技術進歩の均衡分析

荒　憲治郎

1 問　　題

以下の分析に用いられる記号を，次のように定めよう。

Y ＝純国民生産物
K ＝生産資本量
L ＝雇用労働者数
ρ ＝資本利潤率
w ＝実質賃金率

単純化のために，ここでは，Y および K は同一の同質単位で測定され，且つその単位価格は常に1にとられている。私は，他の機会において，これらの諸変数から組立てられる次のような動態的経済モデルを提出し，完全雇用の前提の下で，労働人口の増加率が資本の増加率よりも小である限り，経済体系は，早晩には，労働生産性の一定性によって特色づけられる定常状態に向って進む可能性のあることを分析した。

(1. 1)……$\dfrac{Y}{L}=F\left(\dfrac{K}{L}\right)$

(1. 2)……$\dfrac{Y}{L}=F'\cdot\dfrac{K}{L}+w$

(1. 3)……$F'=\rho$

(1. 4)……$g(K)=\rho(1-c)$

(1. 5)……$g(L)=$autonomously given

ただし，$g(x)$ は当該変数の成長率，すなわち $\dfrac{1}{x}\cdot\dfrac{dx}{dt}$ を示すための記号であり，$(1-c)$ は資本所得の中からの貯蓄性向を示している[1)]。

本稿の目的は，(1. 1)式で示される労働生産性函数に技術進歩の要因を導入し，技術の進歩が不断の流れとして存在する場合に，経済諸量が究極において如何なる水準に落着くかを明かにすることである。

ここで吾々が技術進歩という場合には，所与の資本・労働比率 $\dfrac{K}{L}$ の下で，いままでよりもより多くの労働生産 $\dfrac{Y}{L}$ が得られること，を意味している。そして，以下の分析において吾々が採用しようと思う技術進歩を含む労働生産性函数は，周知のコブ＝ダグラス型のもの，すなわち，

$$\frac{Y}{L}=Ae^{\alpha t}\left(\frac{K}{L}\right)^{\beta}$$

である。但し，$A,\ \alpha,\ \beta$ は所与とされる構造パラメターであり，e は自然対数の底，そして Y, K, L の諸量はいずれも第 t 時点のものである。$\alpha=0$ の場合には，この労働生産性函数は，(1. 1)式で示される労働生産性函数の特殊な場合となることは明白である。

技術進歩を含むこの労働生産性函数は，最近の論文において[2)]，カルドア氏が技術進歩函数 technical progress function と名付けたもの，すなわち

$$g\left(\frac{Y}{L}\right)=\alpha+\beta g\left(\frac{K}{L}\right)$$

または

$$g(Y)=\alpha+\beta g(K)+(1-\beta)g(L)$$

に等しい。以下において，吾々は，α を技術進歩率 the rate of technical progress と名付ける。

---

1)　K. Ara, "Capital Theory and Economic Growth", *Economic Journal*, Sept. 1958, pp. 511—527. 但し，記号の表示方法には若干の変更が加えられ，資本所得からの消費支出の可能性が新しく附けくわえられている（労働所得は，すべて消費支出されると仮定する）。しかし，このことによっては，問題の本質には，何等の変化はない。

2)　N. Kaldor, "A Model of Economic Growth", *Economic Journal*, Dec. 1957, pp. 591—624. 証明は次の如くである。まず，$Y=Ae^{\alpha t}K^{\beta}L^{1-\beta}$ の対数をとると，$\log Y=\alpha t+\beta\log K+(1-\beta)\log L$ を得る。これを t で微分すれば $\dfrac{1}{Y}\dfrac{dY}{dt}=\alpha+\beta\dfrac{1}{K}\dfrac{dK}{dt}+(1-\beta)\dfrac{1}{L}\dfrac{dL}{dt}$ または，吾々の記号では，$g(Y)=\alpha+\beta g(K)+(1-\beta)g(L)$ を得る。

なぜならば，$\alpha>0$ ということは，たとえ資本・労働比率 $\frac{K}{L}$ が不変であり，従って $g\left(\frac{K}{L}\right)=0$ であったとしても，労働生産性 $\frac{Y}{L}$ は α％の成長率をもつて増大する，ということを意味しているからである。

2　経済成長のモデル

吾々の最初の課題は，資本所得からのみ再投資が行われるという場合について，前節で用意した技術進歩を含む労働生産性函数の下での経済成長のモデルを彫琢することである。勿論，企業者は，各時点において与えられた労働生産性函数の下で最も高い利潤率を実現する生産方法を採用しようとしており，また，労働者は，完全雇用が実現するように実質賃金率の変動を許容する，と想定されている。

