多部門成長理論の観点からみた転形問題

村　上　泰　亮

1. 序論　この論文は，最近の多部門成長理論の手法を援用して，マルクス経済学におけるいわゆる「転形問題」(transformation problem)に関する整理を行なうことを目的とする。周知のように「転形問題」とは，財交換比率を投入労働価値によって説明するマルクスの基本的方法が，現実の市場に作用するいわゆる「生産価格」の説明に適用されるに際してどのような「転形」を余儀なくされるか，を扱うものであり，一般にマルクス経済学における重大な問題点の1つとされている。したがってこの問題に関する論文の数も多いが[1]，それらは主として「固定された技術」の下での「単純再生産」の場合を扱っている。それに対してこの論文は，技術がいくつかの可能性をもつ場合，すなわちいわゆる「代替可能な技術」を想定し，さらに単純生産のみならず「拡大再生産」の場合をも分析の対象に含めている。

上に述べたように問題は，価値による交換比率の説明と，生産価格による交換比率の説明との対比という点に帰着するが，第3節において検討するようにそれは，剰余価値率を規準として動く経済と平均利潤率を規準として動く経済との対比である，といってもよい。資本家の利得を労働(可変資本)のみに結びつけるのが前者の規準であるとすれば，それを資本と労働(不変資本と可変資本)との両者に結びつけるのが後者の規準である。2つの規準の相違はあまりにも明白である。

この論文の結論は，剰余価値率を規準として動く経済と平均利潤率を規準として動く経済とは例外を除いてまったくちがった動きを示す，ということである。財の交換比率がちがうばかりでなく，生産のあり方がちがう。もっとも基本的にいえば，選択される生産技術がちがうのである。したがって現実の資本家が平均利潤率ないしはそれに近い規準にしたがって行動するとすれば，利潤発生の根拠に関するマルクスの説明原理をそのまま延長することによって，現実の市場相対価格や生産要素配分を説明することは不可能であろう。この否定的結論は固定された技術の下ではそれ程目立つ形をとらない。しかし技術が代替可能となり，拡大再生産を考察するようになると，この結論はもはやかくし難いものとなるのである。

しかし剰余価値率という規準と平均利潤率という規準とがはっきり異なった原則であるということに注目すれば，上記の結論はほとんど直観的に明らかであろう。マルクス経済学者といわれる人々の中にも上記の結論を認めることから出発する人も少なくない[2]。それにもかかわらず牛刀をふるう危険をあえて冒して以下の分析を行なったのには，2つの理由がある。第1には，論争の混乱の中でこのような明白な論点すら見失われることをおそれたからであり，第2には，この論文の分析がより一般的な問題，すなわち利潤率を総費用について考える場合と費用の一部――たとえば労賃――について考える場合との対比という問題について多少の示唆を与えうる，と考えたからである。これらの点を考えるとき，多部門成長理論の例解にすぎない以下のような議論を公表することにもそれなりの意味があろうかと思われる。

2. 価値表示による再生産表式　われわれは，マルクス経済学においてしばしば用いられてきた定式化から出発しよう。すなわち，経済は3つの部門よりなり，第1の部門は生産財，第2の部門は賃金財，第3の部門は奢侈財を生産すると考える。さらに最近よく行なわれている方法にしたがって[3]，マルクスの再生産表式を，価値（または価

1)　[8]の末尾に便利な文献目録がある。

2)　たとえばスウィージー[7], p.129 置塩 [6]p. 37.

3)　[8]における竹内論文，公文論文を見よ。

格)関係を示す式と，実物関係を示す式とに分けて考えよう。説明の便宜のために，技術の可能性が1つしかない，いわゆる固定技術の場合から出発する。

まず価値関係を示す式は

$$\begin{cases}\pi_1=a_1\pi_1+(1+m)wl_1\pi_2\\ \pi_2=a_2\pi_1+(1+m)wl_2\pi_2\\ \pi_3=a_3\pi_1+(1+m)wl_3\pi_2\end{cases}\qquad(1)$$

で与えられる。π_i は i 財1単位の労働価値を示す。a_i は i 財1単位の生産に必要な生産財の量，l_i は i 財1単位の生産に必要な労働の量，m は剰余価値率，そして w は実質賃金を示す。(1)を満足する価値の解が，実は各財の生産に直接間接必要な労働の量を示すことはすでによく知られている[4]。

