成長率の地域格差について

山　田　　　勇

1. はしがき

高度経済成長の政策を採用した結果，物価や国際収支を初めとするいろいろな経済面にひずみを生じたことは周知に属することがらであるが，本稿は，それが成長率の地域格差にどのような変化を与えるか，さらに一般的にいって，高度成長と成長率の地域格差との間にはどのような関係があるかを理論的に究明しようとしたものである。

従来この種の分析では，格差の測度として，統計技術上の平均偏差ないし標準偏差もしくは分散，あるいはこれに基づく変化係数が好んで用いられてきたが，問題としたい点は，経済成長とこれらの格差の測度とは，断片的にではなく，有機的にどのように結びつくかということである。

高度成長ということが政策の最終目的ならば，地域的にすでにある程度経済成長をとげた企業の集中する先進地域に資本を投下し，労働を注入して経済発展を企図する方策が採用せらるべく，その結果，後進地域の経済開発は先進地域のそれに比較してますます格差を大きくすることになろう。しかし経済の宿命的な法則は，一般に資本もしくは労働の限界生産力は逓減し，少し長期にわたって考察すれば，地域格差の開くことが，必ずしも得策ではないことを教える。したがって後進地域にもある程度の経済発展の素地を与え，将来のための基盤を養っておくことが必要となろう。要は，生産要素の先進，後進両地域への適正配分が考えられなければならない，ということである[1)]。

本稿では，最初述べたように，問題を成長率とその地域格差との関係にしぼって，理論的な分析を加えてみよう。

2. 基本式の誘導

いま全国を n 地域に分割し，その地域の所得成長率 α_i の全国平均をつぎの形であらわすものとする。

$$A=\frac{\Sigma\alpha_i w_i}{\Sigma w_i} \tag{1}$$

ここに w_i はウェイトを示す。すなわち全国総合成長率 A は通常の加重算術平均で測定されるものと前提する。この式の右辺の分子は容易につぎの形に変形できる。

$$\Sigma\alpha_i w_i=n\bar{\alpha}\bar{w}+n\sigma_\alpha\sigma_w r_{\alpha w}{}^{2)} \tag{2}$$

ここに $\bar{\alpha}$, $\bar{w}$ はそれぞれ α_i, w_i の単純算術平均，すなわち

$$\bar{\alpha}=\Sigma\alpha_i/n,\ \bar{w}=\Sigma w_i/n$$

であり，σ_α, σ_w はそれぞれ α_i, w_i の標準偏差，すなわち

$$\sigma_\alpha=\sqrt{\frac{\Sigma(\alpha_i-\bar{\alpha})^2}{n}},\ \sigma_w=\sqrt{\frac{\Sigma(w_i-\bar{w})^2}{n}}$$

また $r_{\alpha w}$ は α_i と w_i との間の相関係数，すなわち

$$r_{\alpha w}=\frac{\Sigma(\alpha_i-\bar{\alpha})(w_i-\bar{w})}{n\sigma_\alpha\sigma_w}$$

である。(2)式を利用することによって，(1)式は

$$A=\bar{\alpha}+V_w\sigma_\alpha r_{\alpha w} \tag{3}$$

となる。ただしここに V_w は w の変化係数であって

$$V_w=\sigma_w/\bar{w}$$

であらわされる。(3)式がわれわれの求める一般式である。この場合地域所得成長率 A のウエイト w は，与えられた問題によって，適当に選択することができる。

(3)式からただちにつぎの式がえられる。

$$\sigma_\alpha=\frac{1}{V_w}\cdot\frac{A-\bar{\alpha}}{r_{\alpha w}} \tag{4}$$

上式をこれからさき基本式と呼ぶことにしよう。この式からわかることは，A だけが変化し，V_w, $r_{\alpha w}$, $\bar{\alpha}$ には変化がないと仮定したとき，σ_α に与える影響は，いうまでもなく，σ_α を A に関して偏微分することによってえられる。すなわち

---

1)　生産関数を使ってこれと類似の問題を取扱った文献としてはつぎの著書を参照せよ。
Gerald M. Meier, *Leading Issues in Development Economics, Selected Materials and Commentary*, Oxford Univ. Press, New York, 1964, pp, 68–74.

