主成分分析法による鉄鋼企業行動の研究*

——誘導形の推定のための新しい方法——

岩　田　暁　一

序

この論文の主たるテーマは，誘導形に入り込む先決変数の経験的探索にとり有効な方法を提供するところにある。この方法における先験的な仮説は，（i）構造方程式から導かれる誘導形がすべて線型であること，（ii）誘導形における内生変数の指定，この2つのみである。

以下第1節はこの方法の理論的定式化，第2節は1鉄鋼企業についての内部均衡模型の計測に対するそれの具体的適用結果の報告に充てられる。

1　誘導形係数推定と主成分分析

1.1.　構造方程式系から導かれる誘導形方程式が次の如き線型であるとする。

$$(1)\quad \begin{cases} x_{1t}=b_{10}+b_{11}g_{1t}+\cdots+b_{1m}g_{mt}+\tilde{v}_{1t} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ x_{nt}=b_{n0}+b_{n1}g_{1t}+\cdots+b_{nm}g_{mt}+\tilde{v}_{nt}, \quad t=1,\cdots,T, \end{cases}$$

但し x_{it} は i 番目の内生変数の t 期の観測値，g_{jt} は j 番目の先決変数の t 期の観測値，$\tilde{v}_{it}$ は i 番目の誘導形方程式の確率的撹乱項の t 期の実現値であり，b_{ij} は常数パラメタである。次に，その平方和が1に等しくなるように変数を基準化する。

$$(2)\quad \begin{cases} y_{it}=(x_{it}-\bar{x}_i)/\sqrt{S_{ii}}, \quad i=1,\cdots,n, \\ z_{jt}=(g_{jt}-\bar{g}_j)/\sqrt{S_{jj}}, \quad j=1,\cdots,m, \end{cases}$$

但し $\bar{x}_i=\sum_{t=1}^{T}x_{it}/T$, $\bar{g}_j=\sum_{t=1}^{T}g_{jt}/T$, $S_{ii}=\sum_{t=1}^{T}(x_{it}-\bar{x}_i)^2$, $S_{jj}=\sum_{t=1}^{T}(g_{jt}-\bar{g}_j)^2$。これにより(1)は次のように書換えられる。以下ゴシックの大文字は行列或いはベクトルを表わす。

$$(3)\quad \boldsymbol{Y}=\boldsymbol{C}\boldsymbol{Z}+\boldsymbol{V}$$

但し $\boldsymbol{Y}\equiv[y_{it}]$, $i=1,\cdots,n$; $t=1,\cdots,T$, $\boldsymbol{Z}\equiv[z_{jt}]$, $j=1,\cdots,m$; $t=1,\cdots,T$, $\boldsymbol{C}\equiv[c_{ij}]$, $i=1,\cdots,n$; $j=1,\cdots,m$, $\boldsymbol{V}\equiv[v_{it}]$, $i=1,\cdots,n$; $t=1,\cdots,T$ であり，元の記号との関係は

$$c_{ij}=\frac{\sqrt{S_{jj}}}{\sqrt{S_{ii}}}b_{ij},\quad b_{i0}=\bar{x}_i-\sum_{j=1}^{m}\frac{\sqrt{S_{ii}}}{\sqrt{S_{jj}}}c_{ij}\bar{g}_j,\quad v_{it}=\frac{1}{\sqrt{S_{ii}}}(\tilde{v}_{it}-\sum_{t=1}^{T}\tilde{v}_{it}/T)$$

となっている。

以下の考察のために，$\boldsymbol{V}$ 部分を無視し，

$$(4)\quad \boldsymbol{Y}=\boldsymbol{C}\boldsymbol{Z}$$

が成立するものと仮定する。

いま，各観測値の組をベクトルと考え，それらを $\boldsymbol{Y}_i=[y_{i1}\cdots y_{iT}]$, $i=1,\cdots,n$, $\boldsymbol{Z}_j=[z_{j1}\cdots z_{jT}]$, $j=1,\cdots,m$ で表示しよう。これら $(n+m)$ 個のベクトルは，(2)の基準化によってその長さがすべて1に等しいから，T 次元標本空間において原点を共通にそれらの基点とした場合，原点を中心とする半径1の「球」の表面にその先端を置くことになる。

さて，(4)は内生変数ベクトル $\boldsymbol{Y}_i$ が m 個の先決変数ベクトル $\boldsymbol{Z}_j$ の1次結合でなければならず，しかもそのことが n 個の内生変数のいずれについても同時に成立しなければならないことを意味しているから，$\boldsymbol{Y}_1,\cdots,\boldsymbol{Y}_n$ の張る(線型)部分空間 $R_{\boldsymbol{Y}}$ は，$\boldsymbol{Z}_1,\cdots,\boldsymbol{Z}_m$ の張る部分空間 $R_{\boldsymbol{Z}}$ に含まれなければならない。

（定理1）　$R_{\boldsymbol{Y}}\in R_{\boldsymbol{Z}}$

標本の大きさから生ずる次元数の制約を避けるため，さしあたり $n+m\leqq T-1$ であることを仮定して置こう。

n 個のベクトルの張る線型部分空間の次元はたかだか n であるから，$R_{\boldsymbol{Y}}$ の次元数もたかだか n である。しかし $R_{\boldsymbol{Y}}$ の実質的な（この意味は以下の節で明瞭となろう）次元数は n よりかなり小さいことが多い。そして $R_{\boldsymbol{Y}}$ 空間の実質的な次元数は主成分分析によりこれを知ることができる。