この関係を行列形式で書けば

$$\Pi[I-A-(1+m)mL]=0\qquad(1)$$

となる。ただし

$$\Pi=[\pi_1,\pi_2,\pi_3],$$

$$A=\begin{bmatrix}a_1 & a_2 & a_3\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix},\quad L=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ l_1 & l_2 & l_3\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}.$$

さらに $|I-A|\neq 0$ ならば

$$\Pi[I-(I+m)wL[I-A]^{-1}]=0.\qquad(1')$$

次に実物関係を示す式は

$$\begin{cases}x_1(t-1)=a_1x_1(t)+a_2x_2(t)+a_3x_3(t)\\ x_2(t-1)=w(l_1x_1(t)+l_2x_2(t)+l_3x_3(t))\qquad(2)\\ x_3(t-1)=\dfrac{\pi_2}{\pi_3}cmw(l_1x_1(t-1)+l_2x_2(t-1)\\ \qquad\qquad +l_3x_3(t-1))\end{cases}$$

で与えられる。$x_i(t)$ は t 期における i 財の生産量であり，c は資本家の消費率を示す。資本家は賃金財を消費しない。これらの式は等価交換を前提とした需給均衡式である。

価値式と同様に行列形式を用いれば，

$$X(t-1)=AX(t)+wLX(t)+mwC\Pi LX(t-1)\qquad(2)$$

となる。ただし

$$\begin{bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\\ x_3(t)\end{bmatrix}=X(t),\quad\begin{bmatrix}0\\ 0\\ c\end{bmatrix}=C,\quad \text{そして}\quad \pi_3=1.$$

この関係をみたす無数の生産の時間的径路のうち，代表的なものとしていわゆる均衡成長径路(balanced growth path)に関心をかぎろう。均衡成長径路は $X(t)=(1+\gamma)^tX$ で表わされる。かくて(2)より

$$[I-(1+\gamma)[A+wL]-mwC\Pi L]X=0\qquad(3)$$

がみちびかれる。このような径路を，価値型の均衡成長径路と呼ぼう。

さてここでこの論文の仮定を明示しておきたい。

仮定 1　　$[I-A]^{-1}\geqq 0.$

これは置塩のいわゆる純生産可能条件で[5]，これなしには単純再生産も保証されえない。さらに命題の記述を簡単化するために

仮定 2　すべての i について，$a_i>0$ であり $l_i>0$ である。

仮定 3　　$0\leqq c\leqq 1.$

の2つの仮定をつけ加えよう。ここで行列による定式化を利用すれば，3種類の財のそれぞれが複数個となるより一般的な場合への拡張が可能であることに，注意しておこう。ただし行列 L と仮定2, 3が適切に再定義される必要が生じる。

ここで技術の代替可能性を導入して分析を行なおう。技術が複数個存在するから，各技術には，A_j, L_j といったように添字 j をつけて区別しよう。さらに各技術に対応して(1)または(3)で定義される諸量についても，$\Pi_j,\ m_j,\ X_j,\ \gamma_j$ のように添字によって区別をつけたい。さていまわれわれはここで，資本家が「剰余価値率極大」の原則にしたがって行動すると仮定する。この仮定の意味についてはこの節の最後で検討を加える。

さて剰余価値率を極大にする技術をえらび出そう。各技術について(1)で定義される剰余価値率 m を，実質賃金の所与の水準について計算し，それらのうちで最大の剰余価値率を達成する技術をとればよい。便宜のためにそのような技術には j の代わりに * 印をつけよう。このとき多部門成長理論においてよく知られているように[6]，次のような性質をみたす $\Pi^*\geqq 0$(ただしわれわれのモデルでは $\Pi^*>0$ となる)が存在しなければならない。

---

4)　[4], または [8] における村上論文を見よ。

5)　[2] の第5章を見よ。

6)　[4] または [5] を見よ。

$$\begin{cases} \text{すべての技術について} \\ \Pi^*[I-(1+m)^*wL_j[I-A_j]^{-1}]\leqq 0, \\ \text{最大の } m \text{ を達成する技術について} \\ \Pi^*[I-(1+m^*)wL^*[I-A^*]^{-1}]=0. \end{cases}$$

Π^* をこの経済の価値解と呼ぼう。このとき

命題 1　実質賃金の変化にもかかわらず最大の剰余価値率を達成する技術は変化しない。この経済の価値解も変化しない。剰余価値率 m は実質賃金 w の上昇(低下)につれて低下(上昇)する。その関係は正確には $(1+m)w=\text{const.}$ の関係である。