2)　この式と原理的には同じものがアレンによっても引用されている。R. G. D. Allen, *Mathematical Economics*, Macmillan, London, 1956, p. 700. (安井，木村監訳『数理経済学』下巻　紀伊国屋書店，1959, p. 958.)

$$\frac{\partial \sigma_\alpha}{\partial A}=\frac{1}{V_w r_{\alpha w}}$$

上式の左辺の符号は右辺を見ることによって確かめられる。V_w は w の変化係数であってつねにプラスの値をとる。$r_{\alpha w}$ は相関係数であるから，プラスにもマイナスにもなりうる。したがって，全国の総合成長率 A が大きくなるにつれて，各地域の成長率の格差が開くかどうかは，この場合では一にかかって r の値に依存することがわかる。もしも r がプラスである場合，つまり各地域についてのウェイト w_i が大きくなるにつれて地域成長率 α_i も大きくなるとすれば，$\partial\sigma_\alpha/\partial A$ はプラスとなり，高度成長の結果は，地域間の成長率格差をますます大きくすることになる。これとは反対に，もしも r がマイナスの場合，つまり w_i が大きくなる(あるいは小さくなる)につれて，α_i が小さくなる(あるいは大きくなる)とすれば，$\partial\sigma_\alpha/\partial A$ はマイナスとなり，高度成長の結果は，地域成長率の格差を縮小することになる。

3. 総合成長率

(1)式によって定義した全国総合成長率のなかのウェイト w_i は，以上の分析では一般的に取り扱われてきた。しかし問題をさらに具体化するためには，w_i に具体的な経済量をあてはめねばならない。形式的に考えれば，w_i の具体的意味づけは成長率 α_i の定義とは一応切り離して考えられるが，同時にまた，問題のより経済的な分析では，w_i は α_i の定義とは無関係ではありえない。そこでいま，問題を２つにしぼって考えてみよう。そのうちの１つを，地域所得そのものの分析とし，他を，地域別１人あたり所得についての分析とする[3)]。

(a) 地域所得の成長率

第１の場合から初めよう。いま Y_{oi} を基準時における第 i 番目の地域の所得とし，Y_i を比較時における同番目の地域所得とする。この場合の地域成長率 α_i はつぎのようになる。

$$\alpha_i=\frac{Y_i-Y_{oi}}{Y_{oi}}=\frac{Y_i}{Y_{oi}}-1 \qquad (5)$$

これに対するウェイト w_i は，ラスパイレス方式を採用すれば，Y_{oi} である。したがって(1)式はつぎの形となる。

$$A=\frac{\Sigma\left(\frac{Y_i}{Y_{oi}}-1\right)Y_{oi}}{\Sigma Y_{oi}}=\frac{\Sigma Y_i-\Sigma Y_{oi}}{\Sigma Y_{oi}}=\frac{\Sigma Y_i}{\Sigma Y_{oi}}-1 \qquad (6)$$

これにつれて，(4)式の基本式は

$$\sigma_\alpha=\frac{1}{V_{yo}}\cdot\frac{A-\bar{\alpha}}{r_{\alpha\cdot yo}} \qquad (7)$$

ここに V_{yo} は基準時の地域所得 Y_{oi} の変化係数，$r_{\alpha\cdot yo}$ はこの Y_{oi} と(5)式であらわされる地域成長率との相関係数である。$\bar{\alpha}$ は(5)式についての単純算術平均であることはいうまでもない。

いま A だけが変化し，$\bar{\alpha}, r$ が変らないとすれば，V はもちろんどのような場合でも定数とみられるから，A の変化が σ_α に与える影響は，すでに述べたように

$$\frac{\partial\sigma_\alpha}{\partial A}=\frac{1}{V_{yo}}\cdot\frac{1}{r_{\alpha\cdot yo}} \qquad (8)$$

であらわされる。したがって，α_i と Y_{oi} とがともに増加(もしくはともに減少)する場合には A の増加は σ_α の増大をもたらし，α_i と Y_{oi} とが逆の動きを示す場合には，A の増加は σ_α の減少をもたらす。つまり，基準時における地域所得の高いものほど大きな地域成長率を示す場合には，全国成長率が大きくなればなるほど所得の地域格差はますます増大することになる。これとは反対に，基準時における地域所得の高いものほど小さな地域成長率を示す傾向がある場合には，全国成長率が大きくなればなるほど所得の地域格差はますます小さくなるという結果になる。ただし，以上の結論は，前述のように，A の変化が，$\bar{\alpha}, r$ に何らの影響も与えないという仮定に基づくものである。しかし実際的に考えても，また理論的にも，A が変化すれば，$\bar{\alpha}, r$ もまた若干の変化を生ずるのであって，これはのちの分析の対象とする。(5. 一般的な効果分析の節参照) しかしいかなる場合にも A の変化に V は関係がない。