記号の単純化のために，簡単に $Ae^{\alpha t}\equiv\phi(t)$ と書こう。そうすると，吾々の前提とする労働生産性函数は，

$$Y=\phi(t)K^{\beta}L^{1-\beta}$$

の形に書改めることができる。これより労働および資本の限界生産性を求めるならば

$$\frac{\partial Y}{\partial L}=(1-\beta)\phi(t)K^{\beta}L^{-\beta}=(1-\beta)\frac{Y}{L}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial K}=\beta\phi(t)K^{\beta-1}L^{1-\beta}=\beta\frac{Y}{K}$$

を得る。ところで，容易にたしかめられるように，企業者が利潤率を極大にする生産方法を採用しているならば，労働の限界生産性 $\frac{\partial Y}{\partial L}$ は実質賃金率 w に等しく，資本の限界生産性 $\frac{\partial Y}{\partial K}$ は資本利潤率 ρ に等しいから [3]，この関係を上の2つの方程式に代入して，

$$wL=(1-\beta)Y$$

$$\rho K=\beta Y$$

を得ることができる。かくして，資本利潤率極大の条件の下では，資本の生産弾力性

$$\beta=\frac{\partial Y}{\partial K}\bigg/\frac{Y}{K}$$

が国民所得における資本所得の分配率に等しく，労働の生産弾力性

$$(1-\beta)=\frac{\partial Y}{\partial L}\bigg/\frac{Y}{L}$$

が労働所得の分配率に等しいことが明白である。

以上で得られた帰結をまとめると，前節での(1. 1)－(1. 5) 式に代って，吾々は次の方程式システムをもつ。

(2. 1)′……$Y=\phi(t)K^{\beta}L^{1-\beta}$

(2. 2)′……$wL=(1-\beta)Y$

(2. 3)′……$\rho K=\beta Y$

(2. 4)′……$g(K)=(1-c)\rho$

(2. 5)′……$g(L)=$ autonomously given

勿論，安定条件論の教える所に従って，β は1よりは小さい正数である。

さて，上の方程式群の中で，最初の3個の方程式を成長率のタームに書改めるならば，次の方程式群が得られる。

(2. 1)……$g(Y)=\alpha+\beta g(K)+(1-\beta)g(L)$

(2. 2)……$g(w)=g(Y)-g(L)$

(2. 3)……$g(\rho)=g(Y)-g(K)$

(2. 4)……$g(K)=(1-c)\rho$

(2. 5)……$g(L)=$ autonomously given

明白なように，5個の変数に対して5個の方程式が存在しているから，吾々の体系は determinate である [4]。以上で，以下の分析に必要な経済モデルの基礎構築は完了した。

3　長期均衡利潤率の決定

まず，資本利潤率の決定機構について分析しよう。注意せらるべきことは，資本利潤率は，予めその一定率を予定さるべきパラメターではなく，

3)　これは，利潤率 $\rho=\frac{Y-wL}{K}$ を，それぞれ L および K に関して偏微分し，それらを0とおくことによって得られる。すなわち

$$\frac{\partial\rho}{\partial L}=\frac{1}{K^2}\left[\frac{\partial Y}{\partial L}-w\right]=0\quad\therefore\frac{\partial Y}{\partial L}=w$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial K}=\frac{1}{K^2}\left[\frac{\partial Y}{\partial K}K-Y+wL\right]=0\quad\therefore\frac{\partial Y}{\partial K}=\frac{Y-wL}{K}=\rho$$

である。

4)　(2. 3)式は，w 以外の変数の決定が(2. 3)式を必要とはしない，という意味において，この方程式体系からは分離可能 separable である。

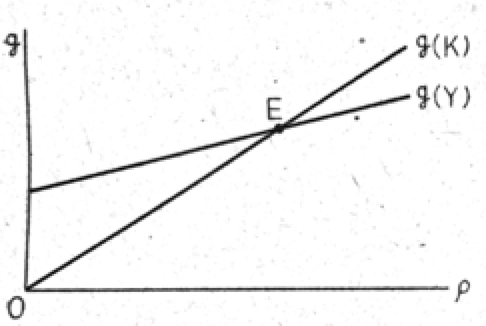
吾々の体系の内部において，市場機構のメカニズムを通じて決定さるべき内生変数である，ということである[5)]。

