経済研究

第11巻 第4号

October 1960　　Vol. 11 No. 4

地域経済分析について

――産業連関分析の応用――

山田　勇

1 はしがき

産業連関分析の応用は多方面に亘るものであるが，そのうちでもここに述べる地域分析への応用は，この分析の理論的な研究と併行してこころみられてきた。しかし理論的な興味を引くものとしてはレオンチェフの研究[1]とチェネリーの研究[2]の2つを挙げることができるであろう[3]。チェネリーの研究はレオンチェフのものに刺戟されて生れたものと見られる。

一般的にいって，地域分析は古くから行われてきた国際経済論の1つの特殊な形と見なすこともでき，決して新らしい研究とは称しがたい[4]。しかし他方産業連関分析が異常な進展をとげるとともに，この分析の手法のもとに地域分析，とくに1国内の地域分析が論ぜられてきたという点において，このテーマは，一般の国際経済論とはまた異った特色を持っている。

他方，アメリカのような広大な国のみならず，最近日本でも，経済発展の遅れた国内の後進地域の開発計画が問題視されてきている現状において，この種の理論的ならびに実証的研究はおろそかにはできないであろう。

この論文では，以上のような産業連関分析による地域分析(interregional analysis)の代表作としてまずレオンチェフの方式を説明し，ついでチェネリーの方式を検討する。レオンチェフの方式では，国民経済バランスをまず最初に考え，その結果を地域経済バランスに持ち込む問題がとり上げられているのに対し，チェネリーの場合には，

1) Wassily Leontief, "Interregional Theory", *Studies in the Structure of the American Economy*, ed. by W. Leontief and others, 1953, pp. 93―115.

2) Hollis B. Chenery, "Regional Analysis", *The Structure and Growth of the Italian Economy*, ed. by Mutual Security Agency, 1953, pp. 97―116.

3) その他の地域経済分析としては歴史的に有名な研究にアイザードのものがある。(Walter Isard, "Interregional and Regional Input-Output Analysis, A Model of a Space-Economy", *Review of Economics and Statistics*, Vol. 33, No. 4., Nov. 1951, pp. 318―28. しかしここではこの論文には触れないこととする。

4) 従来の国際経済論もしくは国際貿易論，なかでもアインテマの研究(Theodore O. Yntema, *A Mathematical Reformulation of the General Theory of International Trade*, 1932)やヴァイナーの研究(Jacob Viner, *Studies in the Theory of International Trade*, 1937)は一般均衡理論を背景に持つという意味でここにいう地域経済分析の先駆的業績といえよう。

むしろ逆に，地域開発のために必要な地域的経済計画が国民経済全体にどのような影響を与えるかということを問題とする。したがって両者の経済計画としての意味は異るものと考えられる。

レオンチェフの方式において残された問題は，地域経済バランスをさきに考え，これに適応するような国民経済バランスをあとに考えるような方式，またはこの2つのバランスを同時に達成するような方式が何であるかということであるが，この論文では問題の指摘だけに止めてある。チェネリーの方式において残された問題は，かれの設例を公式化することであるが，これについてはこの論文で取り扱うこととした[5]。

2　レオンチェフの地域分析

レオンチェフの地域分析を説明するに際し，まず簡単な設例によって，その原理を把み，しかるのちにこれを一般化しよう。

この場合は全商品を2つの部分に分け，1つは地域的にバランスをとるような地域的商品およびサービス (regional goods and services) の1群とし，他は1国全体に流通する国民的商品およびサービス (national goods and services) の1群とする。国民的商品およびサービス群はそれら自身ではバランスをとらないが，それらと地域的商品およびサービスとが合体してバランスをとるものと考える。

いま第1表において，ⅠとⅡとは2つの地域をあらわすと同時に，その地域で生産される商品およびサービスの種類をあらわし，それらの産出高の1部分が2つの地域でバランスするものと考える。Ⅲは国民経済的に流通する商品およびサービスをあらわすものとする。

第 1 表

	地域的商品およびサービス		国民的商品およびサービス	最終需要	産出高計
	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ		
Ⅰ	0.2	0.1	0.15	30	100
Ⅱ	0.3	0.3	0.2	70	200
Ⅲ	0.3	0.2	0.15	100	200

