

時系列の Spectrum と経済変動*

鈴木 光 男

I Power Spectrum 分解

明治以来の日本経済のめざましい成長過程にも、種々の周期をもつ経済変動が存在し、その変動過程の分析が、日本経済の発展過程の理解の上に不可欠のものであることは、すでに、大川、篠原、馬場、藤野各氏をはじめ、その他の研究によって明らかなるところである。最近開発されつつある spectrum 法による時系列分析も、経済分析の1つの武器として、変動過程の理解のために必要な基本的情報を与えるものと期待される。

経済現象には、Kondratieff wave, Kuznets' long swing, Juglar cycle, Kitchin cycle といった種々の cycle が考えられており、見方によっては、いかなる周期の cycle も存在するといつてよく、形式的には0から無限大までの周波数をもつ cycle があって、現実の cycle はそれらの複合体であるとみなされる。したがって、現実の経済変動では、どの周波数の cycle がより大きな weight をもっているかが問題となる。そこで1つの時系列の変動を周波数ごとの変動に分解して、全体に占める各周波数の変動の大きさを明きらかにする方法として、power spectrum 分解が考えられる。

更に進んで、各 cycle ごとの分けることの経済学的重要性は経済諸変数間の関係が、各 cycle ごとの異なる可能性の大きいことである。そのために、各系列を周波数に分解して、各周波数ごとの関係を明きらかにしようとするのが、cross spectrum である。cross spectrum によって、変数間の周波数ごとの関係の強さ(coherence)、依存の大きさ(gain)、位相のずれ(phase)などが求められる。

* 本研究において用いられたデータの多くは、一橋大学経済研究所において推定されたものである。利用を許された大川一司教授をはじめ関係の各位に深く感謝する。

1. 国民純所得(NNI)	1878—1961(5)(2) ¹⁾
2. 国内粗生産(GDP)	1878—1961(6)(2)
3. 個人消費(PC)	1887—1961(6)(2)
4. 粗国内投資(DI)	1887—1961(6)(2)
5. 政府消費(GC)	1878—1961(6)(2)
6. 輸入(IM)	1878—1961(6)(2)
7. 輸出(EX)	1878—1961(6)(2)
8. 貿易収支(BT)	1878—1961
9. 一般物価指数(GP)	1878—1961(6)(2)
10. 消費財価格指数(CP)	1878—1962(6)(2)
11. 生産財価格指数(PP)	1878—1961(6)(2)
12. 輸入財価格指数(IMP)	1878—1961(6)(2)
13. 輸出財価格指数(EXP)	1878—1961(6)(2)
14. 交易条件(TT)	1878—1961
16. 貨幣供給量(MS)	1878—1961
17. 現金通貨(CC)	1878—1961(3)(1)
18. 預金通貨(DC)	1878—1961(3)(1)
19. 日銀貸出(LDBJ)	1884—1961(1)
20. 全国銀行貸出(LDAB)	1884—1961(3)(1)
21. 全国銀行預金(DEPAB)	1884—1961(3)(1)
22. 日銀公定歩合(DRBJ)	1884—1961(3)(1)
22. 第1次産業産出高(P ₁)	1878—1961(6)(2)
23. 第2次産業産出高(P ₂)	1878—1961(6)(2)
23. 第3次産業産出高(P ₃)	1878—1961(6)(2)
24. 第1次産業労働雇用量(L ₁)	1878—1961(6)(7)
25. 第2次産業労働雇用量(L ₂)	1878—1961(6)(7)
26. 第3次産業労働雇用量(L ₃)	1878—1961(6)(7)
27. 給労働雇用量(LT)	1878—1961(6)(7)
29. 総人口(PO)	1878—1961(8)
30. 名古屋高商生産指数 (PINCC)	1868—1936(4)