このために，まず，(2.4)式を(2.1)式に代入するならば，国民所得の成長率を示す方程式として，吾々は

$$g(Y)=\alpha+(1-\beta)g(L)+(1-c)\beta\rho$$

を得る。この式の右辺の最初の2項目は，パラメターとして与えられた正数である。第1図において[6)]，縦軸には $g(Y)$ および $g(K)$ を測定し，横軸には資本利潤率 ρ を測定しよう。この図表の上に，縦軸上の截片部分の大きさが $\{\alpha+(1-\beta)g(L)\}$ であり且つその方向係数の大きさが $(1-c)\beta$ なる $g(Y)$ 直線が示されている。同じように，(2.4)式に従って，原点を通り且つその方向係数が $(1-c)$ なる $g(K)$ 直線を画くこととしよう。この2つの直線の交点 E においては，明白なように，国民所得と資本の成長率は相等しい。

第 1 図

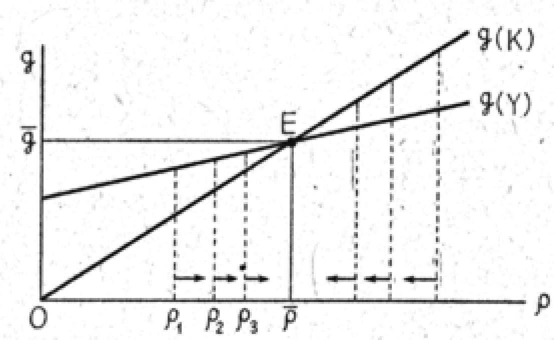


いま，この2つの直線の交点 E において定まる国民所得および資本の成長率をたえざる技術進歩を含む成長過程での長期均衡成長率と名付け，同じくこの交点 E において定まる資本利潤率を長期均衡利潤率とよぶこととしよう。資本所得からの消費支出が存在する過程では，長期均衡利潤率は長期均衡成長率よりも大である。

ところで，実際には，現実が常に均衡点 E の上にあるという保証は存在しない。なぜならば，しばしば，技術進歩率 α はその時々の事情によって変化し得るし，資本の生産弾力性 β や労働人口の増加率 $g(L)$ も可変的たり得るからである。しからば，現実が E 点から離れた場合に，果して，市場には，現実を再び E 点に収斂させるようなメカニズムが存在するのであろうか[7)]。

この論文の数学註に示されるように，吾々は，市場には，第2図に示されるような均衡回復力が必ず存在していることを知る。いま，第2図において，例えば資本利潤率が ρ_1 の水準にあったとしよう。その時における国民所得および資本の成長率をそれぞれ $g(Y_1)$ および $g(K_1)$ で示すならば，図表から直ちに明白なように

第 2 図



$$g(Y_1)>g(K_1)$$

である。しかるに，(2.3)式によって，

$$g(\rho_1)>0$$

でなければならない。かくして，資本利潤率は上昇し，例えば ρ_2 の水準に推移するであろう。再び，ρ_2 の水準においても

$$g(\rho_2)>0$$

でなければならない。そして，このような過程は，資本利潤率が $\bar{\rho}$ の水準に到達するまで続けられるであろう。同じように逆の場合，すなわち，実際の資本利潤率が均衡利潤率よりも大なる場合には，逆に，右から左の方向への収斂過程が始まることを見るのは容易である。

以上に述べた長期均衡利潤率の決定機構に関す

---

5) ハロッド氏は，動的均衡過程における資本利潤率（または利子率）を，パラメターの如くに取扱っている。例えば，次の文章を参照せよ。"First we may ask this question, what behaviour of capital is required to be consistent with growth in the other elements, *on the hypothesis that the rate of interest does not change?*" (R. F. Harrod, *Towards a Dynamic Economics*, 1948, p. 21—p 22.) イタリックは，ハロッド氏自身のものである。また，ロビンソン女史は，Golden Age の分析において，一定率の資本利潤率，従って一定率の資本蓄積率の存在を予定しているけれども，いかなる水準で一定率にならねばならぬか，についての論証は，必ずしも明確ではない。J. Robinson, *The Accumulation of Capital*, 1956, Chap. 9.

6) 同様の図表の表示方法については，前掲のカルドア氏の論文(p. 609)および D. G. Champernowne, "Capital Accumulation and the Full Employment", *Economic Journal*, June 1958, p. 219 を参照せよ。

7) 前掲の論文において，カルドア氏は，全く異なったアプローチから，均衡回復力の存在を証明しようと努めており，チャムパーノウン氏も，動的均衡の安定性を証明しようとしている。

る分析は，直ちに，国民所得および資本の長期均衡成長率についても妥当することは縷説を要しないであろう。すなわち，吾々が設定した諸仮定の下では，市場には，国民所得および資本の成長率を等しくさせるようなメカニズムが必ず存在するのである。そして，そのメカニズムを支えている基本的動力は，完全雇用の前提の下で行はれる企業者の資本利潤率極大の行動である。