そこでこれらの商品およびサービスの投入係数がこの表のように与えられ，しかも最終需要がⅠ，Ⅱ，Ⅲについてそれぞれ30，70，100である場合に，これらの最終需要を実現するための産出高の大きさを求めることがここでの問題である。これがためには第1表の投入係数から逆行列を求める必要がある。これが第2表である。この逆行列を使って産業連関表を作成することは容易である。まずこの逆行列によって各部門の産出高を求めると，Ⅰ，Ⅱ，Ⅲの各部門についてそれぞれ100，200，200となることが知られる。これらの値は第1表の最後の欄「産出高計」に示されている。

第 2 表

	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ
Ⅰ	1.492	0.309	0.336
Ⅱ	0.847	1.707	0.551
Ⅲ	0.726	0.511	1.425

つぎに国民的商品およびサービスⅢの産出高は，予め与えられた地域比率 (regional coefficent)，たとえばその40%と仮定することによって，Ⅰ，Ⅱ両地域に配分される量が決定せられる。第1表によって国民的商品およびサービスの産出高200が求められたから，これから地域比率によって，Ⅰ，Ⅱ両地域の分担する産出高は80となる。この80だけの産出高がなければ，第1表に示すような国民経済バランスは保たれないことになるのである。

しかしそれと同時に，この場合Ⅰ，Ⅱ両地域ではそれ自体で地域的バランスをとることが要請せられる。しかも国民的商品およびサービスの産出地域Ⅱでは200の産出高計がなければならず，この産出高を実現するためには，Ⅰ，Ⅱ両地域ではそれぞれ12，16の投入がなければならない。何となれば，Ⅰ地域ではまえの80に第1表のなかのこれに該当する投入係数0.15をかけただけがこの地域から投入されねばならず，またⅡ地域からは，同じく80にこれに該当する投入係数0.2をかけただけがこの地域から投入されねばならないからである。

そこで，最後にⅠ，Ⅱ両地域だけについてそのバランスを考える。この場合の最終需要をかりにそれぞれ20および50とする。この20および50はそれぞれ，国民経済的バランスを示す第1表の

5)　チェネリーとクラークの近刊書 (H. B. Chenery and Paul G. Clark, *Interindustry Economics*, 1959) にも地域分析は公式化されていない。(*cf. Ibid.*, pp. 308-332)

当該地域の最終需要，すなわちⅠ地域については30，Ⅱ地域については70という総最終需要に等しいか，あるいはこれよりも小さいことが条件となることは明瞭である。

この段階で決定されたことがらは，地域バランスを考えるに際して，Ⅰ地域においては，さきほどの国民的商品およびサービス部門Ⅲの投入量12といまの最終需要20とを実現するような産出高を求める必要のあること，またⅡ地域においては同様の投入量16と最終需要50とを実現するような産出高を求める必要のあること，さらにこの2つの地域はそれ自体でバランスをとる必要のあることである。これらの3つの条件を満足するような産出高を求めるには周知の産業連関分析の手法を利用すればよい。

まず第1表のⅠ，Ⅱ両地域の投入係数だけから逆行列を計算し，これにⅠ地域については12＋20＝32を，Ⅱ地域については16＋50＝66を，通常の場合の最終需要と見なして，これらをいまの逆行列にかければよい。そこで第1表のⅠ，Ⅱ両地域の投入係数から逆行列を求めれば，第3表がえられる。この表に基づいて地域バランスをとるために必要な両地域の産出高を求め，さらにこれから投入量を求めた結果は第4表に示される。これが地域バランス表にほかならない。以上によってレオンチェフの地域分析の考え方を，われわれ自身の設例によって説明し終えた。そこでつぎには，レオンチェフの誘導した地域分析モデルを紹介しておこう[6)]。

第 3 表

	Ⅰ	Ⅱ
Ⅰ	1.321	0.189
Ⅱ	0.566	1.509

第 4 表

	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	最終需要	産出高計
Ⅰ	11	12	12	20	55
Ⅱ	17	35	16	50	118

いま1国全体でm個の商品およびサービスがあるものとし，それらは国民経済的にバランスをとると同時に，そのうち1番目からh番目のものは地域的にバランスをとるものと考える。そこで産出高の記号をXとし，最終需要をYであらわす。またX_i, Y_iをもって国民的商品およびサービスの産出高および最終需要をあらわし，${}_jX_i$, ${}_jY_i$で地域的商品およびサービスの産出高および最終需要をあらわすものとする。さらに国民的商品およびサービスについては

$$X_L=\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_h \end{pmatrix},\ X_N=\begin{pmatrix} X_{h+1} \\ X_{h+2} \\ \vdots \\ X_m \end{pmatrix},\ X=\begin{pmatrix} X_L \\ X_N \end{pmatrix}$$

$$Y_L=\begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_h \end{pmatrix},\ Y_N=\begin{pmatrix} Y_{h+1} \\ Y_{h+2} \\ \vdots \\ Y_m \end{pmatrix},\ Y=\begin{pmatrix} Y_L \\ Y_N \end{pmatrix}$$