1) 末尾の数字は次の資料をいみする。

(1) 日本銀行『本邦経済統計』1961。

(2) 経済企画庁『国民所得白書』1961。

(3) 大蔵省『明治財政史』第10, 11, 12巻。

(4) 名古屋高商産業調査室『本邦生産数量指数総覧』1933。

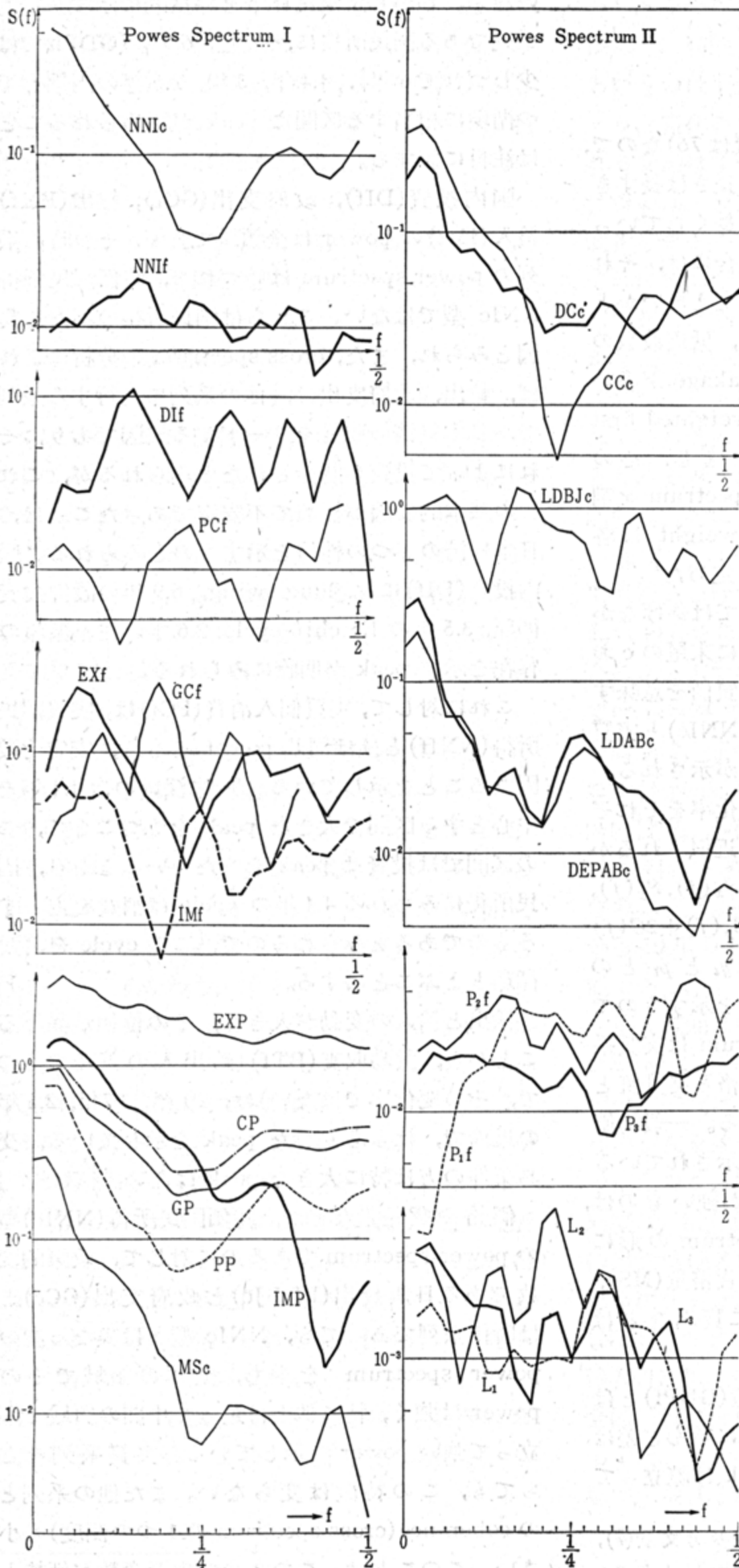
(5) K. Ohkawa and others, *The Growth Rate of the Japanese Economy Since 1878*, 1957.

(6) 大川一司その他『一橋大学経済研究所, Rockefeller Project 資料』1962。

(7) 総理府統計局『労働力調査』1962。

(8) 総理府統計局『日本統計年鑑』1961。

本研究で用いた段階では、(6)は試算的なものとのことであり、また(2)も旧版で、目下改訂が進行中であるから、これからの最終結果が発表されれば、再推計の予定である。参考までにいえば、例えば、(5)の日本語版と英語版では国民所得推計が異なるけれども、この程度の差は power spectrum の peak を論ずるにはたいした差はない。しかし、系列間の cross spectrum はかなり違ってくるものと思はれる。