4 均衡水準の吟味

次に，第2図のE点で決定される均衡水準が，所与とされる構造パラメターの変化と共にどのように変るか，を吟味しよう。

E点においては，$g(Y)=g(K)$ であるから，長期均衡利潤率 $\bar{\rho}$ および長期均衡成長率 $\bar{g}$ は，それぞれ次式によって与えられる。

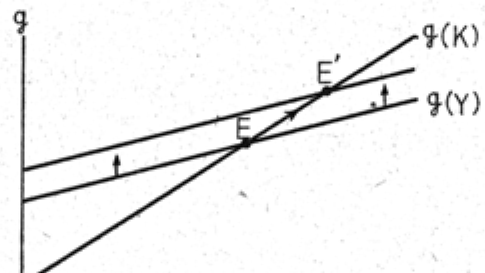
$$\bar{\rho}=\frac{\alpha}{(1-\beta)(1-c)}+\frac{1}{1-c}g(L)$$

$$\bar{g}=\frac{\alpha}{1-\beta}+g(L)$$

例えば，$\alpha=0.02$, $\beta=0.5$, $c=0.5$, $g(L)=0.01$ とするならば $\bar{\rho}=0.1$, $\bar{g}=0.05$ である。

明白なように，技術進歩率αが高ければ高い程，また，労働人口の増加率 $g(L)$ が大となれば大となる程，均衡利潤率および均衡成長率は益々大となる。このことは，第3図において，$g(Y)$直線が全体として上方に平行移動することを意味し，その結果，均衡点がEからE'へと，北東の方向にシフトすることを意味している。技術進歩率および労働人口増加率にして低い経済では，他の事情を一定とするならば，それだけ資本利潤率および成長率は低いのである。

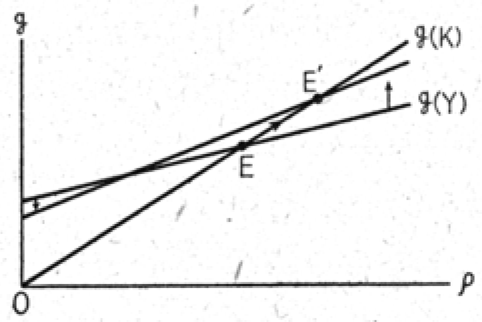
第 3 図



技術進歩率および労働人口の増加率が，不変なる場合，利潤率および成長率は，資本の生産弾力性βの変化によっても変動を蒙むる。伝統的用語に倣って，資本の生産弾力性 β，従って利潤率極大の下での資本所得の相対的分前の上昇をともなう技術進歩を「労働節約的技術進歩」とよび，β の下落を伴う技術進歩を「資本節約的技術進歩」，そして最後に，β の変化を惹起さない技術進歩を「中立的技術進歩」と名付けよう[8]。

吾々の結論は，他の事情にして一定であれば，労働節約的技術進歩は資本利潤率および経済成長率の双方を高め，逆に，資本節約的技術進歩は資本利潤率および経済成長率の双方を低める傾向がある，ということである。第4図は，他の事情を一定にして，技術進歩が労働節約的となった場合（β の上昇）を図示したものである。均衡点 E は E' の方向にシフトし，均衡利潤率および均衡成長率の双方は上昇する。

第 4 図



技術進歩率にして同一なる場合，もしも企業者に労働節約的なる技術進歩と資本節約的なる技術進歩の双方の選択が許されているとするならば，彼は，恐らく，より有利なる労働節約的技術進歩の方を採用するであろう。従って，技術進歩の速度が資本節約的または中立的技術進歩と特殊の関係で結ばれているということを期待するのでなければ，吾々は，一般的に，労働節約的技術進歩の採用されるチャンスが多い，と見なければならない。問題は，技術進歩率は小さいけれども労働節約的または中立的なる技術進歩と，技術進歩率は高いが資本節約的なる技術進歩との間の選択である。この時においてさえ，企業者は，そうすることがより高い利潤率を実現し得る限り，相対的に

8) 技術進歩の分類については，この他にも異ったメルクマールのものが考えられよう。問題は，その分析目的によって決まる，ということである。コブ=ダグラス的生産函数の立場をとる吾々の場合には，このような分類は，ハロッド氏およびロビンソン女史の立場と同一のものとなるし，それは，最近，フェルナー氏によっても採用されている。(R. F. Harrod, *op. cit.*, p. 23; J. Robinson, *op. cit.*, Chapt. 9; W. Fellner, *Trends and Cycles in Economic Activity*, 1956, pp. 237—270.)

