技術進歩と廃棄過程

置　塩　信　雄

0. 問題

新技術が導入された場合，それが経済に及ぼす効果の分析は多くの人々によって行われている。しかし，その際，新技術の導入の結果，おそかれはやかれ，いや応なしに生じる旧技術を体化した生産諸設備，旧技術に特化した労働の熟練，労働組織，旧技術に支えられた社会的諸関係の廃棄過程について充分の注意が払われていない[1]。本稿の目的は，新技術の導入によって強制される旧技術の廃棄過程に注意を集中し，そこでの問題点を浮かび上らせることである。新技術導入，旧技術の廃棄は，資本制経済の再生産にとって不可欠な重要性をもっている。本稿では，これらについて全面的な考察を加えることができないから，主として，景気循環の各局面と廃棄過程との関連の問題を中心に取上げたい。その際，分析の形式的用具としては，いわゆる vintage model を用いる。vintage model は新，旧技術を体化した生産設備を区別して取扱い，その経済的寿命を問題にできる性格をもっているからである[2]。

1. Model

問題をできるだけ簡単化するため，次の諸仮定

1)　筆者が，旧技術の廃棄過程の分析の重要性を教えられたのは，K. Marx の『資本論』によってであった。『資本論』における新技術の導入とそれによる強制的廃棄過程の分析の主な諸点は次のようである。

a.　新技術を導入した資本家はさしあたり特別利潤を享受することができる。しかし，この新技術が他の諸資本家によって模倣され普及するにつれて，商品の社会的価値が低下し，旧技術による資本家は負の特別利潤をこうむり，遂には，利潤が消滅し，資本属性を失い，旧技術は駆逐される。

b.　生産諸技術が一定である場合は，労働力に対する需要は資本の増加率と同一比率で増加してゆく。したがって，その場合には，資本蓄積のテンポは循環を貫いて長期的にみると，労働力供給の増加率によって制約されざるをえない。資本制において，資本蓄積(拡大再生産)のテンポが労働力供給の事情によって制約されることなく，独自の発展機構をもつためには，新技術の導入が不可欠である。

c.　労働力供給の制約にもかかわらず，資本蓄積のテンポが独自の高さを保つには，新技術の導入による「生きた労働」の節約のみでは不充分であり，旧技術の廃棄が必要となる。というのは，新技術による生産が，いかに労働生産性が高く，より小量の労働しか要しないものであったとしても，それが旧技術による生産のうえに附加的に行われる場合には，労働力に対する需要は増加してゆくからである。旧技術の廃棄が行われれば，そこから大量の労働力が産業予備軍に放出され，仮りに労働力供給が不変であったとしても，資本蓄積テンポを高く保つことができる。

d.　技術進歩とともに生産における「生きた労働」に対する「死んだ労働」(生産手段に対象化された労働)の比重が際限なく増大してゆけば，搾取率をいかに高めようとも，利潤率は傾向的に下落し，遂には0に接近せざるをえない。

e.　この利潤率の傾向的低下を阻止するための主要な契機の一つは，旧技術の大量廃棄である。というのは，旧技術を体化した資本を大量に廃棄することによって，総剰余価値に対する資本の相対量を減小させることができ，それによって利潤率の低下を阻止するからである。

f.　旧技術の大量廃棄が集中的に行われるのは，恐慌によって開始される景気循環の下向局面においてである。

g.　旧技術の廃棄過程では，労働者階級の失業，既得熟練の無用化，プチ・ブルジョワ階級の経営破綻と労働者階級への転入，弱小資本家の没落が生じる。旧技術の廃棄が強制されるときには，資本家は没落か，新技術への移行かの選択を迫られる。ところが新技術の導入のために必要な投下資本量は，通常，旧技術のためのそれに比して大であるため，この必要資本を調達できない資本家は没落し大資本への集中が進行する。

2)　vintage model による分析は，ほとんど新古典派的理論によって行われ，したがって，労働の完全雇用が前提されている。循環局面を取扱う場合これは適当ではない。本稿では労働は不完全雇用の状態にあるとし，資本家の投資活動を独立変数として取扱う。

をおく。1) 部門間の問題を捨象するため1商品モデルを考える。2) その1商品は消費にも生産にも，使用される。生産に使用される場合には生産設備として用いられ，生産は労働とこの設備のみで行われる。3) 今期据付けられた生産設備は，次期以後において稼働される。4) 経済的な廃棄を明白に浮かび上らせるため，生産設備の物的耐用期間は充分に長く，耐用期間中の能率は変らず，物的耐用年数が経過したことによる廃棄は問題にならないとする。5) 毎期，新技術の導入が行われる。新しく導入される技術は，労働生産性を毎期一定率で増加させ，資本係数を変えないようなものであるとする。6) 労働者は，今期の賃金所得を全額，今期に消費支出するとし，資本家階級の消費は無視する。7) 資本家は自らが所有する生産設備をいくらかでも，粗利潤をもたらす限り完全稼働させ，粗利潤がえられなくなったとき廃棄する。この仮定は，資本家が市場支配力をもたず，独占的に価格決定を行うことができないと想定することに等しい。