(b) １人あたり所得の成長率

基準時，比較時の地域別人口をそれぞれ N_{oi}, N_i とすれば，１人あたりの所得の成長率は，地域別には

$$\alpha_i=\frac{Y_i/N_i-Y_{oi}/N_{oi}}{Y_{oi}/N_{oi}}=\frac{Y_i}{Y_{oi}}\frac{N_{oi}}{N_i}-1 \qquad (9)$$

これに対するウェイト w_i は，ラスパイレス方式では，基準時の１人あたり所得とするのが通例である。したがって(1)式は

$$A=\frac{\Sigma\left(\frac{Y_i}{Y_{oi}}\frac{N_{oi}}{N_i}-1\right)\frac{Y_{oi}}{N_{oi}}}{\Sigma\frac{Y_{oi}}{N_{oi}}}=\frac{\Sigma\frac{Y_i}{N_i}-\Sigma\frac{Y_{oi}}{N_{oi}}}{\Sigma\frac{Y_{oi}}{N_{oi}}}=\frac{\Sigma\frac{Y_i}{N_i}}{\Sigma\frac{Y_{oi}}{N_{oi}}}-1 \qquad (10)$$

3) 成長率 α_i を地域所得そのものの成長率としても，また１人あたりの地域所得の成長率にとっても，ウェイト w_i は，ラスパイレス式の場合基準時の１人あたり所得または地域所得そのものとすることが可能である。したがってこの場合 α_i と w_i には４つの組合わせが考えられる。

基本式(4)は(7)式と同じ形になるが，その際(7)式のVは基準時における1人あたり所得の変化係数，$r_{\alpha\cdot yo}$はαと1人あたり所得との相関係数と解釈すればよい。そしてこの場合にも(7)式についての分析がそのままあてはまる。

4. 総合成長率の計測

さて，地域所得そのものの成長率を問題とする場合(a)は，複合的な目的のための分析と考えられるが，しいてこれを単一目的にしぼるものとすれば，その地域の生産性を分析する場合といってもよい。また1人あたり所得の成長率を問題とする場合(b)では，むしろ地域に居住する住民の生活水準を問題とする場合といえよう。したがって(a)の場合の地域所得としては，生産地域所得を使用することが考えられ，(b)の場合としては，分配地域所得を利用することが考えられよう。またもし(b)の場合，雇用人口1人あたりの地域所得を求める場合では，その地域のいわば生産性を問題とすることとなろう。

ここでは，(a)の場合と(b)の場合とを比較するため，2つの場合を通じて地域所得は分配所得をとることとする。

つぎに，この種の分析で問題になるのは地域の分け方である。日本に例をとれば，県民所得がある程度利用できるが，その精度は国民所得より劣るものと考えられている。ここでは，地域所得の精度は問題外として，公表されている県民所得をそのまま利用しよう。

さて地域の分け方であるが，このような県別は，行政的にはともかく，経済的には必ずしも意味のあるものではない。分析の目的が生活水準の格差を求めることにあるとするならば，生活様式が同質的であるとみられる地域を1つのグループにまとめることが要求されるであろうし，もしまた地域の生産性の格差を分析の目的とするならば，生産技術の様式が同質的であるとみなされる地域を1つのグループにしめくくる必要があろう。つまり，分析の目的によって，その地域分けを異にしなければならないわけである。

以上は理論的に考えた場合の地域分けの原則であるが，実際には単一目的ではなく，複数目的で分析することがしばしば行なわれる。ここでは主として生活水準の地域格差を明らかにする目的をもって，地域分けを行なうものとする[4]。

いま日本全国をつぎのように分類しよう。

(1)　北海道
(2)　東　北：青森，岩手，宮城，秋田，福島，山形
(3)　表日本：茨城，千葉，東京，神奈川，静岡，愛知，三重，大阪，兵庫，和歌山
(4)　裏日本：新潟，富山，石川，福井，鳥取，島根
(5)　中日本：栃木，群馬，埼玉，山梨，長野，岐阜，滋賀，京都，奈良
(6)　瀬戸内：岡山，広島，山口，徳島，香川，愛媛
(7)　北九州：福岡，佐賀，長崎
(8)　南九州：熊本，大分，宮崎，鹿児島，高知