証明は非負行列に関するいわゆるフロベニウスの定理[7]を(1)式に適用することによって簡単にみちびかれる。$L[I-A]^{-1}$ のフロベニウス根が最小であるような技術がいかなる実質賃金に対しても剰余価値率の極大を達成する。実は上記フロベニウス根の逆数が $(1+m)w$ に等しい。このようにして技術代替可能性にもかかわらず，剰余価値率極大の規準で動く経済は技術代替を行なわない。一種独特の「非代替定理」がここで成立する。後にみるように価格表示による再生産表式ではこのようないわば変則な事態は起りえない。

次に実物関係についても同様の分析を試みよう。まず各個の技術について(3)式が非負の X_j を伴なって成立するためには，所与の w, c, m_j, Π_j に対して均衡成長率 γ_j が適切にえらばれなければならない。ただし Π_j と $(1+m)w$ とは不変であるから，γ_j は w と c との関数に他ならない。

命題 2　1つの技術について考えよう。任意の非負の剰余価値率および任意の資本家消費率 $(0\leqq c\leqq 1)$ に対して，非負の均衡成長率 γ_j をもつ均衡成長径路がつねに可能である。$\gamma_j>0$ かつ $c<1$ であれば，実質賃金の上昇(低下)につれて均衡成長率 γ_j は低下(上昇)する[8]。生産量構成 X もそれにつれて概して変化する。

証明を略述しよう。簡単のために添字 j を省く。まず $\Pi c\Pi=c\Pi\leqq\Pi$ であることに注目すれば，$m\geqq 0$ かつ $c<1$ の下で，

$$\Pi[I-wL[I-A]^{-1}-mwC\Pi L[I-A]^{-1}]$$
$$\geqq\Pi[I-(1+m)wL[I-A]^{-1}]=0.$$

かくて非負行列

$$[A+wL][I-A]^{-1}[I-wL[I-A]^{-1}$$
$$-mwC\Pi L[I-A]^{-1}]^{-1}$$

のフロベニウス根を $1/\gamma$ とし，該当する特性ヴェクトルを $Z\geqq 0$ とすれば，

$$[I-(1+\gamma)[A+wL]-mwC\Pi L]X=0$$

がえられる。ただし

$$X=[I-A-wL-mwC\Pi L]^{-1}Z\geqq 0.$$

これは(3)式に他ならない。$c=1$ のときには $\gamma=0$ においてのみ(1)と(3)が両立することは容易に示される。

次に実質賃金が w から $w+\Delta w$ へと変化する場合を考えよう。$\Delta w>0$ の場合を考える。w に対応する剰余価値率，均衡成長率を，m, γ とし，$w+\Delta w$ に対応するものを，m', γ' とすれば，(3)の双対として，

$$P[I-(1+\gamma')[A+(w+\Delta w)L]$$
$$-m'(w+\Delta w)C\Pi L]=0$$

のような $P>0$ が存在する。かくて $c<1$ であり $\pi_3=1$ であるから，$P>PC\Pi$ となり，

$$P[I-(1+\gamma')[A+wL]-mwc\Pi L]$$
$$=\Delta wP[(1+\gamma')I-C\Pi]L>0$$

がえられる。しかし(3)によって行列

$$(1+\gamma)[A+wL]+mwC\Pi L$$

のフロベニウス根は1に等しい。したがって $\gamma'<\gamma$ でなければならない。$\Delta w<0$ の場合の証明も全く同様に行なうことができる。以上で命題2の証明は終了した。

ここであらためて技術代替可能性を考慮に入れよう。各技術について(3)式の与える均衡成長率 γ を計算し，それを極大化する技術を考えよう。このとき

命題 3　実質賃金の変化につれて，最大の均衡成長率 γ を達成する技術は概して変化する。そのとき $\gamma>0$ かつ $c<1$ であれば，実質賃金の上昇(低下)につれて均衡成長率は低下(上昇)する。

そして特に，最大の剰余価値率を達成する技術は不変であるから，

命題 4　ある種の実質賃金水準においては，最大の剰余価値率を達成する技術と最大の均衡成

---

7) [1]または[3]を見よ。

8) $c=1$ であればつねに $\gamma=0$.