以下で用いる記号を次のように定めよう。x_t: 第 t 期に据付けられる生産設備の大いさ。w_t: 第 t 期における実質賃金率。σ: 生産設備1単位を完全稼働したとき生産される生産量，したがって，資本係数の逆数。n_t: 第 t 期に据付けた生産設備1単位を完全に稼働するために必要な労働量。θ_t 第 t 期に廃棄される生産設備の経済的耐用期間。$\lambda=1+\alpha$: αは労働生産性の毎期の上昇率。p_t: 第 t 期に導入される技術の労働生産性。

さて，第 t 期に導入される技術の下では，生産設備1単位を完全稼働したときの生産量は σ，そのために必要な労働投下量は n_t であるから，第 t 期に導入される技術の労働生産性は

$$p_t=\sigma/n_t \tag{1}$$

である。また，われわれは，毎期新しく導入される技術は労働生産性を毎期 α の率で上昇させると想定しているから，

$$p_t=p_0(1+\alpha)^t=p_0\lambda^t \tag{2}$$

となる。

資本家はその生産設備による生産が粗利潤を生むかぎり，設備の廃棄を行わず，完全稼働を行うのであるから，第 t 期における生産量の総計は $\sigma\sum_{t-\theta_t}^{t-1} x_t$ である。すなわち，第 t 期においては，稼働しているもののうち最新のものは前期 $(t-1)$ 据付たものであり，最古のものは第 $t-\theta_t$ 期に据付けたものである。同様にして，第 t 期における労働投入量の総計は $\sum_{t-\theta_t}^{t-1} n_t x_t$ である。生産量は，これに対する需要と等しくならねばならないが，われわれの想定のもとでは需要は，労働者の消費需要と資本家の設備需要だけで構成されるから，

$$\sigma\sum_{t-\theta_t}^{t-1} x_t=w_t\sum_{t-\theta_t}^{t-1} n_t x_t+x_t \tag{3}$$

となる。

ここで，実質賃金率 w_t と廃棄される設備の経済的耐用年数の間には，

$$p_{t-\theta_t}=w_t \tag{4}$$

なる関係が存在する。すなわち第 $t-\theta_t$ 期に据付けた設備による生産によっては，もはや第 t 期において粗利潤を生まないことを示している。労働生産性 p が毎期上昇していることを考えれば，第 $t-\theta_t$ 期以前に据付けた設備による生産はもちろん粗利潤を生まないこと，第 $t-\theta_t$ 期より後の期に据付けられた設備による生産は粗利潤を生み，したがって完全稼働されることは容易に分る。

以上 (1)～(4) の諸関係から，われわれは，代入によって容易に次の関係をえる。

$$\sigma\sum_{t-\theta_t}^{t-1} x_t=\sigma\lambda^{t-\theta_t}\sum_{t-\theta_t}^{t-1} \lambda^{-t}x_t+x_t \tag{5}$$

これをみれば分るように，これは経済状態を決定するに必要な完全な関係を与えていない。すなわち，(5) において，σ, λ は所与と想定されているが，毎期の設備据付量 x と経済的耐用期間 θ は決定されるべき内部変数である。したがって，議論を完結的なものにするためには，いま1つの独立な経済的関係を導入しなくてはならない。しかしながら，(5) を次のようなものとみる場合には，他の独立な関係を入れなくても，有益な知識を引出す事はできる。すなわち，(5) を x と θ との関数関係を示すものとみるならば，x の変動により θ がどのように影響されるかを知ることができる。

われわれは，この方向から問題に迫ってゆくことにしよう。

その前に，分析技術的な難点について述べておかねばならない。上述の定式化は，実は厳密なものでない。というのは，第 t 期において廃棄される設備が第 $t-\theta_t$ 期における据付設備であるために，(4)である必要はない。すなわち，

$$p_{t-\theta_t} \leqq w_t < p_{t-\theta_t+1} \tag{6}$$

であればよい。(6)である場合には，第 $t-\theta_t$ 期の据付設備は粗利潤を生まず，第 $t-\theta_t+1$ 期のそれは粗利潤を生む。そしてこの場合(5)は，

$$\sigma\sum_{t-\theta_t+1}^{t-1} x_i = w_t\sum_{t-\theta_t+1}^{t-1} n_i x_i + x_t \tag{7}$$