われわれは日本経済の基本的な長期の時系列の power spectrum および cross spectrum を推定したが、ここでは power spectrum について紹介し、それによって各種波動の存在について考える。考察された時系列は前頁の通りである。可能なかぎり、時価系列と実質系列の双方について推定されている。

われわれは、経済変動を年変化率の変動として扱った。年変化率の変動は、それ自体の経済的意味も「比較的明瞭」(比較的の意味は後に述べる。)であり、linear trend からの乖離による方法よりも、系列の pre-whitening としてもより適切である。

power spectrum $S(f)$ (f は周波数)の推計は、次の Parzen window によるものを示す。Tukey-Hanning window による推定も行ったが、若干の差がないわけではないが、両者を示す必要のある程の差でもない。

年変化率の系列を x_t , data の長さを N , lag の長さを m とすると、

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N x_t$$

$$R(s) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N-s} x_t x_{t+s} - N \cdot \bar{x}^2.$$

$$s=0, 1, \dots, m.$$

$$S_x(f) = R(0) +$$

$$2 \sum_{s=1}^m R(s) \lambda(s) \cos 2\pi fs.$$

ただし、

$$\lambda(s) = 1 - 6 \left(\frac{s}{m} \right)^2 + 6 \left| \frac{s}{m} \right|^3$$

図註、左図は、横軸は周波数 f で、縦軸は対数目盛になっていて、power spectrum $s_x(f)$ を示す。

$$= 2 \begin{cases} \text{for } s \leq \frac{m}{2} \\ \left(1 - \frac{s}{m}\right)^3 & \text{for } s \geq \frac{m}{2} \end{cases}$$

data の長さは $N=84$ (消費と投資は 76) なので、lag の長さは $m=24$ とした。lag の長さは長すぎるようではあるが、 $m=15$ から順次長くしていった経験では、power spectrum の場合には、それを解釈するさいに注意すれば、差し支えないかと思う。 x_t による power spectrum が、低周波数の領域で強い power をもち、その leakage が多いとみられる場合には、更に、 x_t を weighted first difference により pre-whitening をし、その transfer function で、推定された spectrum を割って、 x_t の spectrum を求めた。weight は各系列の spectrum の形をみて適当に定めた²⁾。

推定した power spectrum のすべてはあげなかったが、図で、NNIc, NNIf のように末尾の c および f は、それぞれ、時価および実質値を意味する。はじめに国民所得の時価系列 (NNIc) と実質系列 (NNIf) との power spectrum が示される。時価系列、実質系列、価格系列の変化率をそれぞれ x_t, y_t, p_t とすると、 $x_t = y_t + p_t$ で近似されるから、それぞれの power spectrum を $S_x(f), S_y(f), S_p(f)$ とすると、 $S_x(f) = S_y(f) + S_p(f) + 2C(f)$ で表らわされる。ただし、 $C(f)$ は y_t と p_t との co-spectrum で 2 系列間の共変関係を示すものである。すなわち、時価系列の spectrum は実質系列と価格系列との spectrum と、価格と実質値との共変関係の大きさによるものである。一般物価指数の power spectrum は iv) 図に示されている。この価格の spectrum の部分の影響が強いものは、全体の spectrum の形が価格の spectrum の形に似ている。時価国民所得をはじめ、貨幣量 (MSc, CCc, DCc), 全国銀行の予金ならびに貸出などはこの型である。

国民純生産 (NNIf) と国内粗生産 (GDPf) とは実質系列において、その spectrum に殆んど差はなく、両者とも power は弱く、peak は際立って

いない。しかし、国民経済を総合的に示す基本的系列である国民所得に、24 年、6.9 年 (GDPf では少しづれて 6 年)、4.4 年、3 年、2.6 年の周期をもつ循環に相当する区間に peak が認められることは注目に値する。

国内投資 (DI f), 政府支出 (GC f), 輸出 (EX f), 輸入 (IM f) の power は全領域で強く、その時価系列の power spectrum はいづれも、時価国民所得 NNIc 型ではない。これらは国民所得の不安定要因とみられ、また、cross spectrum の分析によれば、輸出、政府支出は、他の系列に先行する系列で、日本経済の成長をリードする要因であり、それによって投資が誘発されたとみられるが、これらの基本的要因が極めて不安定であったことは、日本経済の 1 つの性格を示すものとみられる。国内投資 (DI f) には、long swing, 6.9 年の設備投資循環, 3.5 年の Kitchin cycle, 2.6 年の在庫循環の存在を示す peak が明瞭にみられる。