長率 γ を達成する技術とがいかなる正の資本家貯蓄率[9]の下においても決して一致しない，という事態が発生しうる。

上記2命題の裏附けのためには，最終節の例1を参照されたい。命題3の後段は命題2から生ずる当然の帰結である。

次の節において示すように，「価格表示」による再生産表式においては，最大の平均利潤率を達成する技術と最大の均衡成長率 g を達成する技術との一致が，適当に正の資本家貯蓄率を選ぶことによって可能となるが，「価値表示」の体系ではそのような一致の一般的保証は存在しない。剰余価値率極大の規準と均衡成長率 γ 極大の利潤とは必しも両立しえない。

ところでそれならば，適当に実質賃金水準をえらぶことによって両規準の一致を達成することは不可能であろうか。

命題 5　最大の剰余価値率を達成しうる技術において剰余価値率が零になるところまで実質賃金を高めよ。このとき最大の剰余価値率を達成する技術の均衡成長率は零，それ以外の技術の均衡成長率 γ はたかだか零である。

証明は容易なので省略するが，この状態は余りにも特異であるようにみえる。しかしながら最終節の例4が示すように，技術がコッブダグラス型の生産関数で示される無限の代替可能性をもっているときには，命題7の示す特異な状態においてのみ上記2つの規準の一致が可能となる場合がある。そのような場合には，この特異な例外を除いては，剰余価値率極大の規準と均衡成長率 γ 極大の規準とはつねに不一致となるのである。要するにわれわれは，これら2つの規準が必しも両立しえないことを，さらにいえばある種の場合にはほとんどすべての場合に両立しえないことを示した。形式的観点からいえば，マルクスの価値表示型再生産表式がノイマン型の体系ないしは森嶋型の体系におけるような「双対性」をもっていないことが示されたのである。

9)　資本家貯蓄率が零となれば均衡成長率はすべての技術について零となり，2つの技術は一致しうる。しかしこれは興味ある場合ではない。

さてここで剰余価値率と均衡成長率 γ との関係を追求してみよう。いま(3)式に左から Π をかけると

$$\Pi[I-(1+\gamma)[A+wL]-mwC\Pi L]X=0.$$

(1)を考慮することによって，

$$\gamma\Pi[A+wL]X=mw\Pi[I-C\Pi]LX$$
$$=(1-c)mw\Pi LX.$$

かくて

$$\gamma=\frac{\Pi wLX}{\Pi[A+wL]X}(1-c)m=\frac{\pi_2x_2}{\pi_1x_1+\pi_2x_2}(1-c)m \tag{4}$$

の関係がえられる。

右辺の分数は第1部門と第2部門を併せた生産価値中での，第2部門の生産価値の比率を示している。したがって経済全体についていわゆる「資本の有機的構成」を Q で表わせば

$$\gamma=(1-c)(1-Q)m=(1-c)\rho \tag{4'}$$

と書くことができる。$(1-Q)m$ はマルクス経済学においてときに利潤率と呼ばれる概念であるが，この論文では，後に示す「価格表示」による利潤率と区別するために，「価値表示」による利潤率と呼び，ρ でそれを示すことにしよう。かくて

命題 6　1つの技術について考えよう。均衡成長率 γ は，価値表示による利潤率と資本家貯蓄率との積に等しい。

これは最近の成長理論において「新古典派の定理」と呼ばれているものの1変形である[10)]。

ここで2つのことに注意しよう。(4)式をみれば明らかなように，資本家貯蓄率が所与であれば，均衡成長率 γ 極大の規準が価値表示による——集計的——利潤率 ρ 極大の規準と一致することがわかる。しかし次いでこの価値表示型利潤率が通常の意味での利潤率ではありえないことに注意しなければならない。すなわち次の節で示すように

$$P[I-(1+r)[A+wL]]=0 \tag{7}$$

によって，価格 $P>0$ と平均利潤率 r が定義されるが，もしも ρ についても

$$\Pi[I-(1+\rho)[A+wL]]=0 \tag{5}$$

が成立するとすれば，フロベニウスの定理によって $\Pi=P$ でなければならない。しかし一般には

10)　例えば[2]，[5]を見よ。

$\Pi \neq P$ であることは，転型問題のそもそもの初めからよく知られているし，形式的な証明も容易である。かくて　$\Pi[I-(1+\rho)[A+\omega L]] \neq 0$ であり，いいかえれば部門毎の価値表示による利潤率は一致しない。ρ は経済全体について定義された集計的概念にすぎない。その意味で命題6と通常の新古典派定理の間には大きな相違がある。