1.2.　$R_{\boldsymbol{Y}}$ の次元はたかだか n であるから，そこに含まれる n 個の，相互に直交する長さ1のベクトル $\boldsymbol{U}_1,\cdots,\boldsymbol{U}_n$，但し $\boldsymbol{U}_k\equiv[u_{k1}\cdots u_{kT}]$，の1次結合として，どの $\boldsymbol{Y}_i$ も表わされ得る。すなわち

$$(5)\quad \boldsymbol{Y}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{U}$$

*　この研究は慶応義塾大学産業研究所生産投資構造分析プロジェクトの研究活動の一部を成すものである。この論文の作成にあたって多くの人達の御援助を戴いたが，特に，主成分分析法について種々御指導を戴いた工学部管理工学科坂元平八教授，浦昭二助教授，研究全体に亙って終始適切なコメントを与えて下さった経済学部尾崎巌助教授，そして計算作業に快く御協力下さった工学部計算センター田島曙生さん，近藤頌子さん，産業研究所小俣英子さん，大久保昭子さん，経済学部尾崎研究会布施敏夫氏，内田捷治氏の方々に心から感謝申上げたい。

此処に $A\equiv[a_{ik}]$, $i=1,\cdots,n$; $k=1,\cdots,n$, $U'\equiv[U'_1\cdots U'_n]$ であり，且つ

(6)　　$UU'=E$

である。但し $'$ を附して転置行列を示す。E は n 次の単位行列である。さて $\mathbf{A}$ は $U_1,\cdots,U_n$ を座標軸とする n 次元の座標系における，$Y_1,\cdots,Y_n$ の新たな座標と考えることができる $[(y_{i1},\cdots,y_{iT})\to(a_{i1},\cdots,a_{in})]$。$YY'$ は内生変数間の相関係数行列であり，これを R で示す。すなわち $YY'\equiv R\equiv[r_{ii'}]$, $i=1,\cdots,n$; $i'=1,\cdots,n$。$AUU'A=AA'$ であるから新旧座標間の関係として

(7)　　$YY'=AA'$

が成立しなければならない。

さて，この新しい n 個の直交座標軸 $U_1,\cdots,U_n$ の設定の仕方には無数の可能性があるが，主成分分析は以下に述べるような設定の仕方を採る。そしてそのようにして設定された U_k を主成分ベクトルと称する。なお主成分分析法の詳細については例えば [2], [3], [4] を参照されたい。

まず，U_1 は (7) の制約の下に $\sum_{i=1}^{n}a_{i1}^2$ が最大になるように設定される。次に U_2 は U_1 に直交し且つ (7) を満すという条件の下で $\sum_{i=1}^{n}a_{i2}^2$ が最大になるように設定される。以下同様にして一般に U_n まで設定される。証明を省略して，この条件付極大化問題の解は次の如くである。

（定理 2）「R の k 番目の固有値 λ_k は $\sum_{i=1}^{n}a_{ik}^2$ に等しく，且つ a_{ik} は k 番目の固有列ベクトル $[l_{1k}\cdots l_{nk}]'$ の要素 l_{ik} に次のような基準化を施したものに等しい。

$$a_{ik}=l_{ik}\cdot\sqrt{\frac{\lambda_k}{\sum_{i=1}^{n}l_{ik}^2}}」$$

u_{kt} の値は次のようにして求められる。(5) の両辺に左側より A' を掛けて

(8)　　$$A'Y=A'AU=\begin{bmatrix}\lambda_1 & & 0\\ & \ddots & \\ 0 & & \lambda_n\end{bmatrix}U$$

を得るから，

(9)　　$$U=\begin{bmatrix}\lambda_1 & & 0\\ & \ddots & \\ 0 & & \lambda_n\end{bmatrix}^{-1}A'Y=\begin{bmatrix}\frac{1}{\lambda_1} & & 0\\ & \ddots & \\ 0 & & \frac{1}{\lambda_n}\end{bmatrix}A'Y$$

により求められる。

1.3.　以上のようにしてわれわれは，$\mathbf{Y}$ の説明に有効な順に配列された軸 $U_1,\cdots,U_n$ がつくる新しい直交座標系における Y の座標 A を得たわけである。さて $\sum_{k=1}^{n}\lambda_k$ $=\mathrm{trace}R=n$ であることは証明されるから，観測誤差を考慮して α を適当な値(例えば $\alpha=0.001$)にとって，

(10)　　$\sum_{k=1}^{p}\lambda_k/n\geqq 1-\alpha$

を満す最小の p を決める。この場合 $Y_i^*\equiv a_{i1}U_1+\cdots+a_{ip}U_p$ なる Y_i^* を定義すれば，Y_i を Y_i^* によって置換えることにより生ずる誤差は，$|Y_i-Y_i^*|=|a_{i,p+1}U_{p+1}+\cdots+a_{in}U_n|=\sqrt{a_{i,p+1}^2+\cdots+a_{in}^2}$ であり，一方 (10) により $\sum_{i=1}^{n}(a_{i,p+1}^2+\cdots+a_{in}^2)\leqq n\alpha$ であるから，その誤差は最悪の場合でも $\sqrt{n\alpha}$ を越えない。しかしここでは $\alpha=0$, 従って $Y_i=Y_i^*$, $i=1,\cdots,n$, が厳密に成立するものと仮定して置く。