これに対して、実質個人消費 (PC f) は、実質国民所得 (NNIf) とほぼ同じ power をもち、安定化要因たることを示している。興味深いのは 4.4 年を中心とする区間で大きな peak をもつことで、この区間では投資は peak をもたないことから、国民所得にみられる 4.4 年の cycle は消費を主とするものであるとみられるので、この cycle を消費循環とよぶことにする。

輸出と輸入の変動が大きく、その位相が異なることから、貿易収支 (BT f) (輸出入の差そのもので、その変化率ではない) は、20 年、3.7 年、2.5 年の近傍で、はっきりした peak を示している。交易条件の方は特に大きな peak はない。

価格や貨幣量などが、時価国民所得 (NNIc) 型の power spectrum であるのに対して、政策的変数である日銀貸出 (LDBJc) と政府支出 (GCc) とは時価系列であっても、NNIc 型とは異なる型の power spectrum をもち、全体の領域でその power は強く、特に他とは違って中間の領域で際立って強い power を示している。実質系列をとっても、この特徴は変わらない。また他の系列との coherence (cross spectrum の 1 つの測度) も小さい。このことは、この 2 つの政策変数が価格と

2) これらの推定方法はについては、参考文献(7), (10), (14)を参照。

共変関係をもたず、価格を含む他の系列とは独立の変動を示すことを意味するものである。公定歩合の系列は年末値をとったので、経済時系列としてあまり意味のないものになってしまったが、特にどの power が強いということがなく、white noise である。

第1次、第2次、第3次の各産業別産出高は、ほぼ、国民所得と同じ型の power spectrum をもっている。

II 長期波動について

power spectrum における local peak を全系列について総括的に検討して、各種波動の存在を吟味してみよう。local peak は区間としての peak であり、また、leakage の問題もあるから、区間の中心に peak があるわけではないが、便宜上区間の中心をもって、peak のある区間を代表させる。実際の peak はその近傍にあるわけだが、近傍の広さは、用いた window や、lag の長さなどに依存する。

われわれは、年変化率の系列について論じているわけであるが、年変化率をとるということの意味を吟味してみよう。いま、 $y_t = \log z_t$ とすれば、年変化率は $x_t = y_t - y_{t-1}$ で近似されるから x_t の spectrum $S_x(f)$ は、 y_t の spectrum を $S_y(f)$ とすると、 $S_x(f) = 2(1 - \cos 2\pi f) S_y(f)$ と表わされる。すなわち、もとの spectrum $S_y(f)$ の低周波数領域の power を殆んど除去したものが x_t の spectrum である。もし、もとの spectrum $S_y(f)$ が、低周波領域で単調に減少する曲線で示されるならば、—このような形の power spectrum をもつ経済時系列は極めて多い—それに $2(1 - \cos 2\pi f)$ を乗じたものは、低周波領域の適当な所で peak を示すことになる³⁾。このようにして得られた peak は、年変化率という操作のうみ出した虚像とみるべきか、それとも実体をもつ像とみるべきかは1つの問題である。

われわれは、しばしば、年変化率、或は年々の成長率という概念によって経済現象を考える。し

かし、そのことは実は長期の変動に対する多くの情報を、切除してしまうことを意味する。成長率というのは十分に経済理論の吟味を受けた概念であり、実体のある概念であるから、成長率にみられる変動はすべて実体のある変動であると結論づけるのは、甚だ疑問の残るところである。また、変化率をとるということは単なる操作にすぎず、それによって生ずる特定の現象は、操作の生み出した虚像であるとするのも割り切りすぎた形式論かもしれない。ここでは変化率というのは、現象理解の上に有効な手段であるとして、その手段としての有効性を認めて、分析の上に活用することとし、その実存については、成長率概念に対する問題の提起にとどめることにする。

低周波領域と考える区間は data の長さによって異なるわけであるから、われわれは、所有する data の長さに応じて、長い周期について論ずる場合には慎重でなければならない。われわれの推定では $m=24$ であるから、第1区間の中点は48年の周期で、正に Kondratieff wave に相当する。ここで peak をもつ系列は、時価国民所得、時価国内投資、各種物価指数など、時価系列23系中10系列の多きにわたっている。しかし、これは考察の対象から除去すべきであろう。80年の系列から50年の cycle を論ずることはそもそも不可能である。