低い技術進歩率の労働節約的技術進歩を採用するであろう。

所与とされる構造パラメターの変化が，均衡状態にある実質賃金率に与える効果については，多くの言及を必要とはしない。なぜならば，既に吾々は $g(Y)$ および $g(L)$ についての知識を獲得しており，(2. 2)式によって実質賃金率の変化率は $g(w)=g(Y)-g(L)$ で与えられるからである。いま，$g(Y)=g(K)$ の下での実質賃金の均衡成長率を $\bar{g}(w)$ で示すこととしよう。かくして次式が得られる。

$$\bar{g}(w)=\bar{g}-g(L)=\frac{\alpha}{1-\beta}$$

これより，実質賃金率は，少くとも成長率に関する限り，労働人口の増加率および資本家の消費性向の大きさからは全く独立していることが知られる[9]。更に，他のすべての事情を一定にして，技術進歩が労働節約的となり，従って労働所得の相対的分前が労働者に不利となっても，結局においてそのことが労働賃金の上昇率に有利な効果をもつに至る，ということに注意しなければならない。これは，労働節約的技術進歩が相対的に資本蓄積の速度を早め，かくして蓄積された資本が最も有利な仕方で労働生産性の向上のために用いられる，という吾々の仮定の当然の帰結である[10]。

5　資本係数の決定

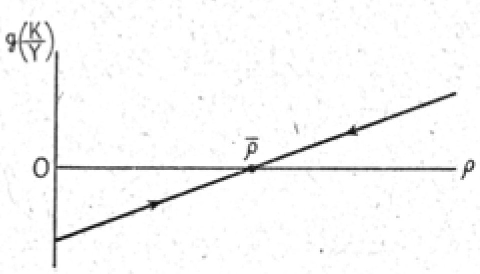
技術進歩の問題は，しばしば，資本係数 $\frac{K}{Y}$ との関連において論ぜられることが多い。従って吾々もまた，前節で得られた帰結と資本係数との関係を分析しよう。

既に明かにされたように，第2図における長期均衡点 E は，動学的に安定的なる均衡点であった。従って，現実が均衡点 E のどちら側に離れても，やがては E 点に向っての単調な収斂過程が始まる。いま，資本係数の変化率を $g\left(\frac{K}{Y}\right)$ で示すこととしよう。これは，

$$g\left(\frac{K}{Y}\right)=g(K)-g(Y)$$

によって示される。ところで，第2図において，均衡点 E の左側においては $g(K)<g(Y)$，その右側においては $g(Y)<g(K)$ であるから，吾々は，恰も $g(K)$ 線が水平線であるかの如く看做して，縦軸に $g\left(\frac{K}{Y}\right)$ を測り，横軸に資本利潤率 ρ を測定した第5図を持つことができるであろう。既に述べた理由によって，時の経過と共に，資本係数の変化率は均衡点 $\bar{\rho}$ の方向に向いながら次第に小となり，やがては $\bar{\rho}$ の水準において消滅する[11]。

第　5　図



いま，長期均衡利潤率の点において実現する資本係数を，均衡資本係数と名付けよう。しからば，吾々は，均衡資本係数に関して，如何なる数値を期待することができるであろうか。

まず，長期均衡利潤率については，前節において方程式 $\bar{\rho}=\frac{\alpha}{(1-\beta)(1-c)}+\frac{1}{1-c}g(L)$ が得られた。しかるに，利潤率極大の下では，(2, 3)′式

$$\rho K=\beta Y$$

が成立しているから，$\bar{\rho}$ をこの方程式に代入して整理するならば，求める均衡資本係数は

$$\frac{K}{Y}=\frac{(1-c)\beta(1-\beta)}{\alpha+(1-\beta)g(L)}$$

によって与えられるであろう。前節での数字例の下では，$\alpha=0.02,\ \beta=0.5,\ c=0.5,\ g(L)=0.01$ であるから，均衡資本係数は5となる。

利潤率の変動に何等の制約も附されない限り，

9)　このことは，しかしながら，実質賃金率の絶対的水準についての立言を含まない。他の事情にして等しければ，労働人口の増加率および資本家の消費性向の増大は，一般に実質賃金率を低下させるであろう。かくして，低い水準からスタートする成長過程が始まるのであるから，成長率にして等しき限り，賃金率の絶対水準には大きなギャップが生れて来る。

10)　この場合にも，一時的な賃金率の下落が生ずるであろう。しかし，その下落は，その後の高い成長率によって補われるであろう。

11)　カルドア氏は，左側から $\bar{\rho}$ へ向っての収斂過程を „capital-saving" とよび，右側から $\bar{\rho}$ へ向っての収斂過程を "labour-saving" とよんでいる (N. Kaldor, *op. cit.*, p. 597)