さてここでわれわれは本節における最も重要な問題，すなわち価値表示の体系において資本家はいかなる規準にしたがって行動するかという問題を検討しなければならない。規準の可能性は2つである[11)]。1つはわれわれが採用した剰余価値率極大の規準であり，他の1つは価値表示による利潤率極大の規準である。しかしわれわれが既に見たように，後者の規準には重大な基本的難点がある。すなわち部門毎に価値表示型利潤率は異なった値をとるのである。この部門間不均等の結果，資本家はより高い利潤率を求めて特定の部門に特化しようとするであろう。しかしこれは不可能である。なんとなれば3部門のうちのどの1つも他の部門なしには存続しえないからである。価値表示による利潤率極大の規準は再生産表式の構成そのものと矛盾している。われわれがこの節で「剰余価値率極大」の規準を採用したのは，もう1つの規準を採用しえないという消極的な理由によってである。

3. 価格表示による再生産表式　この節は「生産価格」を中心として動き「平均利潤率」を極大化しようとする経済を考察の対象とする。説明の便宜のために固定技術の場合から出発しよう。まず生産価格の体系を与える式として，

$$\begin{cases} p_1(t+1)=(1+r)(a_1p_1(t)+wl_1p_2(t)) \\ p_2(t+1)=(1+r)(a_2p_1(t)+wl_2p_2(t)) \\ p_3(t+1)=(1+r)(a_3p_1(t)+wl_3p_2(t)) \end{cases} \quad (6)$$

を与えることができる。$p_i(t)$ は t 期における i 財の価格を示し，r は平均利潤率を示す。これまでの記号を用いて行列形式で書けば，

$$P(t+1)=(1+r)P(t)[A+wL] \quad (6)$$

ただし　$P(t)=[p_1(t),\ p_2(t),\ p_3(t)]$.

いまここで価値 Π との対比の便宜のために毎期価格が変化しない場合を考えよう。そのような価格 P は，

$$P[I-(1+r)[A+wL]]=0 \quad (7)$$

の関係をみたす。

P が正の値をとるためには，行列 $A+wL$ のフロベニウス根が $\dfrac{1}{1+r}$ に等しくなければならない。命題1との対比のために整理すれば，フロベニウスの定理によって

命題 7　1つの技術について考えよう。実質賃金の上昇(低下)と共に平均利潤率は低下(上昇)し，それにつれて価格 P も一般には変化する。

命題1との相違はいうまでもなく，価格 P が価値 Π とはちがって実質賃金の変化によって影響をうける点にある。

一方この価格体系に対応する実物体系を考えると，価値表示の場合と同様に

$$\begin{cases} y_1(t-1)=a_1y_1(t)+a_2y_2(t)+a_3y_3(t) \\ y_2(t-1)=w(l_1y_1(t)+l_2y_2(t)+l_3y_3(t)) \\ y_3(t-1)=\dfrac{1}{p_3(t)}c\dfrac{r}{1+r}(p_1(t)\cdot y_1(t-1) \\ \qquad +p_2(t)\cdot y_2(t-1)+p_3(t)\cdot y_3(t-1)) \end{cases} \quad (8)$$

$y_i(t)$ は t 期における i 財の生産量を示す。または

$$Y(t-1)=[A+wL]Y(t)+\frac{r}{p_3(t)(1+r)} CP(t)Y(t-1) \quad (8)$$

すなわち(6)によって

$$Y(t-1)=[A+wL]Y(t) + \frac{r}{p_3(t)}CP(t-1)[A+wL]Y(t-1). \quad (8')$$

さらに例によって均衡成長径路 $Y(t)=(1+g)^tY$ に関心をしぼり，$P(t)$ を毎期変化しないものとすれば，$p_3=1$ とすることによって

$$[I-(1+g)[A+wL]-rCP[A+wL]]Y=0 \quad (9)$$

がえられる。価値表示による場合とはちがって，(6)と(8)とは森嶋の意味における「一般的フォンノイマン体系」を構成し，(7)と(9)との間に

11)　利潤を不変資本のみで割った形の利潤率を考えることもできるが，これはここでは興味あるものではない。

は一種の双対性が成立する。すなわち

命題 8　1つの技術について考えよう。$r \fallingdotseq 0$ であれば，(7)と(9)とが両立するための必要十分条件は，均衡成長率 g が平均利潤率と資本家貯蓄率との積に等しいことである。