第2区間は中心が24年の周期で Kuznets' long swing に相当する。long swing についての今までの諸研究は、いづれも、その方法に疑問があり、その存在を確認するには至っていない。われわれの推定でこの区間で peak をもつものは、時価系列では、消費(PCc)、輸出(EXc)、貿易収支(BTc)、輸出価格(EXP)、輸入価格(IMP)、交易条件(TT)、第1次生産高(PIc)、実質系列では、国民所得(NNIf、および GDPf)、消費(PCf)、投資(DIf)、輸入(IMf)、名古屋高商生産指数、現金通貨(CCF)、全国銀行貸出(LDBJf)、全国銀行預金(DEPABf)、第1次、第2次、第3次産業の雇用量(L_1, L_2, L_3)、総雇用量(LT)、総人口(PO)などである。

これらの peak の意味については、前述の問題があるわけであるが、この場合には83年の data

3) くはしくは(18)参照。

から20年のcycleをみるわけであり、変化率という操作を分析手段として有効であると認める立場から、long swingを考察に価する存在とみるのが妥当であろう⁴⁾。

最近、Adelmanによるspectrum分析によるアメリカ経済におけるlong swingの研究〔2〕では、その存在について否定的な結論に傾いているが、これはspectrum分析の悪しき応用例である。例えば、 $x_t = \log y_t - \log a_t$ という形でtrendを除去しているが、これではまだ低周波数領域のpowerが強く、たとえfilterを用いても、1/20前後の周波数領域へのleakageを適切に除去することができないから、1/20前後にpeakがあったとしても、それを被覆してしまう。したがって、線型トレンドの除去によって得られた系列のspectrumの、long swingに相当する領域にpeakが発見できないからといって、その存在を否定したくなるのは単純な考え方である。

III 2種の中期循環

つぎに、Juglar cycleについて検討する。年dataによる単調減少のpower spectrumで、 $N=83$ 、 $m=24$ の場合に、Juglar cycleに相当する第7区間に、変化率による虚像が現られることはまづないことが経験的に認められたので、この領域でのpeakについては、前述のような考慮は必要ではない。時価系列でみると6年から7年にかけての周期のところにpeakがみられないが、実質系列ではいくつかの重要な系列にpeakがみられる。これは時価系列ではspectrumの右下りの程度が強く、この領域への低領域からのleakageが多く、peakを埋没してしまったものと思われる。実質系列で6年～7年の区間にpeakがみられるのは、国民所得(NNIf、および、GDPf)、投資(DIf)、現金通貨(Ccf)、第2次産業産出高(P_2f)、

第1次産業雇用量(L_1)、第2次と第3次産業とを合わせた雇用量($L_{23}=L_1+L_2$)、人口(PO)であり、若干周期の短い5年のところでは、時価系列で政府消費(GCc)、交易条件(TT)、日本銀行貸出(LD ABc)、実質系列で政府消費(GCf)、通貨(MSf)、預金通貨(DCf)、第1次産業産出高(P_1f)などである。この結果からみるとJuglar cycleは通常7年から10年位といわれることが多いが、もう少し短かく5.5年から7.5年位にある。ここで重要な役割を演じているとみられるのは、国内投資(DIf)と政府支出(GCc、GCf)である。両者ともここで示すpeakは大きく、更に、それを他の面から示すものとして、第2次産業の産出高(P_2f)、および、第2次、第3次産業の雇用量が、この区間で比較的大きなpeakを示している。これらはこのcycleが設備投資を主にした、いわゆる、設備投資循環であることを示すものである。

つぎに、peakの多いのは、4年から4.5年の領域である。この場合にも、時価系列では、輸入(IMc)のみであるが、実質系列では、国民所得(NNIf)、個人消費(PCf)、輸入(IMf)、名古屋高商生産指数、現金通貨(Ccf)、全国銀行貸出(LD ABf)、第2次産業生産高(P_2f)、第3次産業生産高(P_3f)、第2次産業雇用量(L_2)、第3次産業雇用量(L_3)、全雇用量(LT)、などである。投資ではpeakはみられず、消費に明瞭なpeakがみられることから、投資よりは消費を中心としたcycleとみることができる。周期が4.4年である消費循環——仮にそう名づけよう——については、今まであまり研究されていない。輸入がそれに近い周波数でpeakをもつことと合せて、今後の興味深い研究課題である。藤野氏の研究〔8〕では、この循環については、ふれていないが、それは、藤野氏が用いた系列が、比較的、時価系列、価格系列が多く、実質系列でも消費を反映する系列が少ないことからきている。

