第1の問題は，ソ同盟のルーブリをふくめて社会主義諸国の通貨の為替相場が金平価を基準として決定されているとして，このばあい各国通貨による商品の購買力がどの程度考慮されているかという疑問である。ソ同盟では，1950年3月の通貨改革のさい，国内でのルーブリの購買力と商品物価の水準および米ドルの購買力を考慮して現在の1ドル＝4ルーブリに決定されたという公式見解が発表されたが，その後，各国通貨の国際自由市場では，ルーブリが公定相場の4分の1程度で取引されていると報じられている。他の社会主義諸国通貨の公定相場もこれと同様，一般に実勢よりも過大評価されている傾向がみとめられるが，ブィストロフ，ロパチンの書物では，このような通貨の金平価と購買力平価とのギャップを説明するのに参考となる見解はみとめられなかった。この点も，今後に残された重要な理論的課題であろう。

なおこのことにも関連するが，前述のように社会主義諸国の通貨の為替相場が金平価を基礎とし，またルーブリが社会主義世界市場で代表的な国際決済手段として通用していることから，社会主義市場での国際金本位制の成立をみとめる若干の論者がある。しかしこの問題については，かつての20年代の資本主義金本位制のもとでは，金貨の自由鋳造，自由兌換，輸出入の自由という3原則が妥当していたが，社会主義諸国の計画経済と通貨の国家独占の制度のもとでは，このいずれの原則も欠けていることを指摘するにとどめておく。

以上，書評の範囲をかなり逸脱した紹介になった。個々の重要な理論問題について改めて綿密な分析を試みたいと思う。

〔寺村鉄三〕

エイチスン，ブラウン

『対数正規分布』

J. Aitchison & J. A. C. Brown, *The Lognormal Distribution, with Special Reference to its Uses in Economics*. Cambridge, 1957, pp. xviii, 176.

I　経済現象，社会現象において見られる分布においては，非対称分布が，例外ではなくむしろ原則である。非対称分布を取扱う場合に対数正規分布を適用し得る範囲が広いことは古くから認められていることではあるが，対数正規分布を体系的に説いた書物はこれまでにはなく，ただ時折その応用が論じられて来ただけであり，研究の歴史はあるときは連続性を欠き，あるときは単なる繰り返しを見せるだけのものであった。

本書は対数正規分布について，その性質，推定の方法や問題，応用を包括的に論じた唯一のものであって，上述のようなこの分布の研究の歴史において画期的なものといえる。しかし，このような書物がこれまで敢えて世に出されることがなかったのは，数理統計学的には対数正規分布は正規分布の1つの派生分布に過ぎないと考えられることを最大の理由とするのであり，実際本書を手にする読者のほとんどすべては，よく知られている正規分布および対数函数の性質以外に何が本書で論じられるのであろうかといぶかることであろう。本書の内容はそのような疑問にたいする回答でもある。

対数正規分布は，最も簡単には，その対数が正規分布に従うような変数の分布と定義される。従ってその性質の多くは正規分布の性質から直接に誘導できるものであるが，正規分布論におけるものと異なるいくつかの特徴もある。その例として，積率分布 moment distribution の概念，2つ以外の追加的パラメーターの導入，推定手順における特殊な問題などがある。これらを含めて対数正規分布に関する知識を体系化し，その広汎な応用の可能性の開拓に備えようというのが本書のねらいである。

II　本書は，対数正規分布の性質，推定や計算に関する諸問題を論じた部分(第9章までと第13章)と，対数正規分布の実例やその応用を取扱った部分(第10章から第12章まで)とに大別することができる。

対数正規分布に従う変量(これを Λ 変量といい，その分布函数を $\Lambda(x \mid \mu,\sigma^2)=P\{X\leqq x\}$ と書く)の積率，分位数などの特性値，Λ 変量の積に関しての分布の再生的性質，中心極限定理，積率分布，3個パラメーターおよび4個パラメーター分布など，対数正規分布の一般的性質が第2章で述べられる。このうち積率分布の概念は正の確率変数についてのみ意味があるものであり，正規分布論においてはその類似物を見出し得ないものである。$\Lambda(x \mid \mu,\sigma^2)$ の j 次積率分布函数は，X の原点のまわりの j 次の積率を λ_j' とするとき，

$$\Lambda_j(x \mid \mu,\sigma^2)\equiv\frac{1}{\lambda_j'}\int_0^x u^j d\Lambda(u \mid \mu,\sigma^2)$$

で定義され，

$$\Lambda_j(x \mid \mu,\sigma^2)=\Lambda(x \mid \mu+j\sigma^2,\sigma^2)$$

という性質が成り立つ。これは所得分布論において，対数正規型所得分布におけるジニの平均偏差係数と分布のパラメーターとの間の関係を求めることなどに利用される。また，3個パラメーター分布は $X'=X-\tau$ が，4個パラメーター分布は $X''=(X-\tau)/(\theta-X)$ がそれぞれ Λ 変量であるときの X の分布のことをいう。ここで τ, θ はパラメーターである。

対数正規分布の再生的性質，中心極限定理などは，正

規分布論におけるそれの，和を積に，算術平均を幾何平均におき換えることにより類推的に得られるものである。

第3章は対数正規分布がどのようなプロセスの結果として生ずるかについて，比例効果の理論と分潰 breakage の理論とを紹介したものである。

対数正規分布のパラメーター μ および σ^2(または平均 α および分散 β^2)を推定する方法としては，点推定法として最尤法，積率法，分位法，図法，混合法などが考えられ，区間推定には t 分布および χ^2 分布の利用が可能である(第5章は2個パラメーター分布，第6章は3個および4個パラメーター分布の推定を扱う)。いろいろな点推定法(特に図法)の相対的効率を比較するためには，H. Wold の正規乱数表とケムブリッジ大学の EDSAC という電子計算機とを用いて作られた人工標本が用いられている(第4章)。その結果，もし計算の費用が余り高くなければ最尤法を用いるのがよいこと，そうでなければ，α の推定には積率法か分位法が良く，β の推定には積率法を避けた方が良いことなどが示されている。

