," Interscience Publishers, 1962.

[5] Rahman, Md. A., "Regional Allocation of Investment," *Q. J. E.*, Vol.77, 1963.

[6] Rahman, Md. A., "Regional Allocation of Investment: Continuous Version," *Q. J. E.*, Vol. 80, 1966.

[7] 坂下昇,「地域投資配分と経済成長」, 一橋大学経済研究所『経済研究』, 岩波書店, Vol. 16, 1965.

[8] Sakashita, N., "Regional Allocation of Public Investment, "*Papers of the Regional Science Association*, Vol. 19, 1967.

[9] 坂下昇,「地域投資配分と最適経済成長」,『経営科学』, Vol. 13, 1969.

[10] Takayama, A., "Regional Allocation of Investment: A Further Analysis," *Q. J. E.*, Vol. 81, 1967.

[11] Takayama, A., "Regional Allocation of Investment: Corrigendum., *Q. J. E.*, Vol. 82, 1968.

(*Q. J. E＝The Quarterly Journal of Economics*)

(東北大学大学院経済学研究科博士課程)