(11)　　$Y=A_*U_*$

但し $A_*\equiv[a_{ik}]$, $i=1,\cdots,n$; $k=1,\cdots,p$, $U_*'\equiv[U_1'\cdots U_p']$。

次に先決変数ベクトル Z_j の，U_* に対する関係を考察しよう。いま $U_1,\cdots,U_p$ と直交し且つ相互に直交する新しい m 個のベクトル $U_{p+1},\cdots,U_{p+m}$ を標本空間に設定し，誘導形 (4) におけるすべての Z_j が $U_1,\cdots,U_{p+m}$ のつくる空間に含まれているとしよう。この場合，Z_j の U_k への正射影 $\sum_{t=1}^{T}z_{jt}u_{kt}$ を d_{jk} で示せば

(12)　　$$Z=[D_*D_\sharp]\begin{bmatrix}U_*\\ U_\sharp\end{bmatrix}$$

なる関係が成立することは明らかである。但し，$D_*\equiv[d_{jk}]$, $j=1,\cdots,m$; $k=1,\cdots,p$, $D_\sharp\equiv[d_{jk}]$, $j=1,\cdots,m$; $k=p+1,\cdots,p+m$, $U_\sharp\equiv[u_{kt}]$, $k=p+1,\cdots,p+m$; $t=1,\cdots,T$。

さて (11) により R_Y の次元数は p であるが，$Z_1,\cdots,Z_m$ の中から p 個の Z_j を選び出したとき，若しそれらがすべて R_Y に含まれ且つ相互に 1 次独立であるならば，それら p 個の先決変数ベクトル，これを $Z_1^*,\cdots,Z_p^*$ で示す，の張る部分空間 R_{Z^*} は内生変数空間 R_Y そのものでなければならない。

（定理 3）　$R_{Z^*}=R_Y$

この場合には，どの Y_i の R_{Z^*} への射影もその長さが 1 に等しいから，$Z_1^*,\cdots,Z_p^*$ へのどの Y_i の最小自乗回帰も完全相関となる。(最小自乗回帰のベクトル的解釈については [6] の 12 章を参照されたい)。

$Z_1^*,\cdots,Z_p^*$ 以外の $(m-p)$ 個の先決変数ベクトルを $Z_1^\sharp,\cdots,Z_{m-p}^\sharp$ で示す。各 $Z_j^\sharp$ は R_Y に含まれるかも知れないし含まれないかも知れない。いま (4) を書換えれば

(4′)　　$Y=C_{\mathrm{I}}Z_*+C_{\mathrm{II}}Z_\sharp$

となる。但し$[\boldsymbol{C}_{\mathrm{I}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{II}}]$は行列$\boldsymbol{C}$の列を適当に並べ換えたもの，$\boldsymbol{Z}_*'\equiv[\boldsymbol{Z}_1{}^{*\prime}\cdots\boldsymbol{Z}_p{}^{*\prime}]$，$\boldsymbol{Z}_\sharp'\equiv[\boldsymbol{Z}_1{}^{\sharp\prime}\cdots\boldsymbol{Z}_{m-p}{}^{\sharp\prime}]$である。(12)はこの場合に

$$\text{(13.1)}\qquad \boldsymbol{Z}_*=\boldsymbol{D}_{**}\boldsymbol{U}_*$$

$$\text{(13.2)}\qquad \boldsymbol{Z}_\sharp=\boldsymbol{D}_{\sharp *}\boldsymbol{U}_*+\boldsymbol{D}_{\sharp\sharp}\boldsymbol{U}_\sharp$$

となる，但し$\begin{bmatrix}\boldsymbol{D}_{**}\\ \boldsymbol{D}_{\sharp *}\end{bmatrix}$は$\boldsymbol{D}_*$の行を適当に並べ換えたもの，$\boldsymbol{D}_{\sharp\sharp}$は$\boldsymbol{D}_\sharp$の中から$\boldsymbol{Z}_1{}^\sharp,\cdots,\boldsymbol{Z}_{m-p}{}^\sharp$の係数だけを取り出した$(m-p)\times(m-p)$の行列である。列の並べ換えによって$\boldsymbol{D}_{\sharp\sharp}$の列数は$m-p$に減っている。何故なら仮定によって$p$個の$\boldsymbol{Z}_j$が既に$R_Y$に含まれているから，たとえ残りの$(m-p)$個のどの$\boldsymbol{Z}_j$も$R_Y$に含まれていなくとも，適当に選んだ新しい$(m-p)$個の$\boldsymbol{U}_k$が張る空間にそれらは含まれるからである。(13.1)，(13.2)を(4′)に代入すれば

$$\text{(14)}\qquad \boldsymbol{Y}=\boldsymbol{C}_{\mathrm{I}}\boldsymbol{D}_{**}\boldsymbol{U}_*+\boldsymbol{C}_{\mathrm{II}}\boldsymbol{D}_{\sharp *}\boldsymbol{U}_*+\boldsymbol{C}_{\mathrm{II}}\boldsymbol{D}_{\sharp\sharp}\boldsymbol{U}_\sharp$$

