

経済理論の公理論化について

是 永 純 弘

1) はしがき

西ドイツの経済学者G・カーデは、近著『理論経済学の方法論としての数学的経済理論の論理的基礎づけ』¹⁾において、経済理論の公理論化を提唱している。

ここにいう公理論化とは、経済理論を形式的に無矛盾な命題の体系にすることで、公理的方法がもちいられる。この場合、公理的方法とは、ユークリッド幾何学にその古典的な典型がみられるように、一般に個別科学の理論を組み立てるのに、その基礎に少数の基本仮定——公理(Axiom)または公準(Postulat)——を置いて、定義と証明をくりかえしてこの仮定からその理論のすべての残余の命題をみちびきだす方法のことである。できあがった理論は、命題の1体系として相互に内的に矛盾のないものになる。

この公理的方法を応用して経済理論を公理論化しようという試みは、すでにウィーン学派の方法論家F・カウフマンが、1925年に「論理と経済科学」²⁾という1論文において提唱したものである。彼は経済理論を若干の基礎概念とそれの論理的変換・結合によってくみ立てることができると考え、理論体系の整備によって経済理論を「精密」(exakt)にすることを目的とした。E・シャムズ、T・W・ハチスンなどにも同様の見解がみられる。³⁾ この見解はその後、論理学における新しい傾向としてあらわれて来た論理の記号化(記号論理 Logistik)や推論の計算化(命題計算・論理計算)などの、要するに「論理学上の操作を数学的な記号によってひたすら矛盾律のみに頼

っておこなおうという思想」⁴⁾とむすびついた。ゲームの理論の主唱者O・モルゲンシュテルンの論文「記号論理と社会科学」(1936年)⁵⁾は、このような機械的に形式的に合理化された論理学を社会科学の理論構成の指針として採用し、理論の形式的な「精密性」をたかめよ、と主張したものであった。わが国においてもこうした傾向は、山田雄三・水谷一雄などの諸氏によってすでに紹介され支持されている。⁶⁾カーデの前掲書もまたこうした論理学の新傾向を背景にして、経済理論の公理論化をとらえたものである。

この公理論化の思想はつぎの2点で重要な方法論的意味をもっている。すなわち、第1に公理論化によって経済学への数学ないし数学的思考法の適用に対する原則的反対論は排除される。第2に公理論化によって経済理論は精密に構成されるようになる。第1点で数学適用に対する原則的反対論というのは、経済的効用や、経済行為の主観的意味などの経済学がとりあつかう心理的事実は測定したり計量したりできないから数学の適用は原則的に不可能であるとする主張(W・ゾムバルトなど)⁷⁾を指す。これにたいして公理論化の主張者は、数学かならずしも量の科学ではなく、ひろく事物の関係一般を記号化された論理で処理する学問であるとして、「数学の適用」=「精密な論理計算の利用」にたいする原則的反対は、精密な思考の拒否にひとしいという。公理論化とは公理的方法の適用であり、これはまた精密な論理計算の利用という意味での数学の適用であるから、公理論化によって数理経済学は方法論的に原則的な反対の余地をのこさないように基礎づけられることになるというのである。したがって公理論化の提唱は経済学における数学適用の論拠となる。次の第2点にいう理論の精密な構成とは理論体系の内的無矛盾性の確保ということである。公理論化された理論においては、叙述の始点におかれる基本仮

1) Gerhard Kade, *Die logischen Grundlagen der mathematischen Wirtschaftstheorie als Methodenproblem der theoretischen Ökonomik*, Berlin 1958, SS, 185.

2) Felix Kaufmann, „Logik und Wirtschaftswissenschaft“, *Archiv für Sozialwissenschaft und Sozialpolitik*, Bd. 54, 1952.

3) Vgl. E. Schams, „Die Determinierbarkeit des Wirtschaftsgeschehens“, *Ztschr. f. Natök.*, Bd. 5, 1934 u. a.; T. W. Hutchison, *The Significance and basic Postulates of Economic Theory*, London 1938.