とし，j番目$(j=1, 2,\cdots, m)$の地域的商品およびサービスについては

$${}_jX_L=\begin{pmatrix} {}_jX_1 \\ {}_jX_2 \\ \vdots \\ {}_jX_h \end{pmatrix},\ {}_jX_N=\begin{pmatrix} {}_jX_{h+1} \\ {}_jX_{h+2} \\ \vdots \\ {}_jX_m \end{pmatrix},\ {}_jX=\begin{pmatrix} {}_jX_L \\ {}_jX_N \end{pmatrix}$$

これにつれて投入係数もつぎのように定義される。

$$a_{LL}=\begin{pmatrix} a_{11}\cdots a_{1h} \\ \cdots\cdots\cdots \\ a_{h1}\cdots a_{hh} \end{pmatrix},\ a_{LN}=\begin{pmatrix} a_{1,h+1}\cdots a_{1m} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{h,h+1}\cdots a_{hm} \end{pmatrix}$$

$$a_{LN}=\begin{pmatrix} a_{h+1,1}\cdots a_{h+1,h} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{m1}\cdots a_{mh} \end{pmatrix},\ a_{NN}=\begin{pmatrix} a_{h+1,h+1}\cdots a_{h+1,m} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{m,h+1}\cdots a_{mm} \end{pmatrix}$$

$$a=\begin{pmatrix} a_{LL} & a_{LN} \\ a_{NL} & a_{NN} \end{pmatrix}$$

地域比率は

$${}_jR=\begin{pmatrix} {}_jr_{h+1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & {}_jr_m \end{pmatrix}$$

とする。したがって

$${}_jRX_L={}_jX_N \qquad (2.1)$$

の関係が成立する。

そこで国民経済バランスをあらわす条件はいうまでもなく

$$[I-a]X=Y \qquad (2.2)$$

で示される。上式のIは単位マトリックスである。また地域バランスの条件は

$$[I-a_{LL}\quad -a_{LN}]\begin{pmatrix} {}_jX_L \\ {}_jX_N \end{pmatrix}={}_jY_L \qquad (2.3)$$

によって与えられる。(2.1)式を考慮することによって(2.3)式はつぎの最終的な形となる。

$${}_jX_L=[I-a_{LL}]^{-1}[a_{LN}\cdot{}_jRX_N+{}_jY_L] \qquad (2.4)$$

6)　レオンチェフはさらに地域を再分割した場合を取り扱っているが，原理的には以上の説明で足ると考えられるので，地域の再分割の問題はここでは省略した。(W. Leontief, *op. cit.*, pp. 110—115.)

上式においてすべての投入係数と地域比率が与えられ，それと同時にすべての最終需要が与えられる。したがって(2.2)式によって X が求められ，これから X_N も確定される。さらに(2.4)式によって最終的に ${}_jX_L$ が求められる。以上がレオンチェフの導いた地域分析モデルである。

レオンチェフの方式では，まず国民経済バランスが決定され，しかるのちにその結果が地域に持ち込まれて，その地域経済バランスを保つにはどうすればよいかという問題が分析される。このような条件が許容される場合には，レオンチェフの上述の分析は有用な知識を提供してくれる。しかし，もしこれを逆にして，まず地域バランスが達成せられ，しかるのちに国民経済バランスを決定する場合には，レオンチェフの方法は利用できない。この問題に対しては別途の方法が考えられなければならない。さらにまた国民経済バランスと地域経済バランスとを同時に成立せしめる方法の考察も今後に残された問題である。

3　チェネリーの地域分析

レオンチェフの地域分析の説明を終って，つぎにチェネリーの方法を考えてみよう。これは，かれがイタリーの地域開発を行うときに用いた方法である[7)]。すなわちイタリーは産業の見地から南部と北部とに分けられ，南部は農業地帯，北部は工業地帯と考えられる。そこでいま南部の未開発地域を開発する経済計画に地域分析を応用しようとしたのである。チェネリーはこれを設例によって説明しているのであるが，ここではかれのものよりいっそう簡単な例題によって，その原理を考えてみよう。