この分類において南九州に高知を含むのは，その生活様式が南九州に準ずるものとみなしたためである。

このような分類に基づいて，地域別所得，人口，1人あたり分配所得を昭和36年度と37年度に分けて示せばつぎの表の如くである。この表において，1人あたり所得はいうまでもなく，地域所得を当該地域人口で割ったものである。またこの表の最後にかかげた成長率は，36年度と37年度の地域所得そのものの成長率と，1人あたり所得の成長率との2つに分けて示してある。

この表に基づいて計算した結果はつぎの如くである。ただし昭和36年を基準時，37年を比較時とする。

(a)　地域所得の成長率

$$\bar{Y}_0=1{,}811.5,\ \sigma_{yo}=2{,}197,\ V_{yo}=1.213$$

$$r_{\alpha\cdot yo}=0.534,\ \bar{\alpha}=0.132,\ A=0.146$$

ただし$\bar{Y}_0$およびσ_{yo}の単位は10億円である。これら

地域	36年			37年			成長率 (%)	
	地域所得	人口	1人当り所得	地域所得	人口	1人当り所得	総所得	1人当り所得
	百万円	千人	円	百万円	千人	円		
北海道	667,181	5,073	131,516	728,111	5,093	142,963	9.132	8.704
東北	985,635	9,290	106,096	1,132,067	9,238	122,545	14.816	15.504
表日本	7,556,768	37,170	203,303	8,743,682	38,278	228,426	15.707	12.357
裏日本	849,555	6,673	127,312	950,527	6,644	143,065	11.885	12.374
中日本	1,794,028	13,621	131,710	2,084,229	13,715	151,967	16.176	15.380
瀬戸内	1,093,559	8,694	125,783	1,234,393	8,669	142,392	12.879	13.205
北九州	880,270	6,671	131,955	984,905	6,635	148,441	11.887	12.494
南九州	663,709	6,988	94,978	94,890	6,886	109,046	13.135	14.812

資料：経済企画庁編，昭和38年度『国民所得白書』p.212.

の値を(7)式に代入すれば

$$\sigma_\alpha=\frac{A-0.132}{0.648} \tag{11}$$

この式のAに計測値 0.146 を代入すれば σ_α は 0.022 となる。これはまえの公式 $\sigma_\alpha=\sqrt{\frac{1}{n}\Sigma(\alpha_i-\bar{\alpha})^2}$ にしたがって直接に計算した値と一致することはいうまでもない。われわれの関心は(11)にあるのであって，総合成長率が所得成長率Aの地域格差の指標 σ_α に与える影響の度合は，(8)式によって計算すれば

$$\frac{\partial\sigma_\alpha}{\partial A}=\frac{1}{0.648}=1.543 \tag{12}$$

となる。すでに明らかなように，相関係数rはプラスであるから，総合成長率が1だけ増加すれば，1.543 の強さで地域格差が大きくなることが知られる。

(b)　1人あたり所得の成長率

$\bar{Y}_0=131.6,\quad \sigma_{yo}=29.89,\quad V_{yo}=0.227$

$r_{\alpha\cdot yo}=-0.346,\ \bar{\alpha}=0.131,\quad A=0.1295$

ここに $\bar{Y}_o, \sigma_{yo}$ の単位は千円である。この結果を地域所得の成長率(a)の場合と比較して，とくに注目すべき点は，rがマイナスであるということである。すなわち昭和36年の地域所得が大きい地域ほどその成長率が小さいという事実である。この場合の(7)式の計測値は

$$\sigma_\alpha=\frac{0.131-A}{0.0785} \tag{13}$$

となり，Aにその計測値 0.1295 を代入すれば，σ_α は 0.02 となる。この結果は，σ_α を表から直接求めた値と一致する。ここで重要なことは，Aが増大すれば，σ_α は小さくなるということ，つまり，総合成長率が大きくなればなるほど，1人あたりの地域所得の格差は小さくなるということである。このことは，(8)式を求めることによっていっそう明らかとなる。すなわち

$$\frac{\partial\sigma_\alpha}{\partial A}=-\frac{1}{0.0785}=-12.7 \tag{14}$$

つまり，Aが1だけ増加すれば，12.7 の強度をもって σ_α を縮小させることになる。この結果を(a)の場合と比較して，興味ある結論を導くことができよう。

5. 一般的な効果分析

全国総合成長率Aの変化が地域成長率の格差 σ_α にどのような効果を与えるかを知るために(7)式から(8)式の $\partial\sigma_\alpha/\partial A$ を求めたのであるが，その際Aの変化は $\bar{\alpha}, r$ には影響しないと仮定した。しかし一般的には，Aが変化すれば，σ_α に影響を与えるにとどまらず，$\bar{\alpha}, r$ にも変化を与えるものである。