におきかえられなければならない。(1), (2), (6), (7)で構成される議論は分析にとって，技術的困難を生じる。この困難が生じたのは，時間を離散的(discrete)に取扱ったからである。そこで，以下においては，時間を連続的にとりあつかい，上の議論をかけば

$$\sigma\int_{t-\theta_t}^{t} x_s ds = w_t\int_{t-\theta_t}^{t} n_s x_s ds + x_t \tag{8}$$

$$\sigma/n_t = p_0 e^{\alpha t} \tag{9}$$

$$\sigma/n_{t-\theta_t} = w_t \tag{10}$$

となり，代入により，

$$\sigma\int_{t-\theta_t}^{t} x_s ds = \sigma e^{\alpha(t-\theta_t)}\int_{t-\theta_t}^{t} e^{-\alpha s} x_s ds + x_t \tag{11}$$

となる。

2. 設備需要と廃棄過程

いま，t 時点について考えよう。すると，当然のことであるが，t 時点以前の設備の据付量は既に過去の資本家の決定の結果として所与である。t 時点において，いくばくの生産設備を据付けるかは，資本家が私的利潤の観点から決定する。資本家はその決定にもとづいて，生産設備を需要するのである。

まず，はじめに，みておかねばならないのは，資本家が設備需要を増減させたとき，どのような効果を旧技術の廃棄過程に及ぼすかということである。(11)を用いて，設備需要が変化したとき，実質賃金率 w_t や経済的耐用期間 θ_t に及ぼす効果を求めよう。(11)は，

$$\sigma\int_{t-\theta_t}^{t} (1-e^{\alpha(t-\theta_t)}e^{-\theta s}) x_s ds = x_t \tag{12}$$

とかける。左辺は，生産量から，労働者消費を控除した粗剰余生産物であり，これは，経済的耐用期間 θ_t の関数である。x_t が θ_t に及ぼす効果をみるには，この左辺の量が，θ_t のどのような関数であるかを知ればよい。もし，増加関数であれば，x_t が増大したとき，θ_t は増加すると結論できる。

(12)の左辺を θ_t で微分すると，

$$\sigma\alpha e^{\alpha(t-\theta_t)}\int_{t-\theta_t}^{t} e^{-\alpha s} x_s ds > 0$$

となって，粗剰余生産物は，経済的耐用期間 θ_t の増加関数である。それ故，資本家の設備需要 x_t が増大した場合には，θ_t は増大する。それ故，(9), (10)より実質賃金率 w_t は減小することが分る。すなわち，資本家の設備需要が増大する場合には，旧技術の廃棄を強制する力が弱まるのである。そして，そうでない場合には廃棄されたであろう諸設備による生産をも可能ならしめるような状態をつくるのである。

景気循環の上昇局面は資本家の設備需要の増大過程であり，下降局面は設備需要の減小過程である。それ故，上述の結果から，上昇局面においては，実質賃金率は低下し，経済的耐用期間は増大をつづけ，旧技術の廃棄への強制力は弱化をつづけ，逆に，下降局面においては，実質賃金率は上昇し，経済的耐用期間は減小をつづけ，旧技術廃棄の強制力は強まってゆくと直ちに結論できるようにみえる。だが，それは早計である。上述の検討は，資本家の設備需要が**ある時点**において，増減したとすれば，そうでない場合に比して，実質賃金率，経済的耐用期間がどうなるかという問題であった。それは，設備需要の増大過程，減小過程において，実質賃金率，経済的耐用期間がどのような運動を行うかを検討したのではない。

3. 設備需要増加率と廃棄過程

ある時点における設備需要の増減ではなく，設備需要が毎期，増加してゆく(減小してゆく)過程において，経済的耐久期間がどのような運動を行

うかを検討しなければならない。ところが，これを一般的に遂行するには，分析技術上の困難がある。そこで，まず次のような問題を考えよう。設備需要が毎期一定率で変化してゆくとすれば，経済はどのような運動を行うか。

いま，設備需要が毎期 g の率で変化しているとしよう。すると，

$$x_t=x_0e^{gt} \tag{13}$$

これを(12)に代入すると

$$\sigma\int_{t-\theta_t}^{t}(1-e^{\alpha(t-\theta_t)}e^{-\alpha s})e^{gs}ds=e^{gt} \tag{14}$$

となる。この積分を実行すると

$$\frac{1-e^{-g\theta_t}}{g}-\frac{e^{-\alpha\theta_t}-e^{-g\theta_t}}{g-\alpha}=\frac{1}{\sigma} \tag{15}$$