吾々は，市場には長期均衡利潤率を成立せしめる作用の存在することを明かにした。同じように，市場には，現実の資本係数が均衡資本係数より乖離しても，調整のための充分の時間さえ与えるならば，両者を一致せしめる均衡調整の作用が存在していることを知るのである。そしてその作用は，企業者が，その時々に与えられた生産技術の下で最大限の利潤を実現しようとして行う行動に基礎づけられている[12)]。

所与とされるパラメターの変化が均衡資本係数に与える効果は，上に導出した最後の方程式によって充分明かである。吾々がなし得る一般的命題は，

(i)　技術進歩率が大となれば大なる程
(ii)　労働人口増加率が大となれば大なる程
(iii)　資本所得からの消費性向が大となれば大なる程

均衡資本係数は小となる，ということである。明白なように，資本係数の逆数は資本の生産性に他ならないから，上の命題はまた，(i) (ii) (iii) の条件が与えられると，長期均衡状態における資本の平均生産性は益々大となる，という仕方で述べることもできる[13)]。

6　不安定なるケース

これまで吾々は，労働者は完全雇用に至るまで実質賃金率の変動を許容する，と仮定してきた。すなわち，(2. 5)式

$$g(L)=\text{autonomously given}$$

の成立を前提してきた。しかるに，例えば，もはやそれ以上の実質賃金率の切下げが不可能であるような生存水準にあってもなお尨大な産業予備軍が存在するならば，企業者は資本蓄積と共に現行の賃金率で労働者を雇用することができるから，上の方程式に代って

$$g(w)=0$$

とされなければならない。かくして，吾々が考察しようとする体系は，

$$(6.\ 1)\cdots\cdots g(Y)=\alpha+\beta g(K)+(1-\beta)g(L)$$
$$(6.\ 2)\cdots\cdots g(w)=g(Y)-g(L)$$
$$(6.\ 3)\cdots\cdots g(\rho)=g(Y)-g(K)$$
$$(6.\ 4)\cdots\cdots g(K)=(1-c)\rho$$
$$(6.\ 5)\cdots\cdots g(w)=0$$

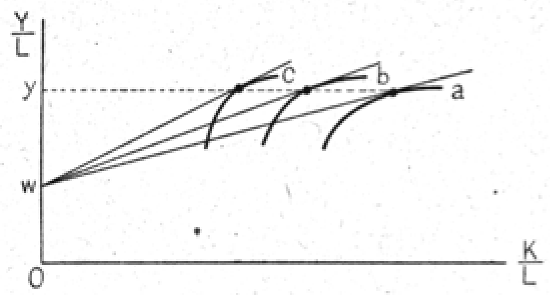
となる[14)]。

以下に示されるように，この体系には $g(Y)=g(K)$ なる長期均衡状態は存在せず，体系は不安定となる。(6. 5)式を(6. 2)に代入すると

$$g(Y)-g(L)=g\left(\frac{Y}{L}\right)=0$$

である。すなわち，技術進歩の存在にも拘わらず，労働生産性は不変にとどまる。これは第6図において，a から b, b から c への労働生産性函数のシフトにも拘わらず，労働生産性が y の水準にとどまる，ということを意味している。かくして，労働の資本集約度 $\frac{K}{L}$ は減少しつづけ，資本利潤率は上昇しつづけることとなる[15)]。

第 6 図



$g(Y)=g(L)$ を(6. 1)式に代入して整理すると

12)　ハロッド氏の体系において，“the rate of interest is constant” という仮定が除去されると，ハロッド氏の不安定体系は，安定的なものとなるかも知れない (R. F. Harrod, *op. cit.*, p. 83)。チャムパーノウン氏は，このような調整機構が妨害されるケースについて論じている (D. G. Champernowne, *op. cit.*, p. 221)。

13)　資本の生産弾力性 β の変化が資本係数に与える効果については，ア・プリオリイの判定を下すことはできない。なぜならば，資本利潤を P で示すと，$\frac{P}{K}=\frac{P}{Y}\frac{Y}{K}$ において，β の上昇は $\frac{P}{K}$ と $\frac{P}{Y}$ を共に増加させる傾向をもち，$\frac{Y}{K}$，従って $\frac{K}{Y}$ にどのような変化が現われるかは，その時々の事情に依存しているからである。