必要条件の証明は森嶋によって一般的に与えられているが，この特殊な場合には十分条件の証明も容易である。すなわち

$$P[I-(1+g)[A+wL]-rCP[A+wL]]$$

を考え，$g=(1-c)r$ を代入すると，$r \fallingdotseq 0$ であれば(7)によって，

$$P[cI-CP][A+wL]$$

となる。ところで $p_3=1$ に注目すれば $cP=PCP$ であるから，上式は零に等しく，行列

$$(1+g)[A+wL]+rCP[A+wL]$$

のフロベニウス根は1に等しい。したがって(9)をみたす $Y \geqq 0$ が存在する。これで価格表示によるマルクスの再生産表式における「新古典派の定理」が与えられた。命題8と命題9を結合すれば

命題 9　1つの技術について考えよう。$r \fallingdotseq 0$ かつ $c<1$ であれば，実質賃金の上昇(低下)は均衡成長率 g の低下(上昇)をもたらす。

ここで価値体系の場合と同様に技術代替の可能性を導入しよう。前の場合と同様に

$$\begin{cases} \text{最大の平均利潤率を達成する技術について} \\ P^*[I-(1+r^*)[A^*+wL^*]]=0, \\ \text{すべての技術について} \\ P^*[I-(1+r^*)[A_j+wL_j]] \leqq 0 \end{cases} \tag{10}$$

の関係をみたす価格解 P^* の存在を要請して，平均利潤率の極大化をはかろう。* 印のついた技術が平均利潤率を極大化する技術である。

一方最大の均衡成長率を達成する技術を ** 印をつけて示すことにすれば，

$$\begin{cases} \boldsymbol{P}[I-(1+\alpha^{**})[A^{**}+wL^{**}] \\ \quad -r^{**}CP^{**}[A^{**}+wL^{**}]]=0 \\ \text{すべての技術について} \\ \boldsymbol{P}[I-(1+\alpha^{**})[A_j+wL_j] \\ \quad -r^{**}CP^{**}[A_j+wL_j]] \leqq 0 \end{cases}$$

のような正のヴェクトル $\boldsymbol{P}$ の存在が要請される。この2つの体系を併せると，それは実は森嶋の「一般的フォンノイマン体系」の特殊な場合に他ならない。この体系の動きについてはすでに森嶋によって分析が行なわれている。われわれの命題はその特殊例である。

命題 10　$r^* \fallingdotseq 0$ であるとしよう。最大の平均利潤率を達成する技術と最大の均衡成長率 g を達成する技術とが一致するための必要十分条件は，$\alpha^*=(1-c)r^*$ であるような適切な資本家消費率 c が与えられることである。

十分条件の証明は命題8の証明と同様の方法をとればよい。必要条件の証明は森嶋によって与えられている。次に実質賃金の変化を考えれば

命題 11　技術が代替可能であるとしよう。実質賃金の変化につれて最大の平均利潤率を達成する技術は概して変化し価格解も一般には変化する。この変化に適切に対処して $\alpha^*=(1-c)r^*$ をみたすように資本家消費率が変化すれば，最大の平均利潤率をあげる技術が最大の均衡成長率 g を達成する技術となる。

価値表示による再生産表式の場合とはちがって，この価格表示による再生産表式においては，利潤率極大の規準と均衡成長率極大の規準との一致がつねに可能である。これがノイマン型の体系のもつ双対性の1つのあらわれである。

4. 転形問題　これまでの3節においてわれわれは，価値表示による再生産表式と価格表示による再生産表式とを別々に分析してきた。この節では2つの表式の対比を試みよう。これまでの慣用にしたがえばこの対比が「転形問題」に他ならない。

結論は命題1と命題11とを比較すればほとんど自明である。

命題 12　最大の剰余価値率を達成する技術と最大の平均利潤率を達成する技術とは概して一致しない。したがって価値解と価格解とが一致しないばかりでなく，生産の在り方——たとえば均衡成長率や生産量構成——も一致しないことがある[12)]。

念の為に次節の例1を再び参照しよう。剰余価

12)　[8] の p. 280 における私の命題は誤まりである。命題12によってその誤りを訂正し，指摘をいただいた置塩氏その他の方々に感謝したい。

値率極大を達成するのは第1番目の技術であるが，実質賃金 $w=2$ とすると，平均利潤率を極大化するのは第2番目の技術であってその値は 7/3 であり，一方第1番目の技術の平均利潤率は 3/2 である。これで命題12は確かめられた。