となる[3]。

(15) から直ちに分ることは，経済的耐用期間 θ_t は，設備需要の変化率 g が一定である限り，σ, α が想定により一定であるから，不変の値をとるということである。すなわち，設備需要の変化率 g が一定である場合には，経済的耐用期間は一定となり，旧技術廃棄への強制力は不変に留まる。

その場合，実質賃金率は(9), (10)から分るように，労働生産性の上昇率 α と同じ増加率で上昇する。

そして，総生産に対して占める労働者消費(=所得)の比重 μ は

$$\mu=\frac{e^{\alpha(t-\theta)}\int_{t-\theta}^{t}e^{-\alpha s}x_sds}{\int_{t-\theta}^{t}x_sds} \tag{16}$$

で，積分すれば，

$$\mu=\frac{g(e^{-\alpha\theta}-e^{-g\theta})}{(g-\alpha)(1-e^{-g\theta})} \tag{17}$$

となり，やはり不変に留まる。

この場合，利潤率はどのようになるであろうか？ある設備を資本家が購入したとき，この投資の利潤率は，その設備の経済的耐用期間の間に獲得する粗利潤の流れ(stream)の現価(present value)をその投資額に等しからしめる割引率によって定義される。t 時点に据付けられた設備投資の利潤率 γ は，経済的耐用期間が θ で，実質賃金率は α の率で上昇してゆくから，次の式できまる γ である。

$$\int_0^{\theta}(\sigma-n_tw_te^{\alpha s})e^{-\gamma s}x_tds=x_t \tag{18}$$

ここで

$$\sigma=n_{t-\theta}w_t \qquad n_t=n_0e^{-\alpha t}$$

を考慮して，積分を実行すると

$$\frac{1-e^{-\gamma\theta}}{\gamma}-\frac{e^{-\alpha\theta}-e^{-\gamma\theta}}{\gamma-\alpha}=\frac{1}{\sigma} \tag{19}$$

となる(15)と(19)を比較すると，

$$g=\gamma \tag{20}$$

であることが分る。すなわち，設備需要の増加率が一定値 g である場合には，利潤率はすべての時点で不変であり，g と等しくなる。

次に確かめておかねばならないのは，旧技術が廃棄されることにより，稼働されなくなった設備で生産に従事していた労働者は失業することになるが，この失業が全体の雇用量に占める比重がどのようになるかである。第 t 時点における雇用総計 N_t は

$$N_t=\int_{t-\theta}^{t}n_sx_sds \tag{21}$$

で与えられる。この雇用量の変化量を求めると，設備需要の増加率 g が一定であるときには，既にみたように経済的耐用年数 θ は一定であるから

$$\dot{N}_t=n_tx_t-n_{t-\theta}x_{t-\theta} \tag{22}$$

となる。すなわち，n_tx_t は，新技術によって新規に雇用される労働であり，$n_{t-\theta}x_{t-\theta}$ は，旧技術の廃棄により失業・転職を余儀なくされる労働量である。だから，旧技術の廃棄によって，失業・転

---

3) $g=0$ の場合は，

$$\theta-\frac{1-e^{-\alpha\theta}}{\alpha}=\frac{1}{\sigma}$$

$g=\alpha$ の場合は，

$$\frac{1-e^{-\alpha\theta}}{\alpha}-e^{-\alpha\theta}\theta=\frac{1}{\sigma}$$

となり，やはり以下の結論がしたがう。なお，本節で，$g=0$ の場合には，

$$\mu=\frac{1-e^{-\alpha\theta}}{\alpha\theta},$$

$g=\alpha$ の場合には，

$$\mu=\frac{\alpha e^{-\alpha\theta}\theta}{1-e^{-\alpha\theta}},\quad u=\frac{1}{\theta}$$

となる。

職を余儀なくされる労働量が総雇用量に示める比重uは，

$$u=\frac{n_{t-\theta}x_{t-\theta}}{N_t}=\frac{g-\alpha}{e^{\theta(g-\alpha)}-1} \tag{23}$$

となる。g, θ は一定であるから，この比重もまた不変に留まる。

以上から分るように，設備需要が毎期一定率で変化してゆく場合には，経済的耐久期間θ，実質賃金率上昇率，労働分配率μ，利潤率γ，廃棄による失業率uはいずれも，毎期一定の値をとり続ける。そして，これらの値はいずれも，設備需要の変化率gの関数となる。(15), (17), (19), (23)がこれを示している。

4. 比較動学的検討

設備需要の変化率が一定である場合には，既にみたように，経済的耐用期間，実質賃金率増加率，労働分配率，利潤率，廃棄による失業率は一定値をとるが，設備需要の変化率gが異った値をとる場合，これらの一定値がどのように相違するかを検討する。