となり，これと(11)とを比較すれば，

$$\text{(15)}\qquad \boldsymbol{C}_{\mathrm{I}}\boldsymbol{D}_{**}+\boldsymbol{C}_{\mathrm{II}}\boldsymbol{D}_{\sharp *}=\boldsymbol{A}_*$$

$$\text{(16)}\qquad \boldsymbol{C}_{\mathrm{II}}\boldsymbol{D}_{\sharp\sharp}=\boldsymbol{O}$$

となる。但し$\boldsymbol{O}$は$n\times(m-p)$の零行列，此処で，(16)をc_{ij}を求めるための連立方程式と見るとき，これは未知数として$n\times(m-p)$個のc_{ij}を含み，且つ$n\times(m-p)$個の方程式から成っている。しかしこれらの方程式はすべて同次式であるから，(16)からは$\boldsymbol{C}_{\mathrm{II}}$の要素はその比が決まるのみであり，このために結局全体の$c_{ij}(i=1,\cdots,n;\ j=1,\cdots,m)$が不決定となる。従って

(定理4)「$m>p$であるとき，若しp個の$\boldsymbol{Z}_j$がR_Yを張れば，誘導形係数c_{ij}の推定は，その標本の範囲では不可能となる。」

しかしR_Yを張るp個のベクトル$\boldsymbol{Z}_1{}^*,\cdots,\boldsymbol{Z}_p{}^*$と各$\boldsymbol{Y}_i$との見かけ上の関係は決定可能である。これを，$\boldsymbol{C}_*\equiv[c_{ij}{}^*]$，$i=1,\cdots,n;\ j=1,\cdots p$として，

$$\text{(17)}\qquad \boldsymbol{Y}=\boldsymbol{C}_*\boldsymbol{Z}_*$$

により示せば，$\boldsymbol{C}_*$は(11)，(13.1)及び(17)から得られる

$$\text{(18)}\qquad \boldsymbol{C}_*=\boldsymbol{A}_*\boldsymbol{D}_{**}{}^{-1}$$

により決定される。この場合，疑似誘導形係数$\boldsymbol{C}_*$と真の誘導形係数$[\boldsymbol{C}_{\mathrm{I}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{II}}]$との関係は，

$$\text{(19)}\qquad \boldsymbol{C}_*=\boldsymbol{C}_{\mathrm{I}}+\boldsymbol{C}_{\mathrm{II}}\boldsymbol{D}_{\sharp *}\boldsymbol{D}_{**}{}^{-1}$$

である。(19)から次のことが言える。(イ)先決変数間の関係(つまり$\boldsymbol{D}_{\sharp *}\boldsymbol{D}_{**}{}^{-1}$)が変らなければ$y_{it}$の予測のためには$\boldsymbol{C}_*$の値を知れば充分である。(ロ)別の標本の組が適当な個数得られれば，それらから得られる(19)と同様な情報を(19)に追加することによって，$\boldsymbol{C}_{\mathrm{I}}$，$\boldsymbol{C}_{\mathrm{II}}$の値を推定できる可能性がある。

1.4.　さてわれわれが企業の行動について特定の模型を組むとき，内生変数を説明するために，非常に多くの種類の先決変数を考慮せねばならぬことに気付く。斯かる場合には，それらの先決変数の中の特定のp個が，実質的にR_Yを張ることの蓋然性は大きいと考えられる。そこでわれわれは，$\boldsymbol{Z}_1{}^*,\cdots,\boldsymbol{Z}_p{}^*$を探し，$\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{C}_*\boldsymbol{Z}_*$を測定することによってこれを$y_{it}$の予測に使用する。勿論，先決変数間の関係の変化はわれわれにとり一般に統禦且つ予見不可能であるので，得られる関係$\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{C}_*\boldsymbol{Z}_*$は著しく自律度の低い関係式である。

$\boldsymbol{Z}_{j*}$の選択の方法は次のようである。すなわち理論上先決変数たり得る思いつく限りの変数について$\boldsymbol{U}_k(k=1,\cdots,p)$との内積(単純相関係数)$\sum_{t=1}^{T}z_{jt}u_{kt}(\equiv d_{jk})$を計算し，

$$\text{(20)}\qquad 1-\sum_{k=1}^{p}d_{jk}{}^2\leqq\varepsilon$$

を満足するものをp個選ぶ。但しεは観測及び計算誤差を考慮した小さな値である。次にそれらの$\boldsymbol{Z}_j$間に1次従属な関係がないことを確かめる。

$\boldsymbol{C}_*$の推定法としては最小自乗法以外に，方程式(18)を利用する方法が考えられる。これを「主成分座標法」と仮称しよう[1)]。

ここで最小自乗法と主成分座標法とを比較するならば，それらの「正規方程式」は

$$\text{(21)}\qquad \begin{cases}\boldsymbol{Y}\boldsymbol{Z}_*'=\boldsymbol{C}_*\boldsymbol{Z}_*\boldsymbol{Z}_*' & \cdots\text{最小自乗法}\\ \boldsymbol{Y}\boldsymbol{U}_*'=\boldsymbol{C}_*\boldsymbol{Z}_*\boldsymbol{U}_*' & \cdots\text{主成分座標法}\end{cases}$$