IV 2種の短期循環

つぎのpeakの所在地は、3.4年を中心とて、3.2年から3.5年にわたる領域である。これは40ヵ月といわれるKitchin cycleに相当する。時価系列では、政府消費(GCc)、輸出(EXc)、交易条件、貨

4) 月別系列を用いて、30年前後の長さ——藤野氏が7年9ヵ月のcycleを抽出した場合に用いた系列の中の1部はほぼこの程度の長さである——の系列から7年から8年のcycleを求められた場合にも、これと同じ問題が存在する。その解釈には前述の意味で留意しなければならない。100年位の年系列では20年位のcycleが、30年位の月系列では8年位のcycleが目で見える限界である。

幣量(MSc), 現金通貨(CCc), 預金通貨(DCc), 実質系列では, 投資(DIf), 政府消費(GCf), 預金通貨(DCf), 第1次産業産出高(P₁f), 第2次産業産出高(P₂f), 第1次及び第3次産業雇用量などである。Kitchen cycle は, しばしば, 在庫投資循環といわれるが, われわれは投資を在庫投資と設備投資とに分けることができなかつたが, 国内投資は3.4年の近傍で大きな peak をもっている。この peak は大部分は在庫投資に依るものと考えられる。通貨がこれにともなって peak をみせ, 価格系列はここでは peak を示さないのが興味深い。この循環を通貨変動型在庫循環と特徴づけておこう。なお, 藤野氏の研究では, 在庫循環としては, 次にのべる2.5年の周期の循環を主として取扱い, 3.5年の循環については部分的にしかふれていないのは, 2.5年の cycle が, その power が強く, また, そこで peak をもつ系列の多いために, 3.5年の cycle が2.5年の cycle によって, 被い隠されてしまったためであろう。

次に peak の多い領域は2.5年から2.7年の周期である。一般物価指数, 消費財価格指数, 投資財価格指数, 輸出財価格指数がここで明瞭な peak をもつので, 価格と共変関係にある時価系列の多く, 国民所得, 投資, 政府消費, 輸入, 輸出, 現金通貨, 第2次産業産出高などが, ここで peak をもち, 又実質系列でも, 国民所得, 投資, 輸入, 全国銀行貸出および預金, 第3次産業雇用量などが, peak を示している。藤野氏もまた月別 data を用い在庫投資循環として2.5年の周期をもつ cycle を抽出した。年 data と月 data とから, それぞれ違った方法で, Kitchen cycle より少し短い周期をもつ cycle を発見したのは興味あることである。Kitchen cycle が通貨変動型在庫投資循環であるのに対して, この Fujino-Suzuki cycle は, 価格変動を主たる要因としていると思われるので, 価格変動型在庫循環とよぶことにしよう。

ここで産業別産出高(実質系列)および雇用量の spectrum について総括しておく。設備投資循環では, 第2次産業の産出高および雇用量のみ明瞭な peak を示し, 第1次および第3次産業の産出高や雇用量でははっきりした peak を示さない。

設備投資循環として納得できることである。消費循環では, 第2次産業と第3次産業との産出高と雇用量とが peak をもつ。第3次産業の産出高が peak をもつのはこの循環のみであるのも, この循環が消費を主とするものであることを示すものであろう。

通貨変動型在庫循環では, 第1次と第2次の産出高が peak をもち, 雇用量では各産業とも peak をもつ。この循環は労働移動型循環といえる。価格変動型在庫循環では, 第1次産業産出高は2.6年の周期, 第2次産業産出高では2.3年の周期のところで peak をもつ。雇用量は第2次, 第3次で変動し, 第1次では変動が小さい。

高周波数の領域の peak については, 年別 data を用いたことからくる1/2より高い周波数領域における peak の alias であるかもしれないという問題があるが, 4.5年の cycle, 3.5年の cycle, 2.5年の cycle それぞれについて部分的ながら今までに4半期別, 月別の系列によって, その存在が論じられており, alias の心配はないと思う。