注意しなければならないのは，この検討によって，設備需要の変化率が変化してゆく場合，経済的耐用期間等の値がどのような運動を行うかということが示されるのではないということである。ここで行われるのは，設備需要変化率が毎期一定である2つの状態を比較し，その一定である変化率が異なっているとき，経済的耐用期間等の値が2つの状態ではどのような相違をもつかという比較動学的検討である。

まず，gがθをどのように規定するかをみよう。(15)の左辺をFとかけば，Fはgとθの函数であるから，

$$\frac{\partial F}{\partial \theta}d\theta+\frac{\partial F}{\partial g}dg=0 \tag{24}$$

をえる。それ故，$\partial F/\partial\theta$ と $\partial F/\partial g$ の符号を知れば，$d\theta/dg$ の符号を知ることができる。まず，$\partial F/\partial\theta$ についてみると

$$\frac{\partial F}{\partial \theta}=\frac{\alpha(e^{-\alpha\theta}-e^{-g\theta})}{g-\alpha} \tag{25}$$

となるが，$g=\alpha$ なる場合を除いて，これは必ず正である。次に $\partial F/\partial g$ についてみると

$$\frac{\partial F}{\partial g}=-\frac{g^2e^{-\alpha\theta}-\alpha[(g-\alpha)(1+g\theta)+g]e^{-g\theta}-(g-\alpha)^2}{g^2(g-\alpha)^2} \tag{26}$$

となるが，$g=0, g=\alpha$ なる場合を除いて，これは必らず負となる[4]。したがって，(24)より，$d\theta/dg$

---

4) (26)の右辺の分子にθ^2を掛けたものをHとすると，

$$g\theta=x, \quad \alpha\theta=y$$

とおけば，Hは

$$H=x^2e^{-y}-y[(x-y)(1+x)+x]e^{-x}-(x-y)^2$$

とかける。Hをyの関数であるとみると，すぐ分るように，

$$H(0)=0, \quad H(x)=0$$

である。次に，yに関する微分係数を求めると，

$$H'(y)=2(x-y)-(x^2+2x-2xy-2y)e^{-x}-x^2e^{-y}$$

となる。したがって，

$$H'(0)=x[2-x-(x+2)e^{-x}]$$

となる。

$$h(x)=2-x-(x+2)e^{-x}$$

とおけば，$h(0)=0$ で，

$$h'(x)=-1+(1+x)e^{-x}=e^{-x}\{(1+x)-e^x\}<0 \qquad x\neq 0$$

となる。したがって，$x\neq 0$ に対して，$h(x)x<0$ となるから，$H'(0)$は$x\neq 0$に対して負である。

次に，$y=x$ での $H'(y)$ を求めると，

$$H'(x)=0$$

である。

更に，Hのyに関する第2次微分係数を求めると，

$$H''(y)=-2+2(x+1)e^{-x}+x^2e^{-y}$$

となる。したがって $y=x$ の点では

$$H''(x)=-2+(2+2x+x^2)e^{-x}=2e^{-x}\left(1+x+\frac{x^2}{2}-e^x\right)$$

となる。ところで，

$$f(x)=1+x+\frac{x^2}{2}-e^x$$

とおけば $f(0)=0$ で

$$f'(x)=1+x-e^x<0 \qquad x\neq 0$$

となるから，$f(x)$は$x>0$に対して負，$x<0$に対して正となる。それ故$H''(x)$もまた$x>0$に対しては負，$x<0$に対して正となる。それ故$H'(x)=0$を考えれば，$x>0$のとき$y=x$は$H(y)$の最大点，$x<0$のとき$y=x$は最小点となる。

さて，以上のことから，yに対するHの図を画くと，次頁の図のいずれかになることが分る。その理由は次のようである。$x\neq 0$のとき，$H''(y)=0$ならしめるyが存在し，且つ唯一つしかない。実際$H''(y)=0$ならしめるyは，

は正となることが分る[5)]。

g が実質賃金率をいかに規定するかをみよう。実質賃金率の運動は

$$w_t = p_0 e^{\alpha(t-\theta)} \tag{27}$$

である。したがって，θ が一定値をとる経路では，その増加率は

$$\dot{w}_t / w_t = \alpha$$

となり，これは，設備需要の増加率に依存しない。しかし，(27)から分るように，設備需要の変化率の大きい経路では，そうでない経路に比べて，既にみたように θ が大となるから，各時点における実質賃金率の水準は低下する。逆は逆となる。