となり，両者の形式的類似性に興味が惹かれる。なお，主成分座標法における重相関係数R_iは，$\boldsymbol{Y}_i$の理論値を$\hat{\boldsymbol{Y}}_i$とすれば，

$$\text{(22)}\qquad R_i=\frac{(\hat{\boldsymbol{Y}}_i,\ \boldsymbol{Y}_i)}{|\hat{\boldsymbol{Y}}_i|\cdot|\boldsymbol{Y}_i|}=\frac{\boldsymbol{C}_i{}^*\boldsymbol{Z}_*\boldsymbol{Y}_i'}{\sqrt{\boldsymbol{C}_i{}^*\boldsymbol{Z}_*\boldsymbol{Z}_*'\boldsymbol{C}_i{}^{*\prime}}}$$

により与えられる。但し$\boldsymbol{C}_i{}^*\equiv[c_{i1}{}^*\cdots c_{ip}{}^*]$。

2　計　　測

2.1.　計測対象企業は日本特殊鋼管，観測期間は昭和26年9月(末決算)期より33年9月期まで，計15半期である。

理論模型としては，1)誘導形線型の仮定，2)内生変数の指定，以外には何らの先験的な制約も課さない。内生変数は次の14個とする。

---

1)　係数推定のこのやり方(主成分座標法)は既に1945年にStoneによって需要函数測定に試みられている。[2] p. 71参照。ただ彼の方法は，予め需要函数の具体的形を定め，独立変数についての主成分分析を行っている点でわれわれと異なっている。

表 1　a_{ik}, λ_k

$i=$ \ $k=$	1	2	3	4	5	6	7	8	$\sum_{k=1}^{8} a_{ik}^2$
1	0.97511	0.14775	−0.06133	0.05469	−0.01312	0.06949	0.09350	−0.04114	0.99566
2	0.87826	0.10432	−0.15229	−0.15562	0.39250	0.01235	0.05883	0.09834	0.99819
3	0.47934	−0.74623	0.18347	−0.38889	0.02453	−0.07122	−0.08812	−0.11585	0.99915
4	0.75574	−0.60040	0.07952	0.18111	0.09635	−0.07773	0.00471	0.06692	0.98962
5	0.81019	0.29844	0.43176	−0.14227	−0.07953	0.08744	−0.16439	0.05223	0.99665
6	0.96957	0.04560	−0.15108	0.01274	0.02285	0.06782	0.04941	−0.12597	0.99635
7	0.74904	−0.51302	0.11009	0.34833	−0.07984	0.16053	−0.08320	−0.01486	0.99629
8	0.74767	−0.12598	−0.55020	−0.13471	−0.29791	−0.01984	0.10872	0.01544	0.99733
9	0.62696	0.68403	0.23867	0.15246	0.07238	−0.18646	0.01659	−0.12058	0.99680
10	0.91465	−0.04337	0.24626	0.07892	−0.14830	−0.24534	0.01230	0.07494	0.99652
11	0.56727	0.38300	−0.68469	0.06171	0.05602	−0.04624	−0.22772	−0.00817	0.99885
12	0.75844	0.54552	0.29485	−0.07679	−0.02151	0.14719	0.05732	0.00175	0.99653
13	0.96500	0.16660	0.00253	−0.12858	−0.13259	0.01320	−0.00744	0.06930	0.99812
14	0.85841	−0.48085	−0.04827	0.06423	0.12940	0.01788	0.03888	−0.02152	0.99359
$\lambda_k(=\sum_{i=1}^{14} a_{ik}^2)$	9.03437	2.49330	1.26670	0.43096	0.33124	0.17376	0.12533	0.07381	0.99496

x_{1t} : 現金及び預金の期末残高
x_{2t} : 有価証券投資の期末残高
x_{3t} : 受取手形及び売掛金の期末残高
x_{4t} : 製造活動のための支出([5] 参照)
x_{5t} : 設備粗投資
x_{6t} : 一般管理費及び販売費
x_{7t} : 税金(法人税)
x_{8t} : 支払利息及び手形割引料
x_{9t} : 前期配当金(今期に支出される)
x_{10t}: 支払手形及び買掛金の期末残高
x_{11t}: 短期借入金の期末残高
x_{12t}: 長期借入金及び社債の期末残高
x_{13t}: 資本金の期末残高
x_{14t}: 売上

これらの変数の単位は共通に 10 万円である。またデータの出所は [7], [8] である。各期末にこれらの変数間に恒等的に次の関係が成立する。

(23)
$$(x_{1t}-x_{1,t-1})+(x_{2t}-x_{2,t-1})+(x_{3t}-x_{3,t-1})+x_{4t}+x_{5t}+x_{6t}+x_{7t}+x_{8t}+x_{9t}=(x_{10,t}-x_{10,t-1})+(x_{11,t}-x_{11,t-1})+(x_{12,t}-x_{12,t-1})+(x_{13,t}-x_{13,t-1})+x_{14,t}+\delta_t$$

此処に δ_t は重要でない項目であり，これを無視すれば，この式の左辺は資金の使途，右辺は資金の源泉を示す。なお詳細は [5] 参照。

2.2. これら 14 個の変数の主成分分析を行った。その結果第 8 主成分までで全体の内生変数の変動の約 99.5 %が説明されることが分った。それ故 $p=8$ とする。推定された a_{ik}, λ_k を表 1 に示す。

