

件は

$$\frac{b_{22}}{b_{21}} > \frac{r_2}{r_1} > \frac{b_{12}}{b_{11}}$$

である。これと同様な関係は各生産部門において成立しなければならぬことはいうまでもない。

ところで、収益率は単位生産物当りの収益であるので、単位生産物当りの平均支出ノルマチーフ (a_{ij}) を与えられたものとすれば、投入財の価格 (C_i) によって決定される。すなわち、 j 生産物の価格 (C_j) は、

$$C_j = \sum_{i=1}^n a_{ij} C_i + v_j l_j + r_j$$

v_j …生産物を生産するための単位労働支出の賃金率
 l_j …労働支出の平均ノルマチーフ

であるから、収益率 (r_j) は、

$$r_j = C_j - \left(\sum_{i=1}^n a_{ij} C_i + v_j l_j \right)$$

である。すでに各生産部門内の 2 グループ間の収益率比率は一定の制約を持つことが明らかにされているので、価格はその制約を満たすような大きさでなければならない。そのような価格群がダダヤンのいう刺激的価格体系である。この価格群の発見方法については、ダダヤンは試行的方法を試みているにすぎない。すなわち、特定の価格から出発して、収益率を計算し、それが前述の条件を満たしていればよいという仕方である。しかし、1 生産部門の内部だけでは収益率比率に自由度があっても、部門全体が相互に制約しあうのであるから、価格体系は rigid に決定されてくるはずである。その点まで掘下げた欲しかったと思う。

以上は生産財の価格決定であるが、消費財の価格決定は若干異なる。収益率比率が一定の範囲内になければならぬことは生産財の場合と同じであるけれども、第 1 に、実質賃金率と非生産的消費の大きさが計画的に与えられているので、消費財の生産総量は所与とされ、第 2 に、所与の消費財総量の総価格は、国の全体の可処分所得に等しくなければならないので、これも所与である。したがって、消費財の価格決定は、この 2 つの条件を満たしながら、収益率比率が一定の範囲内におさまるような価格を発見することである。それをダダヤンは、一方では消費財生産に従事する 2 つのグループの平均価格とすでに判明しているそのグループの投入係数および生産財価格によって規定される収益率の範囲を定め、他方では価格に適当な値を代入してみるという操作をすることによって行なうのであるが、その詳細についてはもはや言及する余裕はない。

以上がダダヤンの刺激的価格体系モデルの基本構造の紹介である。この考え方はダダヤン自身「国民経済の計画化と管理の実際に経済計算方法を定着させるための新しい可能性」を与えると自負するところのものであるが、かれ自身がのべているように、これは「客観的に条件づけられた評価」の系列に属する価格形成論である。ソヴェトの価格形成論に関する広汎な議論では、このほかに価値説、生産価格説、較差支出説などがあるが、残念なことに、これら異説に対してダダヤンの新説はどの点に優位性があるかはのべられていない。かれの議論で明らかにされたのは各生産部門の収益を最大にする各生産物の単位当りの収益=収益率と価格だけであって、その価格のもとで混合生産を行なっている各生産グループの収益あるいは利潤率は問題にされていない。ダダヤンの議論では、部門収益総量の極大化が生産の物質的刺激に直結すると想定され、それを達成する格価体系に「刺激的価格体系」という意欲的な命称を与えているが、物質的刺激については周知の利潤導入論争にみられるように、企業の利潤率が重要な意味を持つのではあるまいか。ダダヤンが本書で展開した価格体系が何故「刺激的」といえるのかという決定的な点で疑問が残るのである。だがこれらの点は、ダダヤンの斬新な問題提起と明晰な分析の価値をひくめるものではない。本書が戦後の再生産論研究の基本文献の 1 つの地位をしめることはほぼまちがいないと思われる。

〔高須賀 義博〕

E・マランヴォー

『計量経済学の統計学的方法』

E. Malinvaud, *Statistical Methods of Econometrics*, Translated by Mrs. A. Silvey. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1966, pp. x, 631.

この本の仏語原書の書評はすでに Nerlove (*The American Economic Review*, Sept. 1964) 及び F. Fisher (*Econometrica*, April 1965) によって書かれており、夫々最大級の賛辞を呈している。Nerlove の書評はこの本の全般に亘って詳しく紹介しているのでここでは総括的な事は省いて断片的な感想を主にのべる。

この本の最大の特徴は今迄に表れた econometrics の教科書に比べて econometrics の理論及び regression

analysis の理論に関する問題をはるかに多く取上げ解説しているということである。例えば最少自乗法の asymptotic normality の証明, 同じくその decision theory の立場からの評価, convergence in probability に関する便利な附加章, spectral analysis の説明等は従来の econometrics の教科書に見られぬものである。従ってこの書はエンサイクロペディア的色彩を持つ。econometrician の遭遇する大方の理論的問題は多かれ少かれこの書のうちにふれられていると見て間違いない。もとよりそれらの問題のすべてをこの書の説明によってのみ完全に理解することは期待出来ぬが, 読者はかかげられている豊富な文献に直接当たって更に深く研究する便を与えられる。後に挙げる様にオミットされている重要な論文もいくつかあるが, 読者は常にすでに引用されている論文の文献から連鎖的に広範囲の文献に通ずることが出来るものである。