次に，g が労働分配率 μ をどのように規定するかをみる。g が毎期一定のとき μ の大きさをきめる(17)より，

$$\frac{\partial\mu}{\partial g} = \frac{\alpha(1-e^{-g\theta})(e^{-g\theta}-e^{-\alpha\theta}) + (g-\alpha)g\theta e^{-g\theta}(1-e^{\alpha\theta})}{(g-\alpha)^2(1-e^{-g\theta})^2} \tag{28}$$

となる。これは $g\neq\alpha, g\neq 0$ なるかぎり，つねに負となる。これより，g の増大は μ を低下させるというのは早計である。というのは，g が増大している場合には，既にみたように θ が変化し増加する，ところが，(17)から分るように μ は g のほかに θ にも依存しているから，この効果をも含めねばならない。そこで，μ の θ に関する偏微係数を求めると

$$\frac{\partial\mu}{\partial\theta} = \frac{g[ge^{-g\theta} - \alpha e^{-\alpha\theta} + e^{-(\alpha+g)\theta}(\alpha-g)]}{(g-\alpha)(1-e^{-g\theta})^2} \tag{29}$$

となる。これも $g\neq\alpha, g\neq 0$ なるかぎり，つねに負となる[6)]。以上の結果から，次のようにいうこと

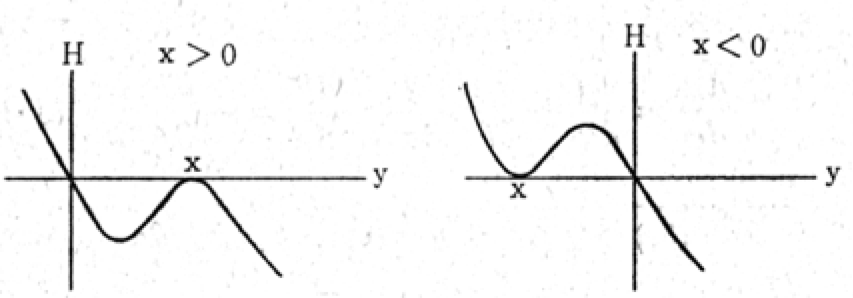
$$e^{-y} = \frac{2-2(x+1)e^{-x}}{x^2} > 0 \qquad x\neq 0$$

できめられ，唯一つしかない。

次に，$H'(y)=0$ ならしめる y は2つあり，且つ2つに限られる。というのは，もし3つもしくはそれ以上の y の値が $H'(y)=0$ ならしめるとすれば，H' の連続性から，$H''(y)=0$ なしめる y の値は2個もしくはそれ以上なくてはならない。$H'(y)=0$ は必らず根をもつ。というのは，既に示したように $H'(x)=0$ である。最後に，$H'(y)=0$ の根は唯一つではありえない。何故なら，$H'(y)$ の式から分るように，y を正の方向，あるいは負の方向へ充分大にすれば，$H'(y)$ はいずれも負となる。したがって，$H'(y)=0$ の根は必ず偶数個なくてならない(重根は1つと数えて)。かくして，$H'(y)=0$ の根は2つあることが分った。

ところで，われわれは既に，$H(0)=0$，$H(x)=0$ であることを知っているが，$H(y)=0$ ならしめる y はこれ以外にない。$H(y)=0$ ならしめる y は4つもしくはそれ以上ではない。というのは，もし，そうならば $H'(y)=0$ ならしめる y は，$H'(y)$ の連続性から3つ以上なくてはならない。$H(y)=0$ ならしめる y は3つではない。というのは，もし，そうならば，$H'(y)=0$ ならしめる y は，3つ以上なくてはならない。何故なら，$y=x$ の点では $H(x)=0$ 且つ $H'(x)=0$ であるからである。したがって，$H(y)=0$ の根は，$y=0, y=x$ 以外にはない。

以上の知識のほかに，$H'(0)<0$ であり，$y=x$ の点が $x>0$ のとき最大点，$x<0$ のとき最小点であることを考慮すれば，図のようになる。



以上のことから，次のようにいうことができる。$x\neq 0$，$y\neq x$ で $y>0$ である限り，H は必ず負である。

5)　$g\to 0$ なる場合，$\partial F/\partial g<0$ である。$\because g\to 0$ なるとき，$\partial F/\partial g$ は，分母および分子をそれぞれ2回，g について微分して，$g=0$ とおけば

$$\frac{\partial F}{\partial g} = \left[e^{-\alpha\theta} - \left(1-\alpha\theta+\frac{\alpha^2\theta^2}{2}\right)\right]\Big/\alpha^2$$