次に $\boldsymbol{U}_k(k=1,\cdots,8)$ への，基準化された先決変数 $\boldsymbol{Z}_j$ の正射影 d_{jk} を計算した。先決変数としては，外生変数，ラグをつけた内生変数，並びにそれらを種々加工したもの(例えば前期との差額，増加率など)を計 94 個テストした。それらの $\boldsymbol{Z}_1,\cdots,\boldsymbol{Z}_{94}$ から $\sum_{k=1}^{8} d_{jk}^2$ が 1 に近いものから順に 8 種類選んだ(従って (20) の ε はむしろ事後に決まることとなった)。それらは次の如くである。

g_{1t}^*: 前期末現金及び預金残高 $(=x_{1,t-1})$ (単位10万円)
g_{2t}^*: 前期末有価証券投資残高 $(=x_{2,t-1})$ (10万円)
g_{3t}^*: 前期減価償却費 (10万円)
g_{4t}^*: 前期日本特殊鋼管男子工員平均給与 (月額，円)
g_{5t}^*: 前期全国銑鉄生産量 (6 ヶ月計，1,000 M. T.)
g_{6t}^*: 前期全国普通鋼材生産量 (6 ヶ月計，1,000 M.T.)

表 2　d_{jk}^*

$j=$ \ $k=$	1	2	3	4	5	6	7	8	$\sum_{k=1}^{8} d^*_{jk}{}^2$
1	0.87391	0.45437	0.05249	0.00033	0.08856	0.01841	0.06446	0.06026	0.98889
2	0.87856	0.06023	−0.03063	−0.13938	0.42944	0.00878	0.09203	0.00226	0.98883
3	0.87136	−0.16076	−0.36087	−0.12938	0.14947	0.06556	0.18455	−0.01897	0.99314
4	0.85303	0.07943	−0.18236	−0.02384	0.39685	−0.25270	−0.00142	0.04605	0.99126
5	0.91088	0.08031	−0.18164	−0.01953	0.26866	−0.20560	0.05921	−0.07550	0.99318
6	0.93810	−0.03836	−0.14814	0.01301	0.27256	0.05095	0.04350	−0.03208	0.98342
7	0.88843	−0.17525	−0.00990	−0.02496	0.40937	−0.02991	0.03319	0.06108	0.99405
8	−0.73436	0.33033	0.11553	−0.06837	−0.45512	0.28649	−0.02470	−0.17929	0.98773

表 3　$\hat{c}_{ij}^*$ (最小自乗法係数推定値)

$i=$ ＼ $j=$		1	2	3	4	5	6	7	8	R_i
		前期末 現金預金	前期末 有価証券	前期 減価償却費	前期 男子工員 平均給与	前期 全国銑鉄 生産量	前期 全国普通鋼 材生産量	今期 全国普通 鋼材生産量	今期 手形割引率	重相関係数
1	現金預金	0.67595 (0.23172)	−0.53699 (0.69066)	0.29492 (0.33207)	−0.49551 (0.86133)	0.51315 (0.77214)	0.11519 (0.74031)	0.57913 (1.13487)	0.12424 (0.62815)	0.98424**
2	有価証券	0.21320 (0.12903)	0.25854 (0.38460)	0.40760 (0.18492)	1.24352 (0.47963)	−1.08402 (0.42997)	0.07531 (0.40820)	0.13924 (0.63195)	0.20052 (0.34979)	0.99508**
3	受手・売掛金	−0.80818 (0.61984)	−1.62413 (1.84749)	0.70594 (0.88828)	−0.77539 (2.30402)	2.26139 (2.06545)	−2.90073 (1.96086)	5.16474 (3.03572)	1.80675 (1.68029)	0.87916
4	製造支出	0.05612 (0.38863)	−0.71691 (1.15835)	−0.03811 (0.55694)	−1.87780 (1.44458)	1.22104 (1.29501)	0.08356 (1.22943)	1.31811 (1.90335)	−0.76399 (1.05351)	0.95433*
5	粗投資	0.80051 (0.38535)	−2.09160 (1.14857)	−0.08041 (1.28407)	0.70403 (1.43239)	0.61546 (1.28407)	−1.71072 (1.21905)	4.53650 (1.88728)	4.53650 (1.88728)	0.95511*
6	一般管理・販売費	0.11912 (0.20075)	−0.13492 (0.59836)	0.10751 (0.28769)	−1.01572 (0.74621)	1.34619 (0.66895)	0.48901 (0.63507)	0.20967 (0.98320)	0.18706 (0.54420)	0.98803**
7	税金	0.34632 (0.41319)	−1.34874 (1.23156)	−0.18070 (0.59214)	−1.97610 (1.53589)	0.74804 (1.37686)	1.12735 (1.30714)	1.46393 (2.02366)	−0.52869 (1.12010)	0.94821*
8	利息・割引料	0.45354 (0.25864)	−2.03631 (0.77090)	2.07351 (0.37065)	1.14025 (0.96140)	−0.08580 (0.86185)	−1.49884 (0.81821)	1.65853 (1.26672)	0.89729 (0.70113)	0.98005**
9	配当金	0.59677 (0.23086)	0.31457 (0.68809)	−1.10709 (0.33084)	−0.63015 (0.85813)	1.75052 (0.76927)	0.11040 (0.73032)	−0.15780 (1.13065)	0.30803 (0.62582)	0.98412**
10	支手・買掛金	0.79043 (0.31972)	−1.81212 (0.95294)	0.01520 (0.45818)	−1.76952 (1.18842)	2.91284 (1.06537)	−1.97065 (1.01142)	3.10989 (1.56584)	0.40536 (0.86670)	0.96932**
11	短期借入金	0.46622 (0.51658)	−1.13008 (1.53971)	1.21197 (0.74030)	3.93174 (1.92019)	−2.88676 (1.72137)	0.49395 (1.63420)	−0.61867 (2.53000)	0.74744 (1.40037)	0.91775
12	長期借入金・社債	1.00029 (0.18218)	0.16584 (0.54299)	−0.32467 (0.26107)	−0.53564 (0.67717)	0.47010 (0.60705)	−0.22185 (0.57631)	0.67899 (0.89223)	0.49427 (0.49385)	0.99014**
13	資本金	0.80106 (0.29547)	−1.78963 (0.88068)	0.81774 (0.42343)	0.48445 (1.09830)	0.63472 (0.98458)	−1.68492 (0.93472)	3.01089 (1.44710)	1.35634 (0.80097)	0.97386**
14	売上	−0.11560 (0.23411)	−0.97064 (0.69778)	0.31973 (0.33550)	−0.97283 (0.87021)	0.96857 (0.78010)	−0.21701 (0.74060)	1.97916 (1.14657)	0.14101 (0.63463)	0.98366**