しかし上記の例においても $4 \leqq w \leqq 8$ とすれば，剰余価値率を極大化する技術が平均利潤率を極大化する。さらにもっと一般的にいって2つの技術が一致する実質賃金水準はありえないであろうか。答は命題4とまったく同じ形をとる。

命題13　最大の剰余価値率を達成する技術において剰余価値率が零になるところまで実質賃金を高めよ。このとき最大の剰余価値率を達成する技術の平均利潤率は零，それ以外の技術の平均利潤率はたかだか零である。

証明は容易であるからここでは省略したい。命題4と同様にこの命題も，剰余価値率極大の規準と平均利潤率極大の規準との一致がつねに可能な唯一の実質賃金水準を示している。

この点を明らかにするためには次節の例3を参照されたい。例3は各部門の生産技術がコッブダグラス型の生産関数で示されるような場合を扱っている。その関数の構造にある種の関係が存在すると，剰余価値率極大の技術と平均利潤率極大の技術の一致する正の実質賃金水準は唯1つしかありえないことになる。それはいうまでもなく命題13の示す特異な水準に他ならない。

以上のようにわれわれは，剰余価値率極大の規準と平均利潤率極大の規準とが一般的には一致しえないことを示した。さらに最後に附言すれば，両規準をみたす技術が一致した場合においてすら，この技術の産み出す価値型と価格型との2種の均衡成長径路は相異なることに注意してもよかろう。単に生産構成が異なるばかりでなく均衡成長率の値が異なってしまう。この結論をたしかめるためには，次節の例2における結果に注意されたい。このように拡大再生産の場合には，2つの種類の再生産表式の実物的な側面での格差は多くの点においてまことに顕著である。

これまでの議論のすべてをふり返えるとき，剰余価値率極大の原則で動く経済と平均利潤率極大の原則で動く経済との相異が明らかになったかと思われる。「転形」は単に価値と価格との乖離にあるばかりでなく，実物的な生産のあらゆる在り方の乖離として現われる。基本的にはそれは選択される技術の不一致に他ならない。このように考慮するとき，部門間分析を投入労働価値と剰余価値率との枠組で行なうことには何らの現実的意味もない，という結論は避け難いように思われる。

残される可能な反駁は，この論文の採用した剰余価値率極大という規準に対する批判であろう。しかしすでに第3節において述べたように，この規準は価値表示による再生産表式において採用可能な唯一の規準である。たしかに剰余価値率極大の規準も不十分なものであるが，もしもこの規準までも否定するならば，投入労働価値を用いた部門間分析はそもそもいかなる意味においても不可能となってしまうであろう。

5. 例示　この節はこれまでの命題の裏附けに使用された例を一括して提示する。

［**例1**］　各技術を $B=A+L$ の形で示そう。次の4つの技術を考える。

$$B_1=A_1+L_1=\begin{bmatrix}0.2 & 0.2 & 0.2\\ 0.1 & 0.1 & 0.1\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

$$B_2=\begin{bmatrix}0.1 & 0.1 & 0.2\\ 0.125 & 0.125 & 0.1\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

$$B_3=\begin{bmatrix}0.1 & 0.2 & 0.2\\ 0.125 & 0.1 & 0.1\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

$$B_4=\begin{bmatrix}0.2 & 0.1 & 0.2\\ 0.1 & 0.125 & 0.1\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

いま $w=2$ とすれば

$$m_1=3,\quad m_2=13/5,\quad m_3=67/23,\quad m_4=29/11,$$

$$\gamma_1=\frac{3}{2}(1-c),\quad \gamma_2=\frac{13(1-C)}{7+\dfrac{28}{23}C},\quad 0\leqq C<\ 1 \text{ に}$$

対して，$\gamma_1<\gamma_2$,

$$r_1=\frac{3}{2},\quad r_2=\frac{13}{7},$$

となって，$m_1>m_2$ にもかかわらず $r_1<r_2$ かつ $\gamma_1<\gamma_2$ である。この現象は実は $0<w<4$ のとき共通にみられる現象である。

一方 $4<w\leqq 8$ とすると，逆に第1番目の技術の平均利潤率が他のいかなる技術の平均利潤率よりも大きくなることが容易にたしかめられる。今 c を十分に零に近ずけると均衡成長率 γ が十分 r に近ずくことは明らかである。したがって c を十分に零に近ずければ，剰余価値率を極大化する技術すなわち第1番目の技術が均衡成長率 γ をも極大化する。