となる。これは $\alpha\theta>0$ なるかぎり負である。

$g\to\alpha$ なる場合，$\partial F/\partial\theta>0$，$\partial F/\partial g<0$ である。$\because g\to\alpha$ なるとき，$\partial F/\partial\theta$ は，分母，分子を g で微分し，$g=\alpha$ とおけば

$$\frac{\partial F}{\partial\theta} = \alpha\theta e^{-g\theta}$$

となる。これは $\alpha\theta>0$ なるかぎり正である。次に $g\to\alpha$ なるとき，分母，分子を g で2回微分して，$g=\alpha$ とおけば，

$$\frac{\partial F}{\alpha g} = \left[e^{-\alpha\theta}\left(1+\alpha\theta+\frac{\alpha^2\theta^2}{2}\right)-1\right]\Big/\alpha^2$$

となり，$\alpha\neq 0$ なるかぎり，負である。

6)　(29)の分子に θ^2 を掛けたものを Ψ とすると，$\alpha\theta=y$，$g\theta=x$ とおけば，

$$\Psi = \{xe^{-x} - ye^{-y} + e^{-(x+y)}(y-x)\}x$$

となる。これに e^{x+y} を掛け，更に x^2y で割ると，

$$\frac{e^y-1}{y} - \frac{e^x-1}{x}$$

となる。ところが $\phi(y)=(e^y-1)/y$ は y の増加関数

ができる。設備需要の変化率の大きな経路では，労働者階級の分配率は低く，搾取度はつよまる。逆は逆である。

利潤率 γ に対する g の効果は(20)より明らかである。すなわち，g の差違は，同じ大きさの相違を γ にもたらす。

最後に，廃棄による失業率 μ に対する g の効果を(23)によってみよう。(23)より

$$\frac{\partial u}{\partial g}=\frac{\{1-(g-\alpha)\theta\}e^{(g-\alpha)\theta}-1}{(e^{\theta(g-\alpha)}-1)^2} \qquad (30)$$

となる。これは $g\neq\alpha$ なるかぎり，つねに負である[7]。また θ に関する偏微係数を求めると，

$$\frac{\partial u}{\partial\theta}=\frac{-(g-\alpha)^2e^{\theta(g-\alpha)}}{(e^{\theta(g-\alpha)}-1)^2} \qquad (31)$$

となる。これは $g\neq\alpha$ なるかぎり，負である。したがって，g の直接効果も，θ を通してもたらす間接効果もともに負となる。

以上の検討から，次のことがいえる。設備需要の変化率が大きい場合(これを景気の上昇局面に当ると考えてよい)，実質賃金率はそうでない場合に比して，水準が低く，労働者階級への搾取が強まり，分配率は低く，利潤率は高い。その結果，旧技術の廃棄に対する強制力は弱まり，設備の経済的耐用年数は大であり，廃棄による失業率も小となる。これに対して，設備需要の変化率が小さい(それは負であってもよい)場合(これを景気の下向局面に当ると考えてよい)，実質賃金率はそうでない場合に比して，水準が高く，労働階級の分配率は高まり，利潤率は低い。しかし，それは労働者階級にとって，より楽な段階であることを意味しない。旧技術の廃棄を迫る強制力は強まり，設備の経済的耐用年数は小であり，廃棄による失業率は大となる。

5. 技術進歩率と廃棄過程

設備需要の変化率が毎期一定であれば，利潤率，実質賃金増加率，分配率，廃棄による失業率は毎期一定となる。それらの値を一定とおかれる設備需要の変化率の関数とみることによって，その規定の仕方を前節でしらべた。ところが，いままでのところから分るように，それらは，一定と想定した労働生産性の毎期の上昇率 α の関数でもある。そこで，労働生産性の増加率 α がそれらをいかに規定するかをみよう。その際，設備需要変化率 g は変化しないとする。

まず α の相違が θ に対する効果をみよう。(15)において，既に，その左辺を F として，$\partial F/\partial\theta$ は(25)で計算され正であるから，$\partial F/\partial\alpha$ をしればよい。

$$\frac{\partial F}{\partial\alpha}=\frac{\{\theta(g-\alpha)-1\}e^{-\alpha\theta}+e^{-g\theta}}{(g-\alpha)^2} \qquad (32)$$

となる。これは $g\neq\alpha$ に対して，つねに正である[8]。それ故，$d\theta/d\alpha$ は負となる。

実質賃金率の増加率は α であるから，α の相違をそのまま反映する。同一時点における実質賃金率の水準については，(27)より，α の直接効果と，θ を通じての間接効果の双方から，大となる。

労働分配率 μ についてみよう。

$$\frac{\partial\mu}{\partial\alpha}=\frac{g}{1-e^{-g\theta}}\cdot\frac{\{1-\theta(g-\alpha)\}e^{-\alpha\theta}-e^{-g\theta}}{(g-\alpha)^2} \qquad (33)$$