(註)　括弧の中は係数の標準誤差を示す。重相関係数の＊印は 5%，＊＊印は 1% で F 検定が有意。

表 4　$\tilde{c}_{ij}^*$ (主成分座標法係数推定値)

$i=$ ＼ $j=$	1	2	3	4	5	6	7	8	R_i
1	0.69068	−0.75686	0.23433	−0.69288	0.75242	0.22851	0.69560	0.12854	0.98087
2	0.15152	0.33377	0.47221	1.30962	−1.04156	−0.18910	0.38417	0.39650	0.99192
3	−0.72956	−5.53188	2.18380	2.56879	1.82106	−7.47249	12.86458	5.71279	0.60447
4	0.19999	−2.18338	0.21942	−1.21026	1.28150	−0.79520	3.34821	0.07567	0.94004
5	0.99053	−4.35279	0.92257	2.61843	0.20641	−4.57593	9.06510	4.38177	0.91646
6	0.20519	−1.19765	0.35320	−0.01383	0.79880	0.10523	1.54295	0.88599	0.97931
7	0.26045	−2.66815	−0.25945	−1.36798	0.89440	1.10303	2.89884	0.22645	0.92748
8	0.39775	−3.38925	2.36246	2.16902	−0.16712	−2.30637	3.71108	2.05932	0.96785
9	0.83624	1.18098	−1.40371	−1.71767	1.85393	1.05364	−2.10818	−1.01163	0.97008
10	1.19659	−3.58148	0.72576	−0.39923	2.20718	−3.69263	5.95913	1.52111	0.94925
11	−0.32822	−1.95284	0.58213	4.95358	−2.76107	2.16767	−0.45281	1.74193	0.83680
12	1.14863	−0.39725	0.02520	−0.23824	0.46300	−1.19926	1.92460	0.98271	0.98373
13	0.96377	−3.67331	1.52012	2.09561	0.14164	−3.50889	6.29046	2.97972	0.94439
14	−0.04488	−1.72241	0.43489	−0.66816	0.99670	−0.55952	2.95416	0.55242	0.97833

g_{7t}^*: 今期全国普通鋼材生産量(6ヶ月計，1,000M.T)

g_{8t}^*: 手形割引率(平均，6ヶ月平均，年率，%)

d_{jk}^*の計算結果を表2に示す。

2.3.　まずこれら8個の先決変数 $Z_1^*, \cdots, Z_8^*$ への Y_i $(i=1, \cdots, 14)$ の最小自乗回帰を計算した。最小自乗法による推定値には上に＾印を附す。結果を表3に示す。

次に主成分法座標による結果を表4に示す。主成分座標法推定値は∽印によって示す。表3，4の係数推定値は基準化された変数の係数であることに注意すべきである。

2.4.　表3，表4の $\hat{c}_{ij}$, $\tilde{c}_{ij}$ を使用して，外挿の予測を $t=16, 17$ (昭和34年3月及び9月期)について行っ

表 5 $\hat{x}_{it}$, $\hat{\hat{x}}_{it}$, x_{it}(予測値，実測値…単位：10 万円)