いまかりに，ある1国を2つの地域に分け，これを東部と西部とする。また部門を農業と工業の2つに限定する。

ここでは，チェネリーにならって，まず繰り返し法(iterative method)によって説明し，しかるのち，これを公式化してみよう。

この場合必要な表は地域別の投入係数表と，同じく地域別の供給係数表(supply coefficient table)とである。これらの2表をそれぞれ第5表と第6表とで示す。

第 5 表

	農業		工業	
	東部	西部	東部	西部
農業	0.4	0.3	0.2	0.5
工業	0.6	0.5	0.3	0.3

第 6 表

	東部需要の供給先		西部需要の供給先	
	東部	西部	東部	西部
農業	0.7	0.3	0.4	0.6
工業	0.2	0.8	0.5	0.5

第5表において農，工両部門の東部，西部の投入係数が異ることが1つの重要な要件である。もしこれが両地域において差異を見ないとすれば，地域分析の価値は半減する。このことは具体的には農，工両部門から産出される農産物と工産物との生産技術が両地域において異ることを意味することはいうまでもない。つぎに第6表について説明するとつぎのようである。まず東部の需要を充たす供給先と西部の需要を充たす供給先とに分け，これらの供給先がさらに東部と西部とに分かれる。この表によって，農産物の東部の需要1を充たすのに，東部それ自身で供給される割合は 0.7 であり，西部から供給される割合は残りの 0.3 であることが知られ，同じく農産物の西部の需要1を充たすのに，東部からの供給割合は 0.4 西部自身の供給割合は残りの 0.6 であることが知られる。工産物についても同様である。したがって，この表では東部もしくは西部の各部門ごとの供給割合を合計すれば1となる。この際外国の供給先を追加しても同じような表がえられることは明らかであろう。以上のことから，ある地域の需要量をもってその地域自身でまかなわれる供給量を割つた比率をかりに地域自給度と名づけるならば，東部の農，工両部門の自給度はそれぞれ0.7, 0.2であり，西部の自給度はそれぞれ0.6, 0.5であるということになる。またある地域の需要量をもって他の地域からまかなわれる供給量を割った比率をかりに地域依存度と名づけるならば，東部の農，工両部門の依存度はそれぞれ東部では0.3と0.8, 西部では0.4と0.5となる。これが供給係数の意味である。

以上の地域別投入係数表と供給係数表とを基礎

---

7)　チェネリーの設例では，部門を農業，工業，サービス業，家計の4つに分割して計算しているが，ここでは，原理を簡単に説明するため，農，工両部門に限定した。

にして分析が行われる。さて，ここでいま，経済開発のために，東部では農，工両部門の最終需要がそれぞれ4および6だけ必要であり，西部では両部門の最終需要がそれぞれ2および2だけ必要であると仮定した場合に，そのような最終需要を確保するためにはどれだけの産出高が必要となるかを繰り返し法によって求めてみよう。この問題は同時に，ここに掲げた最終需要が農，工両部門にどれだけの乗数効果もしくは波及効果を与えるかを求める問題でもある。

まず通常の方法にしたがって，東部の最終需要の間接効果(indirect effect)のうち第1次効果を求めてみよう。しかしそのまえに，これだけの最終需要に対する地域別供給量を考える必要がある。この点が通常の波及効果の分析とは異るところである。その計算には，第6表を利用しなければならない。その結果を第7表に示す。このようにし

第7表

	東部	西部
農業	4×0.7+2×0.4=3.6	4×0.3+2×0.6=2.4
工業	6×0.2+2×0.5=2.2	6×0.8+2×0.5=5.8

て求めた供給量を各地域において生産することになるから，第7表の供給量を産出高と考えて，通常の方法にしたがってこれに投入係数を1回だけかければ，第1次間接効果がえられる。その結果を表示すれば第8表の如くである。

第8表

	農業		工業		需要量計		供給量	
	東部	西部	東部	西部	東部	西部	東部	西部
農業	1.44	0.72	0.44	2.90	1.88	3.62	2.764	2.736
工業	2.16	1.20	0.66	1.74	2.82	2.94	2.034	3.726
計	3.60	1.92	1.10	4.64	4.70	6.56	4.798	6.462