となる。これは，$g\neq0, g\neq\alpha$ に対して，つねに負である。前節(29)でみたように $\partial\mu/\partial\theta<0$ であるから，α の μ に対する効果は

$$\frac{d\mu}{d\alpha}=\frac{\partial\mu}{\partial\alpha}+\frac{\partial\mu}{\partial\theta}\frac{d\theta}{d\alpha},\quad \frac{d\theta}{d\alpha}=-\frac{\partial F/\partial\alpha}{\partial F/\partial\theta} \qquad (34)$$

である。実際これを y で微分すると

$$\varphi'(y)=\frac{(y-1)e^y+1}{y^2}$$

となるが，分子を $v(y)$ とおけば，$v(0)=0$ で，

$$v'(y)=ye^y$$

となり，$y>0$ のとき $v'(y)>0$，$y<0$ のとき $v'(y)<0$ となるから，$v(y)$ は $y\neq0$ に対して正となる。故に $\varphi'(y)$ は $y\neq0$ のとき $\varphi'(y)>0$。

それ故，Ψ は $x\neq0$，$y>0$ のとき，$y>x$ ならば正，$y<x$ ならば負となる。これは $\theta>0$ のとき $\alpha>g$ ならば(29)の分子は正，$\alpha<g$ ならば負となることを意味する。故に(17)は，$g\neq0$，$\alpha\neq g$，$\theta>0$，$\alpha>0$ のとき負である。

7) 前註6の後半の議論を(30)の分子に適用すればよい。

8) (32)の分子を Φ とすれば，$\theta g=x$，$\theta\alpha=y$ とおけば

$$\Phi=(x-y-1)e^{-y}+e^{-x}$$

これを x 関数とみれば，$\Phi(y)=0$。また $\Phi'(y)=0$ で $\Phi''(x)>0$ for all x であることから，$x\neq y$ に対して $\Phi(x)>0$。

であるから，直接効果(負)と間接効果(負×負＝正)とは方向は逆の方向をとるが，その綜合効果は正である[9]。

利潤率γについては，(20)よりγはgに等しいが，gは変らないとしているから，相違はない。

廃棄による失業率uについてみよう。(23)より，

$$\frac{\partial u}{\partial \alpha}=\frac{1-e^{\theta(g-\alpha)}(1-\theta(g-\alpha))}{(e^{\theta(g-\alpha)}-1)^2} \qquad (35)$$

となり，$g\fallingdotseq\alpha$のとき，つねに正となる[10]。αのμに対する総合効果は

$$\frac{du}{d\alpha}=\frac{\partial u}{\partial \alpha}+\frac{\partial u}{\partial \theta}\frac{d\theta}{d\alpha} \qquad (36)$$

であるから，$\partial u/\partial\alpha>0, \partial u/\partial\theta<0$ (31)，$\dfrac{d\theta}{d\alpha}<0$であることから，正となる。

以上の検討から，次のことがいえる。需要の増加率を同一として，労働生産性の増加率が増大すれば，旧技術の廃棄への強制力がつよまり，経済的耐用期間は縮少し，廃棄による失業率は増大する[11]。

---

9) (34)を(25)，(29)，(32)，(33)を用いて，整理すると，

$$\frac{d\mu}{d\alpha}=\frac{g^2\alpha e^{-g\theta}[\{1-\theta(g-\alpha)\}e^{-\alpha\theta}-e^{-g\theta}]\left[\dfrac{1-e^{-\alpha\theta}}{\alpha}-\dfrac{1-e^{-g\theta}}{g}\right]}{(g-\alpha)^2(1-e^{-g\theta})^2\alpha(e^{-\alpha\theta}-e^{g\theta})}$$

となる。$g\neq0$, $g\fallingdotseq\alpha$, $\alpha>0$のとき分母は，$g>\alpha$のとき正，$g<\alpha$のとき負となり，分子の最後のカッコの部分をのぞいては，負である。(註4参照)さて，$\dfrac{1-e^{-x}}{x}$は，xの増加関数である。したがって，分子の最後のカッコの部分は$g>\alpha$のとき負，$g<\alpha$のとき正となる。故に，$d\mu/d\alpha$は，$g\neq0$, $g\fallingdotseq\alpha$, $\alpha>0$のとき正である。

10) 註6の$\varphi'(y)>0$ところを参照。

11) gとαが各変数を規定するしかたをまとめて表示すると次のようになる。

	θ	w	μ	γ	u
g	+	−	−	+	−
α	−	+	+	0	+