$t=$ / $i=$	16(昭 34.4)			17(昭 34.9)		
	最小自乗法 $\hat{x}_{i,16}$	主成分座標法 $\hat{\hat{x}}_{i,16}$	実 際 値 $x_{i,16}$	最小自乗法 $\hat{x}_{i,17}$	主成分座標法 $\hat{\hat{x}}_{i,17}$	実 際 値 $x_{i,17}$
1. 現金・預金	4,829	5,089	3,637	7,155	7,580	9,023
2. 有価証券	713	304	727	468	559	815
3. 受手・売掛金	2,771	804	3,208	8,019	11,515	4,571
4. 製造支出	17,734	15,173	15,291	29,031	34,172	21,808
5. 粗投資	6,431	420	288	15,846	27,079	1,147
6. 一般管理販売費	1,400	1,096	1,124	1,836	1,857	1,574
7. 税金	761	1,192	300	1,382	1,446	440
8. 利息・割引料	99	−14	238	835	951	1,363
9. 配当金	317	379	225	103	33	225
10. 支手・買掛金	13,140	9,748	9,115	22,499	26,642	10,731
11. 短期借入金	−691	−1,035	4,462	−922	−2,139	5,151
12. 長期借入・社債	16,377	14,521	18,339	13,015	20,519	16,670
13. 資本金	3,210	712	4,500	9,940	13,101	10,000
14. 売上	17,399	16,015	14,415	34,294	36,998	25,704

た。表5参照。予測値及び実測値は，基準化を施さない値に変換してある。

3 計測結果の吟味及び結語

3.1. 先ず表3の最小自乗法推定(以下これを L.S. と略称)を見ると，その重相関係数 R_i は14個中 1% 水準で F 検定が有意なものが9個，5% で有意が3個である。残りの2個 $\boldsymbol{Y}_3$(受取手形・売掛金)及び $\boldsymbol{Y}_{11}$(短期借入金)は 5% でも有意でない。このようなものが生じた原因として例えば，$\boldsymbol{Z}_1^*, \cdots, \boldsymbol{Z}_8^*$ が完全には1次独立でなく，それらの張る線型空間が $R_{\boldsymbol{Y}}$ 空間の一部分を含み切れなかったことなどが考えられる。

係数の標準誤差 $\sigma_{\hat{c}ij}^*$ は $\sigma_{\hat{c}i1}^*$ 以外はすべてかなり大きい。これは(i)自由度が非常に低いこと($T-p-1=6$)，(ii)独立変数間の相関が一般に高いこと，から生じていると思われる。

次に表4の主成分座標法推定値(*P.C.* と略称)を見ると，重相関係数は *L.S.* のそれよりも低いことは定義上当然であるが，興味を惹く事実は，*L.S.* で相関の高いものは *P.C.* で殆ど変りはないが，*L.S.* で低いものは *P.C.* では加速度的に低くなることである。個々の $\hat{c}_{ij}$ と $\hat{\hat{c}}_{ij}$ とを比較すると，*L.S.* でその標準誤差が小なる $\hat{c}_{ij}$ はその対応する $\hat{\hat{c}}_{ij}$ が非常に類似して出ている。なお係数の符号の解釈については此処では触れる余裕がない。

次に表5の予測値について見ると，全般的には *L.S.* の方が実際値からの乖離が小さいと言えよう。一般に1期先の方が2期先よりも良好な予測を行っている。これは先決変数間の関係の変化が短期的にはそれほど生じないことを示しているのであろう。

3.2. 結論的に次のことが言える。以上の方法は 14 元の相関係数行列の固有値の計算，d_{jk} の計算による $\boldsymbol{Z}_j$ の選択などの際に非常に多くの計算作業量を要した。しかし若しこの方法を使用しないで，14 個の内生変数について同時に当嵌りのよい先決変数——その個数は最小限度8個であるがこのことが既知であるとして——を従来の回帰分析の手続きを使用して，94 個の変数の中から選択して行くならば，われわれは $14 \times {}_{94}C_8 \fallingdotseq 7,792,060,550,000$ なる膨大な数の回帰方程式を繰返し計算しなければならない。これに比べれば，われわれの方法で要する作業量は問題にならぬほど小さいというべきである。

われわれは最終的には真の誘導形係数 $\boldsymbol{C} \equiv [\boldsymbol{C}_{\mathrm{I}}\, \boldsymbol{C}_{\mathrm{II}}]$ を知らなければ満足できない。そしてそのためには，一方において標本サイズを拡大し(すなわちこの種の分析を他の企業の時系列更には横断面分析に拡げる)，他方では企業行動についての理論的な考察を深めて行くという2つの方向を必要とするであろう[2)]。

〔参照文献〕

〔1〕 遠山啓『行列論』共立全書。

〔2〕 *M. G. Kendall, A Course in Maltivariate Analysis*, 1957.

〔3〕 *G. Tintner, Econometrics*, 1952.

〔4〕 並木信義『*Econometrics* における *Factor Analysis* の適用——方法論的試論——』経済企画庁経済研究所，1960.

〔5〕 岩田暁一「我国鉄鋼業における企業行動の研究」『三田商学研究』第3巻第5号，1960年，12月。

〔6〕 *H. Wold, Demand Analysis*, 1953.

〔7〕 三菱経済研究所『本邦事業成績分析』。

〔8〕 東京証券取引所『上場会社総覧』。

〔9〕 日本経済新聞社『会社年鑑』。

〔10〕 日本銀行統計局『本邦経済統計』,『経済統計月報』。

〔11〕 日本銀行統計局『卸売物価指数年報』。

2) 本稿は紙面の制約のために説明が不充分となった点が多々ある。詳細な説明と今後の分析結果を纏めて慶応大学産業研究所研究報告書に載せる予定であるので参照されたい。