ただし，この表の最後の欄の供給量は，需要量計から，供給係数を使つて求めたものである[8)]。

第1次間接効果は，第8表から求められるが，

第9表

	農業		工業		需要量計		供給量	
	東部	西部	東部	西部	東部	西部	東部	西部
農業	1.106	0.821	0.407	1.863	1.513	2.684	2.1322	2.0640
工業	1.658	1.368	0.610	1.118	2.268	2.486	1.6966	3.0578
計	2.764	2.189	1.017	2.981	3.781	5.170	3.8288	5.1218

ここにはその結果だけを示しておこう。これが第9表である。以下同様の計算を繰り返すものがいわゆる繰り返し法であって，このことは周知のところであろう。

4　地域分析の公式化

以上がチェネリーの方法であって，かれはここに述べた繰り返し法だけを使って分析の説明を行っている。そこでこれからさきは，以上のチェネリーの方式を公式化し，逆行列を使つて計算する方法について考えてみよう。

まず第5表の地域別投入係数表と第6表の供給係数表を一般化し，これをそれぞれ第10表，第11表とする，これらの表では地域はA，Bの2つ，部門はⅠ，Ⅱ，Ⅲの3つであるが，地域および部門の個数を殖やしても同様の結論がえられる。また地域の個数と部門の個数とは等しくないのが一般的な場合である。いまA地域の投入係数を a であらわし，B地域のそれを b であらわす。さらに供給係数のうちA地域のものは p であらわし，B地域のものは q であらわす。第11表の意味するところは第6表と同様であって，A地域の需要1単位のうちA地域自身で供給される供給係数を p_a, B地域から供給されるものの供給係数を p_b とし，B地域の需要1単位のうちA地域から供給されるものの供給係数を q_a, B地域自身で供給されるものの供給係数を q_b とすることは，表

第10表

	A地域			B地域		
	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ
Ⅰ	a_{11}	a_{12}	a_{13}	b_{11}	a_{12}	b_{13}
Ⅱ	a_{21}	a_{22}	a_{23}	b_{21}	b_{22}	b_{23}
Ⅲ	a_{31}	a_{32}	a_{33}	b_{31}	b_{32}	b_{33}

第11表

	A地域の需要		B地域の需要	
	A地域	B地域	A地域	B地域
Ⅰ	p_{a1}	p_{b1}	q_{a1}	q_{b1}
Ⅱ	p_{a2}	p_{b2}	q_{a2}	q_{b2}
Ⅲ	p_{a3}	p_{b3}	q_{a3}	q_{b3}

8)　この計算は第7表と同様である。すなわち，農業については

東部　$1.88\times0.7+3.62\times0.4=2.764$

西部　$1.88\times0.3+3.62\times0.6=2.736$

工業については

東部　$2.82\times0.2+2.94\times0.5=2.034$

西部　$2.82\times0.8+2.94\times0.5=3.726$

の示すところである。つぎに最終需要，最終供給を示す表を第12表に掲げる。右肩の0は最終需要，最給供給をあらわす。これより1つまえの段階の第1次間接効果として考えられる需要，供給はそれぞれ D', S' をもって，第2次以下のそれらは D'', D''',…, S'', S''',… として区別することとしよう。

第12表

	最終需要		最終供給	
	A地域	B地域	A地域	B地域
I	D_{a1}^0	D_{b1}^0	S_{a1}^0	S_{b1}^0
II	D_{a2}^0	D_{b2}^0	S_{a2}^0	S_{b2}^0
III	D_{a3}^0	D_{b3}^0	S_{a3}^0	S_{b3}^0

そこでこの最終需要と最終供給との間につぎの関係のあることは，第7表の計算からただちにわかるであろう。

A地域	B地域
$p_{a1}D_{a1}^0+q_{a1}D_{b1}^0=S_{a1}^0$	$p_{b1}D_{a1}^0+q_{b1}D_{b1}^0=S_{b1}^0$
$p_{a2}D_{a2}^0+q_{a2}D_{b2}^0=S_{a2}^0$	$p_{b2}D_{a2}^0+q_{b2}D_{b2}^0=S_{b2}^0$
$p_{a3}D_{a3}^0+q_{a3}D_{b3}^0=S_{a3}^0$	$P_{b3}D_{a3}^0+q_{b3}D_{b3}^0=S_{b3}^0$