4) 三木清編『現代哲学辞典』昭24, 第2版530ページ(日本評論社)。

5) Oskar Morgenstern, „Logistik und Sozialwissenschaften“, *Ztschr. f. Natök.*, Bd. VII, 1936.

6) 山田雄三「経験科学としての経済学」『戦後経済学の課題』(2)有斐閣昭22; 水谷一雄『数学的思惟と経済理論』新元社昭32。

7) Werner Sombart, *Die Drei Nationalökonomien*, München 1930, S. 85 ff.

定からの、他の諸命題の論理的誘導過程が記号化された論理によって機械的、形式的にすすめられるので、普通の言語を用いた推論よりも厳密な推論が可能になる。内容から切離された形式のみによる理論の展開が、内容のアイマイさを一掃して、理論に論理的斉合性を与えてくれる。これが公理的方法の大きな利点の1つであると、公理論化の提唱者たちは主張するのである。

経済理論が真に科学性をもつためには、その理論の内容は経済の歴史的現実を正しく反映したものであり、また理論は論理的に一貫したものでなければならない。経済理論の公理論化がはたしてこの意味での科学性を保証しうるかどうか、この点をこの小稿ではG・カーデの主張を手がかりにして考えてみよう。

2) 数学＝論理計算の適用としての経済理論の公理論化

カーデによると経済理論の公理論化とは、経済理論そのものの数学化 (die Mathematisierung eben dieser Wissenschaft—S. 65) のことである。この理論そのものの数学化とは何か、またそれはなぜ公理論化なのか。これにたいするカーデの答は、彼が数学を次のような学問であるとするところからみちびき出される。

「数学の対象はいかなる場合にも外的自然の客体 (Objekt) ではなく、人間によって思考される限りでしか存在しない・われわれの悟性の創造物である」(S. 42)。19世紀の後半以来「数学を空間と数との学に限定し、その任務をもっぱら測定と計数に限ることができる」とみる考え方は放棄された」(S. 43)。そして今世紀にいたり、たとえば非ユークリッド幾何学が妥当する相対性理論の場合のように数学的思考が物理法則の形式を前もって予言するという事情は「物理的所与から独立な数学」(S. 43)の存立を必要にした。したがって、もはや「数学はつねに自然科学の問題提起に影響されて発展するとはいえなくなった」(S. 43)。これをカーデは「数学的思考の存在論的中立性 (die ontologische Neutralität des mathematischen Denkens)」(S. 43)という。

かくて「数学の陳述体系全体は少数の基本仮定 (公理) にもとづき、諸定理はそこから、固定された思考規則のたすけをかりた純論理的操作によって誘導されることになった」(S. 43)。つまり、数学的思考の主要な性格は公理論 (die Axiomatik) 的であるという点にある。数学者H・ワイルのいうように「近代的な解釈によれば、純粹数学は関係の一般的な仮言的・演繹的理論である、それは可能な内容的解釈のどれか1つに拘束されることなしに、論理的鑄型の理論を展開する」⁸⁾ 新しい論理学 (記号論理学) と同様に、「数学は公理論化された形において少数の思考必然的な命題から他のすべての陳述をみちび

き出す、そしてそれらは1つの系の中で思考必然的に妥当する。数学は多数の可能な公理系——その総体が記号論理学をなす——の中の1部分としてのみあらわれる」(S. 46)。

要するにカーデによると、数学は現実の世界における量的諸関係と空間的諸形式を対象とする学問ではなく (数学の対象の存在論的中立性)、数学的思考の特色はその公理論にある (数学的思考の存在論的中立性)。つまり数学がすでに1つの公理系なのである。