いま基準時の地域所得 Y_{oi} が与えられるものとすれば，V_{yo} は Y_{oi} の変化係数であるから，パラメーターと考えることができる。そこで比較時の Y_i がいろいろに変化すると，これにつれて，成長率αも変化し，したがってその標準偏差 σ_α も変化する。これと同時に総合成長率Aも変化し，また Y_{oi} とαとの相関係数 $r_{\alpha\cdot yo}$ にも影響を及ぼす。つまり，$\sigma_\alpha, A, \bar{\alpha}, r_{\alpha\cdot yo}$ はともに Y_i の関数である。したがって一般的には，(8)式は許されない。そこでここでは，一般的にAの変化に応ずる σ_α の影響を考えてみることとする。

まず，Y_i の変化が $\sigma_\alpha, A, \bar{\alpha}, r$[5] に与える影響から計算してみよう。

$$\frac{\partial\sigma_\alpha}{\partial Y_i}=\frac{1}{n\sigma_\alpha}\left[\frac{Y_i}{Y_{oi}^2}-\frac{1}{n}\sum_j\frac{Y_j}{Y_{oi}Y_{oj}}\right] \tag{15}$$

$$\frac{\partial A}{\partial Y_i}=\frac{1}{\Sigma Y_{oi}} \tag{16}$$

$$\frac{\partial\bar{\alpha}}{\partial Y_i}=\frac{1}{nY_{oi}} \tag{17}$$

$$\frac{\partial r}{\partial Y_i}=\frac{1}{n\sigma_\alpha\sigma_{yo}}\left(1-\frac{\bar{Y}_o}{Y_{oi}}\right)-\frac{r}{n\sigma_\alpha^2}\left(\frac{Y_i}{Y_{oi}^2}-\frac{1}{n}\sum_j\frac{Y_j}{Y_{oi}Y_{oj}}\right) \tag{18}$$

以上は，第i番目の地域所得 Y_i が $\sigma_\alpha, A, \bar{\alpha}, r$ にどのような影響を与えるかの測度であるから，すべての $Y_i(i=1, 2, \cdots, n)$がそれらにどのような影響を与えるかを知るためには，つぎのような加重平均を求めてみる。

$$\frac{\Sigma\left(\frac{\partial\sigma_\alpha}{\partial Y_i}\right)Y_i}{\Sigma Y_i}=\frac{1}{n\sigma_\alpha\Sigma Y_i}\left[\Sigma\alpha_i^2-\frac{1}{n}(\Sigma\alpha_i)^2\right]=\frac{\sigma_\alpha}{\Sigma Y_i} \tag{15a}$$

$$\frac{\Sigma\left(\frac{\partial A}{\partial Y_i}\right)Y_i}{\Sigma Y_i}=\frac{1}{\Sigma Y_{oi}} \tag{16a}$$

$$\frac{\Sigma\left(\frac{\partial\bar{\alpha}}{\partial Y_i}\right)Y_i}{\Sigma Y_i}=\frac{\bar{\alpha}+1}{\Sigma Y_i} \tag{17a}$$

$$\frac{\Sigma\left(\frac{\partial r}{\partial Y_i}\right)Y_i}{\Sigma Y_i}=\frac{1}{n\sigma_\alpha}\left\{\frac{A-\bar{\alpha}}{\sigma_{yo}}-\frac{r}{\sigma_\alpha\Sigma Y_i}\left[\Sigma\alpha^2-\frac{1}{n}(\Sigma\alpha)^2\right]\right\}$$

4)　本研究は必ずしも具体的な分析を目的とするものではなく，むしろ理論的な問題を分析しようとしたものである。地域分けはここでは単なる例にすぎない。

5)　これからさきは $r_{\alpha\cdot yo}$ を r と書くことにする。

$$=\frac{1}{n\sigma_\alpha}\left[\frac{A-\bar{\alpha}}{\sigma_{yo}}-\frac{nr\sigma_\alpha}{\Sigma Y_i}\right]=r\frac{\Sigma Y_i-\Sigma Y_{oi}}{\Sigma Y_{oi}\Sigma Y_i}=r\frac{A}{\Sigma Y_i} \quad (18a)$$ [6)]