これから A, B 両地域の第1次間接効果を求めると

A地域の需要量

$$\left.\begin{array}{ll} \mathrm{I} & \sum_{i=1}^{3}a_{1i}(p_{ai}D_{ai}^0+q_{ai}D_{bi}^0)=D_{a1}' \\ \mathrm{II} & \sum_{i=1}^{3}a_{2i}(p_{ai}D_{ai}^0+q_{ai}D_{bi}^0)=D_{a2}' \\ \mathrm{III} & \sum_{i=1}^{3}a_{3i}(p_{ai}D_{ai}^0+q_{ai}D_{bi}^0)=D_{a3}' \end{array}\right\} \quad (4.1)$$

B地域の需要量

$$\left.\begin{array}{ll} \mathrm{I} & \sum_{i=1}^{3}b_{1i}(p_{bi}D_{ai}^0+q_{bi}D_{bi}^0)=D_{b1}' \\ \mathrm{II} & \sum_{i=1}^{3}b_{2i}(p_{bi}D_{ai}^0+q_{bi}D_{bi}^0)=D_{b2}' \\ \mathrm{III} & \sum_{i=1}^{3}b_{3i}(p_{bi}D_{ai}^0+q_{bi}D_{bi}^0)=D_{b3}' \end{array}\right\} \quad (4.2)$$

(4.1)および(4.2)の両式をマトリックスの形に直して考えることが便利であろう。いま

$$a\equiv\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}, \quad b\equiv\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}$$

$$p_a\equiv\begin{pmatrix} p_{a1} & 0 & 0 \\ 0 & p_{a2} & 0 \\ 0 & 0 & p_{a3} \end{pmatrix}, \quad p_b\equiv\begin{pmatrix} p_{b1} & 0 & 0 \\ 0 & p_{b2} & 0 \\ 0 & 0 & p_{b3} \end{pmatrix}$$

$$q_a\equiv\begin{pmatrix} q_{a1} & 0 & 0 \\ 0 & q_{a2} & 0 \\ 0 & 0 & q_{a3} \end{pmatrix}, \quad q_b\equiv\begin{pmatrix} q_{b1} & 0 & 0 \\ 0 & q_{b2} & 0 \\ 0 & 0 & q_{b3} \end{pmatrix}$$

とし，さらに

$$D_a^0\equiv\begin{pmatrix} D_{a1}^0 \\ D_{a2}^0 \\ D_{a3}^0 \end{pmatrix}, \quad D_b^0\equiv\begin{pmatrix} D_{b1}^0 \\ D_{b2}^0 \\ D_{b3}^0 \end{pmatrix},$$

$$D_a'\equiv\begin{pmatrix} D_{a1}' \\ D_{a2}' \\ D_{a3}' \end{pmatrix}, \quad D_b'\equiv\begin{pmatrix} D_{b1}' \\ D_{b2}' \\ D_{b3}' \end{pmatrix}$$

と定義すれば(4.1)(4.2)の両式は

$$\left.\begin{array}{l} aP_aD_a^0+aq_aD_b^0=D_a' \\ bP_bD_a^0+bq_bD_b^0=D_b' \end{array}\right\} \quad (4.3)$$

となる。

つぎに第2次間接効果は，つぎのマトリックスであらわされることが容易にわかるであろう[9)]。

$$\left.\begin{array}{l} [ap_a\ aq_a]\begin{pmatrix} ap_a \\ bp_b \end{pmatrix}D_a^0+[ap_a\ aq_a] \\ \times\begin{pmatrix} aq_a \\ bq_b \end{pmatrix}D_b^0=D_a'' \\ [bp_b\ bq_b]\begin{pmatrix} ap_a \\ bp_b \end{pmatrix}D_a^0+[bp_b\ bq_b] \\ \times\begin{pmatrix} aq_a \\ bq_b \end{pmatrix}D_b^0=D_b'' \end{array}\right\} \quad (4.4)$$

さらにまた第3次間接効果は

$$\left.\begin{array}{l} [ap_a\ aq_a]\begin{pmatrix} ap_a & aq_a \\ bp_b & bq_b \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ap_a \\ bp_b \end{pmatrix}Da^0 \\ +[ap_a\ aq_a]\begin{pmatrix} ap_a & aq_a \\ bp_b & bq_b \end{pmatrix}\begin{pmatrix} aq_a \\ bq_b \end{pmatrix}D_b^0=D_a''' \\ [bp_b\ bq_b]\begin{pmatrix} ap_a & aq_a \\ bp_b & bq_b \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ap_a \\ bp_b \end{pmatrix}D_a^0 \\ +[bp_b\ bq_b]\begin{pmatrix} ap_a & aq_a \\ bp_b & bq_b \end{pmatrix}\begin{pmatrix} aq_a \\ bq_b \end{pmatrix}D_b^0=D_b''' \end{array}\right\} \quad (4.5)$$