「数学＝公理系」というこの考え方から、数学は「公理によって固定された限界内では例外なく妥当するような判断の体系である」(S. 45)ということが帰結される。これとならんで数学の公理系の大きな特色は、記号化された言語の使用という点にある。「今日、数学の記号語では、概念や陳述のみならず推論の方法までもが表現されている」(S. 45) 数学が一般的な形式的関係の学であるのは、「数学の記号が内容的に中立であって、任意のものを表現できるから」(S. 45) である。この記号化によって数学は思考の内容にまで立ちかえらずに論理的操作をおこなうことができ、このことが数学の理論の無矛盾性と確実性を保証する、とカーデは考える。

数学がこのように記号語で表現された公理系であるとするれば、これを数学以外の学問に適用するとき、その研究対象が数えたり測ったりできるかどうかはもはや問題にならなくなる。すなわち経験可能な現実への数学の適用は「経験科学の理論体系の中で観察知識を論理的に整理すること」(S. 64)であるから、1つの特殊領域への数学的思考形式の移植を正当化するのはもはやその領域の量のカテゴリーではなく数学のもつこの整理機能である。この意味で数学の適用とは「科学の対象の数学化ではなく……、むしろそしてほとんど、その科学そのものの数学化」(S. 65)のことである。

経済理論への数学の適用もまた、カーデにおいては、この意味での経済学そのものの数学化である。

ではこの数学化は何故に経済理論の公理論化なのか。その答は簡単である。すなわち、適用される数学そのものが、以上にみたように、1つの公理系にほかならないからである。

しかしながらここで1つ問題が生ずる。数学の場合公理系の構成が可能になったのはすでにみたように数学の対象と数学的思考に「存在論的中立性」があると想定されていたからである。しかし経済学においては、すくな

8) H. Weyl, *Philosophie der Mathematik und der Naturwissenschaft*, München und Berlin 1927, S. 23.

くともその対象にこのような中立性を見出すことができない。したがって数学との対象の同一性から数学と同様な公理論化の可能性を基礎づけることができなくなる。そこでカーデは一般に科学の理論は、その扱う対象の如何にかかわらず、理論=命題の体系としては仮言的・演繹的体系であるという点で共通性をもつとのべ、ここに経済理論の公理論化の可能性をみいだそうとする。その場合に重要な役割をはたすのは、数学の公理系と経済理論との間の「同型性」(Isomorphie) という概念である。これは「2つの形式的構造ないし2つの関係の網があって、それらが純形式的な性質以外の点では全然似ていないが、その性質のなかでは同一であるといえる場合の、両者の同一性」(S. 68)のことである。たとえば平面幾何学はデカルトの座標構成(解析幾何学)によって代数学にうつしかえられるが、この場合平面幾何学と代数学は同型であるといわれる。両者の間ではたとえば空間の現実的な点と3つの数(座標)の組が対応し合うように、直線、平面のような対象とこれに属する基礎関係(結合、順序、合同)がすべて代数的関係に対応物をみいだす。これと同じ関係が公理系としての数学と、経済理論の仮言的演繹的体系との間にみいだせるというのがカーデの主張の要点である。この同型性の発見とは、経済学が扱う現実の対象の普通の関係形式であると同時に計算という推論概念でもあるような函数概念をみつけることである。たとえばある財貨を u 、貨幣を v 、需要者を x 、供給者を y 、「…を需要する」という関係を R 、「…を供給する」という関係を Q とすれば、交換という事実は xRu (x は u を需要する) と yQv (y は貨幣を与える) の2つの関係で記述される。このような記号的な関係記述の数を非常に多くしてゆくとついに一般均衡の状態がすべて記号的に記述されることになる。そして一旦記号化されてしまうとこの xRu 、 yQv などは、記号の内容とは無関係に、あたかも数学的記号と同様に、函数計算的に処理されるようになる。この処理の規則は関係の一般的論理である数学によってあたえられる。そしてこれで経済理論は公理論化されたことになる。

以上のように、カーデによれば経済理論の公理論化とは公理系としての数学の経済理論への適用にほかならない。そしてこれによって経済理論は、数学の公理系にたいしてカーデがみとめたのと全く同様の無矛盾性をあたえられるという意味において、精密化されることになる。