(15a)の右辺は非負であるから，$Y_i(i=1, 2, \cdots, n)$が大きくなれば σ_α は大きくなるか($\sigma_\alpha>0$ の場合)，または Y_i が大きくなっても σ_α には関係がないか($\sigma_\alpha=0$ の場合)である。(16a)の右辺はプラスであるから，$Y_i(i=1, 2, \cdots, n)$が大きくなれば A は必ず大きくなる。また(17a)式からは，$Y_i(i=1, 2, \cdots, n)$が大きくなれば，$\bar{\alpha}$ は大きくなるか($\Sigma\alpha_i>-n$ の場合)，または Y_i の値には関係なく $\bar{\alpha}$ が一定の値を保つか($\Sigma\alpha_i=-n$)，あるいはまた Y_i が大きくなるにつれて $\bar{\alpha}$ が小さくなる($\Sigma\alpha_i<-n$)。最後に，r がプラスであり，しかも $A<0$，つまり地域所得が成長過程にある場合は，$Y_i(i=1, 2, \cdots, n)$が大きくなればなるほど r は大きくなり，たとえ r がプラスであっても $A<0$, つまり地域所得が縮小過程にある場合は，Y_i が大きくなるほど r は小さくなる。また r がマイナスの場合では，$A>0$ 場合であっても $Y_i(i=1, 2, \cdots, n)$が大きくなれば r は小さくなり，$A<0$ の場合では Y_i の大きな値に対して r は大きくなる，ということが(18a)式からわかる。

われわれの最終的な目的は，経済が成長するとき成長率の地域格差がどうなるかということである。したがって A の増大に対して σ_α がどうなるかを求める必要がある。いま(7)式を A に関して偏微分すると

$$\frac{\partial\sigma_\alpha}{\partial A}=\frac{1}{r^2V_{yo}}\left[\left(1-\frac{\partial\bar{\alpha}}{\partial A}\right)r-(A-\bar{\alpha})\frac{\partial r}{\partial A}\right] \quad (19)$$

となる。ところで

$$\frac{\partial\bar{\alpha}}{\partial A}=\frac{\partial\bar{\alpha}}{\partial Y_i}\Big/\frac{\partial A}{\partial Y_i},\quad \frac{\partial r}{\partial A}=\frac{\partial r}{\partial Y_i}\Big/\frac{\partial A}{\partial Y_i} \quad (20)$$

(20)式に(16), (17), (18)式を代入し，その結果を(19)式に代入すれば

$$\frac{\partial\sigma_\alpha}{\partial A}=\frac{\Sigma Y_{oi}}{n\sigma_\alpha}\left(\frac{Y_i}{Y_{oi}^2}-\frac{1}{n}\sum_j\frac{Y_j}{Y_{oi}Y_{oj}}\right) \quad (21)$$

となる。そこで $\partial\sigma_\alpha/\partial A$ の平均を求めるためにつぎの加重平均値を求めてみる。

$$\frac{\Sigma\left(\frac{\partial\sigma_\alpha}{\partial A}\right)Y_i}{\Sigma Y_i}=\frac{1}{n\sigma_\alpha}\frac{\Sigma Y_{oi}}{\Sigma Y_i}\left[\Sigma\alpha^2-\frac{1}{n}(\Sigma\alpha)^2\right]=\frac{\Sigma Y_{oi}}{\Sigma Y_i}\sigma_\alpha \quad (22)$$ [7)8)]

この式の右辺はつねにプラス($\sigma_\alpha>0$ の場合)かゼロ($\sigma_\alpha=0$の場合)であるから，$\sigma_\alpha>0$ の場合は A が大きくなるにつれて σ_α は大きくなり，$\sigma_\alpha=0$ の場合は A が大きくなっても σ_α は一定の値をとることはいうまでもない。

---

6) この式を求めるためには，

$$\sigma_\alpha{}^2=\frac{1}{n}[\Sigma\alpha_i{}^2-n(\bar{\alpha})^2]=\frac{1}{n}\left[\Sigma\left(\frac{Y_i}{Y_{oi}}\right)^2-\frac{1}{n}\left(\Sigma\frac{Y_i}{Y_{oi}}\right)^2\right]$$

を利用する。

7) この結果は，$\frac{\partial\sigma_\alpha}{\partial A}=\frac{\partial\sigma_\alpha}{\partial Y_i}\Big/\frac{\partial A}{\partial Y_i}$ の変換式を利用し，これに(15), (16)両式を使って直接計算しても，えられる。

8) (22)式の極大，極小値は，この分析に関するかぎり，存在しない。したがって最適な成長率格差を求めることは不可能である。