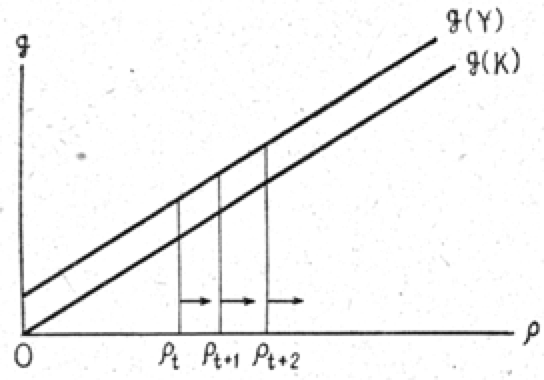
14)　技術進歩が存在しない場合の産業予備軍の問題について，私は，所謂「二重経済」との関連において分析した。拙稿「二重経済の一模型」『一橋論叢』昭和34年11月号を参照せよ。

15)　このような経済模型の意味については，K. Ara, *op. cit.*, p. 515 を参照せよ。もしも，β が上昇するならば，y も上昇し，β が下落するならば，y も下落するであろう。

$$g(Y)=\frac{\alpha}{\beta}+g(K)$$

となる。$1>\beta>0$ であるから，α にしてプラスである限り，この体系には $g(Y)=g(K)$ を実現させるメカニズムは存在しない。

第 7 図



この最後の方程式に(6. 4)式を代入すると，資本利潤率と成長率を示す第7図を得ることができる。$g(Y)$線と $g(K)$線とはパラレルであり，その開きは$\frac{\alpha}{\beta}$である。ρ_tから出発した資本利潤率は，次の次期には$\left(1+\frac{\alpha}{\beta}\right)$倍の ρ_{t+1} に上昇し，このような過程は無限に繰返されてゆくであろう。全く同様にして，労働者の資本装備率は，年々，$\frac{\alpha}{\beta}$の率で減少してゆく。

しかし，多分，吾々は，労働人口の増加率が$\frac{\alpha}{\beta}$よりも小さければ，第7図に示されるような不安定プロセスは，やがて，前節まで考察してきた安定的プロセスに転化する，と期待してもよいであろう。なぜならば，やがて産業予備軍のプールは涸渇するようになるからである。

急速な労働集約的資本蓄積の結果，労働者階級が年々一定率の賃金上昇率を要求し得るほどに労働市場が売手市場となるならば，(6, 5)式 $g(w)=0$ に代って，吾々は次式をもつ[16]。

$$g(w)=\Omega$$

ここに Ω は労働者の要求する賃金の年々の上昇率である。もしも，その要求する成長率が

$$\frac{\alpha}{1-\beta}>\Omega$$

であるならば，事態は第7図において考察した場合と同様である。これに反して

$$\frac{\alpha}{1-\beta}<\Omega$$

ならば，第7図における$g(K)$線の上方にある$g(Y)$線は $g(K)$線の下方に位置することになり，資本利潤率は原点の方向に向って減少し続けることとなるであろう。この時，企業者は，その資本利潤率が0となってしまう遙か以前において，インフレーションによる実質賃金率増加の阻止の方法をとるようになるかも知れない。

最後に，賃金上昇の要求が

$$\frac{\alpha}{1-\beta}=\Omega$$

である場合には，$g(Y)$線と $g(K)$線とは一致することとなる。前二者のケースが不安定であるのに対して，この場合には，事態は中立的安定均衡の状態にある。なぜならば，$g(Y)=g(K)$ 線上の如何なる点においても，経済は長期均衡の状態にあり，外生的諸力によってその位置が変化しても，再び変化した位置において経済は長期安定均衡の状態となるからである。

7　結語的覚書

完全雇用の前提の下で労働人口の増加率が一定に与えられ且つ生産技術の状態が所与とされるならば，早晩，経済は，労働生産性の一定性によって特色づけられる定常状態に陥入るであろう。これは周知の収穫逓減の法則の必然的結果なのであり，新古典学派の経済学者は，この種の「定常状態の経済学」に関して，数多くの貢献をなしてきたのである[17]。

しかし，一度び，技術進歩の問題を考慮するならば，事態は本質的に異って来るであろう。何故ならば，技術進歩とは，長期定常状態の基礎となった収穫逓減の法則の打破に他ならないからである。かくして，吾々には，不断の技術進歩の流れが存在する場合に，経済諸量は，一体どのような水準に落着くのであろうか，という問題が残される。

16)　かくして，吾々の考察しようとする体系は，次式によって与えられる。

(1)……$g(Y)=\alpha+\beta g(K)+(1-\beta)g(L)$
(2)……$g(w)=g(Y)-g(L)$
(3)……$g(\rho)=g(Y)-g(K)$
(4)……$g(K)=(1-c)\rho$
(5)……$g(w)=\Omega$