3) 公理論化の意義

さて経済理論の公理論化とは、以上カーデの主張にみられるように、要するに、経済理論を記号化された論理的関係の体系にして、計算的操作によって推論を展開す

ることである。こうして構成された公理論的経済理論がはたして、経済学の科学性の基準としての現実反映性と論理的斉合性を保証しうるかどうか。これが問題である。

第一の現実反映性について、この基準が守られるためには、公理論における公理の内容がまづ第1に問題になる。公理は公理論的叙述の基本仮定であるから、もしその内容が単なる思いつきや、恣意的な思考の構成物にすぎないとしたら公理論的展開がいかにも無矛盾であっても、その公理論は科学的な検証に耐えない空虚な「公式あそび」にならざるをえないであろう。カーデは数学の存在論的中立性を強調し、数学の対象と思考方法が物理的現実から切り離された、思考の産物であることに、かえって数学の思考必然的な、例外のない妥当性を見出し、公理論一般の特長はここにあるというが、数学における公理でさえも、思考の全く自由な観念的被造物とはいいい切れないのではなからうか。なるほど n 次元抽象空間、集合、などの数学の基礎概念はそのまま直接的な経験(感性的認識)の対象ではないが、これらのものが外界の空間形式ないしは量的関係の一面的な反映・模写であることは否定しきれないのではなからうか。

では公理の内容は何らかの経験的事実の記述——多くの場合常識的な——であっても、それが現実を反映していさえすればよいであろうか。公理が科学の始点におかれる一般的原理であるとしたら、やはりそれは経験を一面的に採用した認識にもとづく単純な定義や原則であってはならないのではなからうか。経験をその具体的な全体においてでなく、例証として、しかも仮説や理論に役だつ面においてとりあげ承認し、これを一般的原理にまでたかめることによっても、たしかに経験からの反駁を片づけることはできよう。しかしこうした仕方では具体的な経験が一般的原理にたかめられると理論の基礎はあいまいにされ、その理論に合う面だけが示されることになる。カーデは人間の経済行為の関係論理的記述を公理の内容にして、さきの xRu 、 yQv といった記号的表現を展開する。しかしその内容は経済的事実の一面的理解にとどまる。なぜなら彼のとりあげた交換の事実は、資本主義の歴史を要約する範疇としての商品の分析、社会的関係としてのその分析といった経済学の研究結果によってあたえられたものとは決して考えられないからである。公理はもっとも単純な普遍化であり、諸概念、諸判断、諸推理の最初のもっとも単純な形式としても、やはり経済社会の客観的連関の深い認識の成果、一定の段階における研究の最終的結果としてあたえられるべきものであろう。「公理論は、すでに他の方法によって獲得された結果を整理して、それを1つの体系の中に組み入れるこ

とができるだけだ、という主張はまちがっている。このげんみつな組織がまさに、1つの理論構成についての十分な展望を可能にし、事情によっては非公理的理論にははじめからのぞむべくもない意外な新しい結果をひきだしてくる可能性をあたえるのである」という評価⁹⁾がある。たしかに公理的方法は単なる体系整備の方法ではなからう。しかし公理論がこのように理論構成の展望を可能にしたり新しい結果をもたらしたりできるのは、公理論の形式的にげんみつな組織の神秘的な能力によるのではなく、かえって公理そのものの現実反映性によるのではなからうか。

では公理がこの現実反映性の要件をみたしたならば、そのあとの展開は、カーデのいうようにつねに論理必然的な妥当性をもつであろうか。これが第2の問題＝理論の論理的斉合性にとっての公理的構成の意義の問題である。