同様にして第4次間接効果は

$$\left.\begin{array}{l} [ap_a\ aq_a]\begin{pmatrix} ap_a & aq_a \\ bp_b & bq_b \end{pmatrix}^2\begin{pmatrix} ap_a \\ bp_b \end{pmatrix}D_a^0 \\ +[ap_a\ aq_a]\begin{pmatrix} ap_a & aq_a \\ bp_b & bq_b \end{pmatrix}^2\begin{pmatrix} aq_a \\ bq_b \end{pmatrix}D_b^0=D_a^{\mathrm{IV}} \\ [bp_b\ bq_b]\begin{pmatrix} ap_a & aq_a \\ bp_b & bq_b \end{pmatrix}^2\begin{pmatrix} ap_a \\ bp_b \end{pmatrix}D_a^0 \\ +[bp_b\ bq_b]\begin{pmatrix} ap_a & aq_a \\ bp_b & bq_b \end{pmatrix}^2\begin{pmatrix} ap_a \\ bp_b \end{pmatrix}D_b^0=D_b^{\mathrm{IV}} \end{array}\right\} \quad (4.6)$$

9)　(4.3)式のなかの D_a^0 の代りにここにえられた D_a' の値を，また D_b^0 の代りに D_b' の値を代入すれば，第2次間接効果(4.4)式がえられる。以下第3次，第4次，…の計算についても同様である。

以下無限回の間接効果が繰り返えさられる。

そこで第2次以下の間接効果を全部合計してみよう。この際，第2次の間接効果(4.4)式の第1式はつぎの形に変形できる点を注意すべきである。

$$[ap_a\ aq_a]\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}ap_a\\bp_b\end{pmatrix}D_a{}^0+[ap_a\ aq_a]\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}aq_a\\bq_b\end{pmatrix}D_b{}^0=D_a''$$

第2式についても同様である。まず $D_a''+D_a'''+D_a^{\mathrm{IV}}+\cdots\cdots$ のなかの $D_a{}^0$ の係数マトリックスの合計は

$$[ap_a\ aq_a]\ [I+Q+Q^2+\cdots]\begin{pmatrix}ap_a\\bp_b\end{pmatrix}$$

であり，$D_b{}^0$ の係数マトリックスの合計は

$$[ap_a\ aq_a]\ [I+Q+Q^2+\cdots]\begin{pmatrix}aq_a\\bq_b\end{pmatrix}$$

となる。ここに

$$Q\equiv\begin{pmatrix}ap_a&aq_a\\bp_b&bq_b\end{pmatrix}$$

であり，I は単位マトリックスである。よく知られているように

$$I+Q+Q^2+\cdots=[I-Q]^{-1} \tag{4.7}$$

であるから，上式はそれぞれ

$$[ap_a\ aq_a]\ [I-Q]^{-1}\begin{pmatrix}ap_a\\bp_b\end{pmatrix} \tag{4.8}$$

および

$$[ap_a\ aq_a]\ [I-Q]^{-1}\begin{pmatrix}aq_a\\bq_b\end{pmatrix} \tag{4.9}$$

となる。これと同様にして，$D_b''+D_b'''+D_b^{\mathrm{IV}}+\cdots$ のなかの $D_a{}^0$ の係数マトリックスの合計は

$$[bp_b\ bq_b]\ [I-Q]^{-1}\begin{pmatrix}ap_a\\bp_b\end{pmatrix} \tag{4.10}$$

であり，$D_b{}^0$ の係数マトリックスの合計は

$$[bp_b\ bq_b]\ [I-Q]^{-1}\begin{pmatrix}aq_a\\bq_b\end{pmatrix} \tag{4.11}$$

となる。したがって第2次より高次の間接効果の合計はつぎの式であらわされる。

A地域

$$[ap_a\ aq_a]\ [I-Q]^{-1}\times\left\{\begin{pmatrix}ap_a\\bp_b\end{pmatrix}D_a{}^0+\begin{pmatrix}aq_a\\bq_b\end{pmatrix}D_b{}^0\right\} \tag{4.12}$$

B地域

$$[bp_b\ bq_b][I-Q]^{-1}\times\left\{\begin{pmatrix}ap_a\\bp_b\end{pmatrix}D_a{}^0+\begin{pmatrix}aq_a\\bq_b\end{pmatrix}D_b{}^0\right\} \tag{4.13}$$