数理統計学に関するこの書の説明は概して難解である。容易性よりも厳密性を重んじている。このことに関して著者は英訳本の序文において数学的素養のあるフランス人読者を対象として書いた為に数学的説明がしばしば難解になり経済学的説明がいささか冗長になったかも知れぬと断っている。説明の中に数学的に高級な undefined term が数々現われる。それは特に Part 4 の time series analysis の基礎において顕著である。例えば spectral representation が説明されているが, 確率変数, ステルチェス積分の定義は省略してある。従って経済学者の多くは数学及び統計学の参考書を参照しつつこの書を読む必要がある。かくいうのはこの書を非難する為ではない。Gibbons の言う如く, “The power of instruction is seldom of much efficacy except in those happy dispositions where it is almost superfluous.” である。

ただ geometry を導入する為に一部の読者には特に説明がわかりにくくなるという難はある。又 notation も改良の余地があると思う。matrix で押し通せるところにもあえて \sum 記号を使って subscript をふやしていることがしばしばある。

さて次に個々の問題点に間するコメントに移ろう。

3章と6章は夫々1変数と多変数の regression における諸条件下の最小自乗法の性質について論じているのであるが, その条件のうちで77頁と174頁に外生変数の sample moment が sample size と同速度で増加するという条件があり, 後の asymptotic normality 及び consistency の証明に必らず使われている。しかしこれ

は著者も78頁に断っている通り必要以上に restrictive であるから, 初めからより一般的な仮定で押し通した方が良いと思われる。

同じく3章の89頁に Cramér に従って, 最小自乗法は residual が normal の場合にはすべての “regular” unbiased estimator の中で最小の variance を持つという定理が証明なしで述べられているが, この “regular” たることの必要はない。(C. R. Rao, *Linear Statistical Inference and Its Applications*, John Wiley, 1965, p. 258 を参照せよ)。

しかし asymptotic efficiency に関しては著者の様に asymptotic に minimum variance を持つものと定義すると何らかの意味で “regular” な estimator 群の中で考えねば意味をなさなくなる。従って autoregression における最小自乗法の漸近的性質に関する452頁の Theorem 1 は Mann and Wald (*Econometrica*, 1943) の定理を誤って引用している。同頁の脚註に Durbin (*Journal of the Royal Statistical Society*, 1960) が asymptotic efficiency を証明しているというのも Malinvaud の定義のままでは誤りである。asymptotic efficiency の概念は甚だ難解なものであり様々の定義法がある。これに関しても前述の Rao の著書の283頁に始る部分に詳細な解説がある。

5章は regression analysis の幾何学的説明として独自の価値をもっている。ここでは random vector の concentration ellipsoid すなわち, covariance matrix A が与えられた時のそれに対応する集合 $Q_A = \{x : |x'y| \leq 1 \text{ for every } y \text{ such that } y'Ay \leq 1\}$ が定義されており以後の議論に度々使われている。 Q_A が Q_B を包含するという事は A が B よりも matrix の意味で大きいということと同意義である。多くの読者には後者の概念の方が使い易いのではないかと思う。幾何学的思考に馴れることも価値あると思うが, かえってその為に説明がわかりにくくなると思われる箇所があるのも事実である。

6章の195~197頁間に通常の仮定, すなわち regressor が non-stochastic であり residual が independent, identical である場合の下における最小自乗法の asymptotic normality が証明されている。しかも 3rd moment の仮定を必要とせぬ Lindberg の central limit theorem を使った証明であり, この本の他の econometrics の教科書に比しての数学的高等性を示している。この証明に使われる Lindberg の central limit theorem 及びその様々な有益な変型が212~214頁間の appendix に紹介もしくは証明されている。これらの部

分は大変有益であると思う。ただ、前にのべた様な外生変数の moment に関する仮定を緩和した場合どうなるかということが198頁に簡単に指適してあるにすぎないこと、及び上の証明が最も一般的な multiple regression model に関してなされたために notation が煩雑になったことが惜しまれる。

最小自乗法の asymptotic normality の証明は上記の通常モデル (regressor non-stochastic, residual independent) の場合に限られている。residual が serially correlated の場合については13章426~428頁間に前述の外生変数のモーメントに関する仮定下に consistency のみを証明している。asymptotic normality に関しては428頁に数行をもってその証明が可能なることを記してある。この書には引用されていないが、この場合の asymptotic normality は Hannan, "A Central Limit Theorem for Systems of Regressions," *Proc. Camb. Phil. Soc.*, 1961 に証明されている。autoregression model における最小自乗法の asymptotic normality に関しては453頁の Theorem 2 に Mann and Wald (*Econometrica*, 1943) の結果が証明なしに引用されている。しかしこの証明は、ここには引用されていないが、Walker, "The Asymptotic Distribution of Serial Correlation

Coefficients for Autoregressive Processes with Dependent Residuals," *Proc. Camb. Phil. Soc.*, 1954 の定理を使った方がはるかに容易である。

319~325頁間の convergence in probability に関する諸定理を証明した appendix は大いに有益である。これらを更に深く研究せんとする読者には Mann and Wald, "On Stochastic Limit and Order Relationships," *Annals of Math. Stat.*, 1943 をすすめる。又前述の Rao の本には種々の convergence の定義及びそれらの間の関係が要領よくのべられている。

14章の autoregressive models では Malinvaud, "Estimation et prévision dans les modèles économiques autorégressifs," *Revue de l'Institut International de Statistique*, 1961 を基にして autoregression における最小自乗法の small sample properties のモンテカルロ式研究に多くをさいている。

連立方程式モデルに関する説明はほぼ全体の5分の1を占め、従来の教科書に比して特に目新しいものはない。

以上、断片的な書評であるので、前述の Nerlove の書評と併せ読まれることを望む。

〔雨宮 健〕