公理論が一応形式的な無矛盾性をあたえるという意味で理論の論理的斉合性を保証することはたしかである。そしてこの点にこそ公理論のもっとも大きな利点があることもいえない。形式的公理論をただその形式性、抽象性のゆえに頭から否定し去るのは、もちろんあやまりであろう。しかしながら公理論が、推論過程における思考の、現実世界からの相対的独自性を絶対化して、推論過程の形式的同一性を理論の内容的同一性とすりかえて、1つの理論の妥当性をこれと「同型」の他の理論の妥当性によって証明する絶対的方法にまでたかめられると、公理論はもはや理論の真理性を保証することができなくなろう。平面幾何学と、解析幾何学による代数的演算との「同型性」も、たんに両者の推論の形式的同一性から証明されるのではなく、やはり対象の側のこの同型性を保証するモメントによって証明されうるのではなからうか。

このことに関連して同型ないくつかの公理的推論があるとき、理論として採用すべき公理系がどれか、を決めるにはやはり、その公理系からみちびきだされた諸定理だけを事実によって点検するだけでなく、厳密に言えば事実あるいは実践による点検を推論の1段1段においてくりかえしてみなければならぬのではなからうか。

公理的構成にたいしては、それが言語であらわされた論理によらず、記号化された関係の論理を駆使することによって、思考の過程を単純化し、言語の多義性からくる矛盾や混乱をのぞくという効果のあることが指摘さ

9) ゲオルク・クラウス「弁証法的唯物論と数学的論理学」相原文夫・古田光編訳『形式論理学と弁証法』三一書房 昭 30, 117 ページ。

れている。しかし定義されるべき対象の規定性が豊かであればあるほど、それが考察にたいして示す側面がさまざまであればあるほど、それについて掲げられる定義もまたますますさまざまでありうる。したがってあらゆる対象が一義的に記号化されるような基準をもとめることは困難である。記号化に関連してヘーゲルは、「純粹概念的あるいは哲学的規定を象徴(Symbol)によって叙述せんと企てるすべての象徴主義(Symbolik)」に対して、数、べきなどの「諸形式の使用は、概念規定を把握し、指示し、かつ権利づけるための労をはぶかんとするらんだな手段にすぎない」と非難している。¹⁰⁾ 記号化一般に対して反対すべき理由はないが、与えられた現象の本質をあらわす概念のかわりに、何ものをも規定せずただその現象の本質をボカしているにすぎない記号をもちいることは許されないであろう。¹¹⁾

4) む す び

以上われわれはG・カーデのいわゆる経済理論の公理論化の要点が経済理論の体系を論理計算によって整理するという意味での経済学自身の数学化であることを、そしてこの数学化の結果経済理論には形式的な無矛盾性という意味での精密化がなされることをあきらかにした。

たしかに公理的方法は、始点におかれる公理の具体的内容が実践によって検証された科学的認識の成果であるかぎりにおいて、理論の論理的斉合性を確保する手段として積極的な意味をもつであろう。公理論の形式性・抽象性それ自身は、決して公理論化に反対すべき理由とはならない。

しかしながら何を公理の具体的内容とするか、同型の公理論のいずれをとるか、といった問題にたいする答を公理的方法そのものの中に見出すことはできない。経済理論の公理論化が真に経済学の科学性をたかめうるためには、分析の1歩1歩が事実と実践とによって裏づけられた具体的内容的な研究が必要であろう。

10) ヘーゲル全集、『大論理学』上巻鈴木権三郎訳、岩波書店 昭 22, 550~551 ページ。

11) Э. Кольман, "Значение символической Логик", Логические Исследования АН СССР, Москва 1959, стр. 13.

[附記] 西ドイツの経済学 *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik* の1956~'57では、この稿に紹介したG・カーデとFritz Ottel(ゾムバルトの立場)との論争があった。これについては拙稿「経済学における数学利用の意義について」北大『経済学研究』13号昭 32参照。尚最近の *Jahrbücher* 誌上にはこの両者の折衷をはかった Hans Albert, "Die logische Charakter der theoretischen Nationalökonomie" (Bd. 171, 1959)がある。