そこで全体の波及効果は，直接効果の $D_a{}^0$ および $D_b{}^0$，第1次間接効果(4.3)式ならびに第2次以下の間接効果の合計(4.12)式と(4.13)式とを全部加え合わせたものである。A地域についての総合計を D_a，B地域の総合計を D_b とすれば，結局つぎの式がえられる。

A地域

$$D_a=D_a{}^0+ap_aD_a{}^0+aq_bD_b{}^0+[ap_a\ aq_a]\times[I-Q]^{-1}\left\{\begin{pmatrix}ap_a\\bp_b\end{pmatrix}D_a{}^0+\begin{pmatrix}aq_a\\bq_b\end{pmatrix}D_b{}^0\right\} \tag{4.14}$$

B地域

$$D_b=D_b{}^0+bp_bD_a{}^0+bq_bD_b{}^0+[bp_b\ bq_b]\times[I-Q]^{-1}\left\{\begin{pmatrix}ap_a\\bp_b\end{pmatrix}D_a{}^0+\begin{pmatrix}aq_a\\bq_b\end{pmatrix}D_b{}^0\right\} \tag{4.15}$$

ここで上式にあらわれる ap_a, aq_a, bp_b, bq_b の意味について考えてみよう。ap_a はA地域の需要量1単位をこの地域で作るに要する投入量をあらわし，aq_a はB地域の需要量1単位をA地域で作るに要する投入量である。また bp_b はA地域の需要量1単位を作るに要するB地域の投入量，bq_b はB地域の需要量1単位をその地域で作るに要する投入量であることはまえに述べた。a だけであればそれは通常の投入係数であって技術水準の尺度とも考えられるが，以上のような特殊の投入係数は技術だけでなくまえに述べた自給度および依存度をも同時に考慮した投入係数である。Q はこれらの特殊な投入係数マトリックスにほかならない。

上述の諸式を，前節に掲げた設例にもとづいて計算してみよう。まずいまの特殊投入係数の値は

$$ap_a=\begin{pmatrix}0.4&0.2\\0.6&0.3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0.7&0\\0&0.2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0.28&0.04\\0.42&0.06\end{pmatrix}$$

$$aq_a=\begin{pmatrix}0.4&0.2\\0.6&0.3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0.4&0\\0&0.5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0.16&0.10\\0.24&0.15\end{pmatrix}$$

$$bp_b=\begin{pmatrix}0.3&0.5\\0.5&0.3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0.3&0\\0&0.8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0.09&0.40\\0.15&0.24\end{pmatrix}$$

$$bq_b=\begin{pmatrix}0.3&0.5\\0.5&0.3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0.6&0\\0&0.5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0.18&0.25\\0.30&0.15\end{pmatrix}$$

これから

$$[I-Q]^{-1}\begin{pmatrix} 1.887 & 0.516 & 0.710 & 0.522 \\ 1.331 & 1.774 & 1.065 & 0.783 \\ 1.202 & 1.235 & 2.182 & 1.001 \\ 1.133 & 1.028 & 1.196 & 1.843 \end{pmatrix}$$

が求められる。これらの数値を利用して(4.14), (4.15)の両式を計算するとつぎの結果がえられる。すなわちまず(4.12)式の値は{7.2278, 10.8417}となり，(4.13)式の値は{12.9838, 11.8848{となるから，これから

東部地域

$$D_a=\underset{\text{直接効果}}{\begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}}+\overbrace{\underset{\text{第1次}}{\begin{pmatrix} 1.88 \\ 2.82 \end{pmatrix}}+\underset{\text{第2次以下}}{\begin{pmatrix} 7.2278 \\ 10.8417 \end{pmatrix}}}^{\text{間接効果}}=\begin{pmatrix} 13.1078 \\ 19.6617 \end{pmatrix}$$

西部地域

$$D_b=\underset{\text{直接効果}}{\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}}+\overbrace{\underset{\text{第1次}}{\begin{pmatrix} 3.62 \\ 2.82 \end{pmatrix}}+\underset{\text{第1次以下}}{\begin{pmatrix} 12.9838 \\ 11.8848 \end{pmatrix}}}^{\text{間接効果}}=\begin{pmatrix} 18.6038 \\ 16.7048 \end{pmatrix}$$

が求められる[10)]。

10) ここにえられた東，西両地域の第1次間接効果の値は第8表の需要量計の欄の数字と一致することに注意せよ。