17)　例えば，A. C. Pigou, *The Economics of Stationary States*, 1935. を参照せよ。

本稿は，技術進歩率が一定に与えられ且つそれが中立的なる場合についての長期均衡状態の分析を主題としたものである。吾々の結論は，不断の技術進歩率によって特色づけられる長期均衡状態は，もしも労働者が完全雇用の市場メカニズムを容認するならば，現実がそれから乖離してもやがてはそれに落着かざるを得ない安定均衡の状態であり，労働生産性および実質賃金率の断えざる発展を含む成長過程である，ということであった[18)]。かくして，吾々の分析したる長期均衡状態は，労働生産性に関してゼロの成長率を予定する古典的長期定常状態を特殊な場合として含んだ所のより一般的な均衡状態である。

もちろん，実際には，技術進歩率は容易に変動するであろうし，技術進歩のタイプも決して一様ではない。更に，均衡状態への調整過程も，吾々の理論が仮定するようにはスムーズではないであろう。しかし，これらの問題を含めての経済変動論一般を論ずることは，本稿の範囲外にある問題である。

(1959 年 10 月 10 日)

18) 労働生産性の成長率は，次式によって与えられる。

$$g\left(\frac{Y}{L}\right)=\frac{\alpha}{1-\beta}$$

同様にこれは労働者の資本集約度の成長率 $g\left(\frac{K}{L}\right)$ にも等しい。この点に関しては，吾々の結論は，カルドア氏のものと同一である (N. Kaldor, *op. cit.*, p. 611)。

数 学 註

$g(\rho)=g(Y)-g(K)$ は

$$g(\rho)=\alpha+(1-\beta)g(L)+(1-c)\beta\rho-(1-c)\rho$$

である。$g(\rho)=0$ なる時の利潤率を $\bar{\rho}$ とすれば

$$\bar{\rho}=\frac{\alpha}{(1-\beta)(1-c)}+\frac{1}{1-c}g(L)$$

を得る。これを上の式に代入して整理すると

$$g(\rho)=(1-\beta)(1-c)(\bar{\rho}-\rho)$$

を得る。簡単に $(1-\beta)(1-c)\equiv\lambda$ としよう。勿論 $\lambda>0$ である。かくて，上式は

$$\frac{d\rho}{dt}=\lambda\rho(\bar{\rho}-\rho)$$

となる。これより

$$\frac{d\rho}{\rho(\bar{\rho}-\rho)}=\lambda dt \qquad \therefore\int\frac{d\rho}{\rho(\bar{\rho}-\rho)}=\int\lambda dt=\lambda t+\text{const}$$

を得る (R. G. Allen, *Mathematical Analysis for Economists*, 1938, p. 419)。しかるに

$$\int\frac{d\rho}{\rho(\bar{\rho}-\rho)}=\int\left(\frac{1}{\rho}+\frac{1}{\bar{\rho}-\rho}\right)d\rho=\log\rho-\log(\bar{\rho}-\rho)$$

$$=-\log\frac{\bar{\rho}-\rho}{\rho}$$

であるから

$$-\log\frac{\bar{\rho}-\rho}{\rho}=\lambda t+\text{const} \qquad \therefore \quad \frac{\bar{\rho}-\rho}{\rho}=e^{-\lambda t}e^{-\text{const}}$$
$$=ke^{-\lambda t}$$

を得る。ここに k は初期条件によって適当に決定される常数である。かくして

$$\rho_t=\bar{\rho}\frac{1}{1+ke^{-\lambda t}}$$

を得る。$1>\beta>0$ の下では $\lambda>0$ であったから，

$$\lim_{t\to\infty} e^{-\lambda t}=0$$

である。かくして

$$\lim_{t\to\infty}\rho_t=\lim_{t\to\infty}\bar{\rho}\frac{1}{1+ke^{-\lambda t}}=\bar{\rho}$$

を得る。すなわち，安定条件が証明される。いま，第0時点における利潤率を ρ_0 とし，$\frac{\bar{\rho}-\rho_0}{\rho_0}=l_0$ としよう。すなわち $\frac{\bar{\rho}}{\rho_0}=1+l_0$ である。これを $(1+ke^{-\lambda t})=\frac{\bar{\rho}}{\rho_t}$ に代入すると

$$l_0=k=\frac{\bar{\rho}-\rho_0}{\rho_0}$$

を得る。かくして，常数 k は，第0時点における利潤率の均衡利潤率からの乖離に他ならない。かくして，吾々の求める解は

$$\rho_t=\frac{1}{1+\left(\frac{\bar{\rho}-\rho_0}{\rho_0}\right)e^{-(1-\beta)(1-c)t}}\bar{\rho}$$

である。