V Concluding Remarks

power spectrum によって, 各系列において, いかなる周波数の変動が, より大きな weight をもつかを検討することによって, long swing, 設備投資循環, 消費循環, 通貨変動型在庫循環, 価格変動型在庫循環の存在するのを見た。次の課題はそれぞれの歴史的過程を明らかにすることがある。景気循環のクロノロジーの決定方法として diffusion index があるが, 従来のは, 1つの diffusion index の中にほゞ1.5年から12年程度の周期を含み, 各種波動の混合体であった。したがって, 各系列を各種循環に分解して, 各循環ごとの diffusion index を求めて, そのクロノロジーを決定しなければならない⁵⁾。

また, われわれにとって最も知りたいことは, 各循環ごとの経済諸変数間の関係である。日本経済の場合にも, 筆者の推定によれば, 投資関数,

5) long swing および 設備投資循環の歴史的形態とその求め方については, (16)の III Reference cycles of long swings and business cycles, pp 235—242. および(19)を参照。

輸入函数、通貨・価格・所得の関係式など、多くの場合に、変数間の関係——lead-lag や依存の大きさなど——は各循環ごとに異なった形を示している。時系列の cross spectrum は、このような周波数ごとの関係を分析する有力な武器として開発されつつある⁶⁾。

参 考 文 献

- [1] Abramovitz, M.; "The Nature and Significance of Kuznets' Cycles", *Economic Development and Cultural Change*, April 1961, pp. 225—249.
- [2] Adelman, I.; "Long Cycles; Fact or Artifact?", *American Economic Review*, June 1965, pp. 444—463.
- [3] 赤池弘次「密度函数の統計的推定について」『統計数理研究所彙報』Vol. 12 No. 1964.
- [4] 青山秀夫編『日本経済と景気循環』創文社, 1957.
- [5] 馬場正雄『景気予測と企業行動』創文社, 1961.
- [6] 馬場正雄, 杉浦一平『景気変動の分析と予測』有斐閣, 1961.
- [7] Blackman, R. B. and Tukey, J. W.,; *The Measurement of Power Spectra from the Point of View of Communications Engineering*, Dover Publications, New York, 1958.
- [8] 藤野正三郎『日本の景気循環』勁草書房, 1965.
- [9] Godfrey, M. D., Granger, C. W. J., and Morgenstern, O., "The Random Walk Hypothesis of Stock Market Behavior", *Kyklos*, Vol. 17, Fasc. 1, 1964.
- [10] Granger, C. W. J. in association with Hatanaka, M., *Spectral Analysis of Economic Time Series*, Princeton University Press, 1964.
- [11] Hatanaka, M. and Suzuki, M., "A Theory of the Pseudo-Spectrum and its Application to Non-Stationary Dynamic Econometric Models", to be published in *Essays in Mathematical Economics in honor of Oskar Morgenstern*, ed. by Shubik, M., Princeton University Press, 1966.
- [12] Kuznets, S., *Capital Formation in the American Economy*, Princeton University Press, 1961.
- [13] 大川一司『日本経済分析——成長と構造』春秋社, 1962.
- [14] Parzen, E., "Mathematical Considerations in the Estimation of Spectra", *Technometrics*, Vol. 3, pp. 176—190. 1961.
- [15] 篠原三代平『日本経済の成長と循環』創文社, 1961.
- [16] Suzuki, M., "A Spectral Analysis of Japanese Economic Time Series Since the 1880's", *Kyklos*, Vol. 18, Fasc. 2, pp. 227—258, 1965.
- [17] 鈴木光男「日本経済時系列の Cross Spectrum 分析」稲田献一・内田忠夫編『経済成長の理論と計測』岩波書店, 1966.
- [18] Suzuki, M., "Time Series of the Rate of Growth", to be published in *Tokyo Kodai Social Engineering Report*.
- [19] 鈴木光男「日本経済の長期変動」『経済評論』近刊。

6) cross spectrum 分析の経済学への応用例はまだ極めて乏しいが、(10)の chapter 5, 6, 12, 13, (16)の IV. Cross spectrum, および、(17)を参照。(16), および(17)は日本経済時系列の cross spectrum によって、日本経済の変動過程を分析したものである。また、nonstational な場合に、spectrum, cross spectrum の概念を拡張して計量経済モデルに適用したものととして、(11)がある。