［例 2］

$$A+L=\begin{bmatrix} 2/25 & 2/25 & 1/5 \\ 1/10 & 1/10 & 1/10 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

を考える。$(1+m)w=\dfrac{46}{5}$　　$\Pi=\left[\dfrac{25}{28},\ \dfrac{25}{28},\ 1\right].$

かりに $w=1$ とすると，

$$\gamma=\frac{41(1-c)}{9+\dfrac{123}{28}c} \qquad g=\frac{41}{9}(1-c)$$

である。2つの均衡成長率は相異なり，それに対応する生産量構成ももとより相異なる。

［例 3］ 生産財部門および賃金財部門の生産関数がそれぞれ次のようなコッブダグラス型で示されるとする。K_i, L_i をそれぞれ部門の生産財，労働の投入量とすれば，

$$\begin{cases} x_1=K_1{}^{\alpha}L_1{}^{1-\alpha}, & 0<\alpha<1 \\ x_2=K_2{}^{\beta}L_2{}^{1-\beta}, & 0<\beta<1 \end{cases}$$

剰余価値率を極大にするための条件は

$$\begin{cases} a_1=\dfrac{K_1}{x_1}=\alpha \\ \dfrac{\alpha}{1-\alpha}a_1^{\frac{1}{\alpha-1}}=\dfrac{\beta}{1-\beta}a_2^{\frac{1}{\beta-1}} \end{cases} \quad \text{ただし } a_2=\frac{K_2}{x_2}$$

で与えられる。一方平均利潤率を極大にするための条件は，上記の第2の条件に加えて，

$$Aw^2+Bw+C=0 \text{ 又は } w=\frac{1}{2}\{-B\pm\sqrt{B^2-4AC}\}$$

の条件が与えられる。ただし $A,\ B,\ C$ はいずれも a_1 のかなり複雑な関数であって，とくに

$$A(a_1)=\frac{1}{8}+\frac{\beta}{1-\alpha}\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\ \frac{1-\beta}{\beta}\right)^{2\beta}a_1^{\frac{2\beta-1}{\alpha-1}}$$

$$C(a_1)=2\frac{\alpha-\beta}{(1-\beta)\alpha}\ \frac{1-(\alpha+\beta)}{1-\alpha}\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\ \frac{1-\beta}{\beta}\right)^{\beta}a_1^{\frac{\alpha+\beta-2}{\alpha-1}}-a_1$$

である。$A(a_1)>0$ は明らかである。したがってもしも $(\alpha-\beta)(1-\alpha-\beta)\leqq 0$ であれば，$A\cdot C<0$ となって $w(a_1)$ の正根は1つしか存在しない。$a_1=\alpha$ としたときにも $w(\alpha)$ の値が一意的に定まることはいうまでもない。

［例 4］ 例3において $\alpha=\beta$ としよう。このとき平均利潤率極大を要求すれば，例3で与えた条件の1つより $a_1=a_2$ がえられる。したがって $l_1=l_2$。さらに奢侈財部門についても同じ生産関数を仮定すれば，行列 $A+L$ はつねに

$$A+L=\begin{bmatrix} a & a & a \\ l & l & l \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{ただし } l=a^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}$$

の形をとる。この特殊な形の技術の下では，平均利潤率の極大化と均衡成長率 γ の極大化とが同義であることは容易にたしかめることができる。実は $\gamma=r(1-c)$ に他ならない。かくて例3で示した $(\alpha-\beta)(1-\alpha-\beta)\leqq 0$ の条件がみたされているところから，この場合，剰余価値率を極大化する技術が均衡成長率 γ を極大化しうる正の実質賃金水準が唯1つしかないことが導かれる。

［参考文献］

［1］ Debreu, G. and I. N. Herstein, "Nonnegative Square Matrices," *Econometrica*, vol. 21, 1953.

［2］ Morishima, M., *Equilibrium Stability and Growth*, Oxford University Press, 1964.

［3］ 二階堂副包『現代経済学の数学的方法』岩波書店 1960.

［4］ 置塩信雄『再生産の理論』創文社 1957.

［5］ 置塩信雄『資本制経済の基礎理論』創文社 1965.

［6］ Phelps, E., "The Golden Rule of Accumulation: A Fable for Growthmen," *American Economic Review*, vol. LI. No. 4, 1961.

［7］ Sweezy, P. M., *The Theory of Capitalist Development*, Oxford University Press, 1942.

［8］ 玉野井芳郎編『マルクス価格理論の再検討』青木書店 1963.