第7章は，プロビット分析に対数正規分布を導入したときの推定の問題を中心的に論じたものであるが，対数正規分布を含むプロビット分析の考え方は第12章において消費者行動の分析に応用を見出している。

対数正規分布の実際的応用のためにはまだ多くの問題が残されているが，そのうち2つの特殊な場合の分布，すなわち truncated distribution および censored distribution と呼ばれるものと，0という値をとる観察値を処理するためのモデルとしての Δ 分布が第9章で論じられる。

第10章で列挙されている対数正規分布の数多くの実例は，この分布の理論の応用可能な分野の広大さを示唆するに十分なものであるが，そのうち経済学における2つの応用が第11章，第12章で詳説される。

その1つは所得分布研究における応用である(第11章)。所得分布が対数正規分布で表わされるという考えは，R. Gibrat に端を発し，そのためにこの分布がジブラ分布とも呼ばれるわけであるが，所得分布の生成の説明としては，M. Kalecki, A. D. Roy, D. G. Champernowne などのものがある。けれどもこれらはすべて何らかの形で比例効果の考え方を含んでいるものであって，その結果として対数正規分布が導かれているのである。

ところで対数正規型所得分布のパラメーターの意味が考えられなければならない。μ は簡単に位置(所得水準)のパラメーターと解釈することができるが，算術平均 α は $e^{\mu+\frac{1}{2}\sigma^2}$ であって，位置のパラメーターと散布度パラメーターとを同時に含んでいることが注意されねばならない。

σ^2 は M. O. Lorenz の所得不均等測度 L と

$$L=2N\left(\frac{\sigma}{\sqrt{2}}\middle|0,1\right)-1$$

という関係にあることが示されるから，普通の意味で所得集中の1つの測度となり得る。ここで $N\left(\frac{\sigma}{\sqrt{2}}\middle|0,1\right)$ は規準正規分布の $\sigma/\sqrt{2}$ 以下の面積を示す。

第12章は対数正規理論の消費者行動分析への興味ある応用である。

先ず最初はミクロ量の分布に対数正規型を前提した場合に，半対数形のミクロ函数を総計すると，得られるマクロ函数のパラメーターがミクロ量の分布の撒布度パラメーターを含むものとなることを示す。これは需要函数論における所得分布の考慮の必要性や方法を示唆するものであろう。

次に個別商品にたいするエンゲル曲線の導出に，対数正規分布によるプロビット分析の考え方を適用した例が述べられるが，ここでは消費の飽和点の分析も行い得ることが示されている。ここで考えられているエンゲル函数は，$\bar{q}$ を1人当り平均消費額，y を所得，κ を平均飽和水準とするとき，

$$\bar{q}=\bar{\kappa}\Lambda(y\mid\mu,\sigma^2)$$

と表わされるものである。

このようなエンゲル函数の下で，価格の影響を検討する場合には，価格が各商品の飽和水準 κ_i と所得とに影響すると考えて分析できること，またその場合に物価指数として相乗的形式のものが望まれる可能性があることが示唆される。また消費者選好の変化を取扱うには κ の変化を考えればよいであろう。さらに個人のエンゲル函数を総計するときに，所得分布に対数正規型を仮定して行うことができる。

III　以上で本書の内容を概観したが，本書の価値はこのような通り一遍の紹介によってよく人に伝え得るものではない。対数正規分布の理論的性質の体系的整理，推定のための方程式とその解法の詳細な叙述は，いかなる分野におけるにせよ，この分布の応用を試みようとする人たちをして，本書を座右におかずにはいさせないであろう。これらの人たちにとって更に貴重なものは，巻末附録Aの12頁にわたる数値表である。これらの表は今後対数正規分布に関する計算において必ず用いられるようになるであろう。また第1章で3頁ばかりの間に簡潔に要約されている対数正規分布研究の歴史は，巻末の完備した文献目録とともに研究者にとって良い道しるべである。

対数正規分布の広大なる応用分野の開拓はまだその緒

について間もないといえる。第12章のエンゲル函数への応用は新しい開拓として興味の深いものであるが，更に進んだ展開が今後に期待される。また，確率過程の実現と考えられるような経済変数の研究にたいする興味も増大しつつある今日，多数要因の相乗的作用過程から結果すると解釈される対数正規分布についてこのようにまとまった労作が著わされたことは，真によろこばしいことといわなければならない。

本書はケムブリッジ大学応用経済学部のモノグラフの第5号として発行されたものである。このような書物が，単なる数理統計学書としてではなく，経済学研究のシリーズの1冊として世に出たことは，最近の経済学の向かっている1つの大きな流れの方向を背景としてのみ納得できることのように思われる。

〔宮川公男〕

前号倉林義正氏の論文の正誤表

「消費函数と Engel 函数」に以下の誤りがありましたので訂正いたします。

	誤	正
p. 23, 左	$f(f\,;\,Y)=\lambda(\lambda y\,;\,\lambda Y)$ (10)	$f(y\,;\,Y)=\lambda f(\lambda y\,;\,\lambda Y)$ (10)
〃 右	$f(y\,;\,Y)=\lambda(\lambda y\,;\,\lambda Y)$ (14)	$f(y\,;\,Y)=\lambda f(\lambda y\,;\,\lambda Y)$ (14)
p. 24, 右	$\bar{y}=\dfrac{\int_{y-\delta}^{y+\delta}dy}{\int_{y-\delta}^{y+\delta}f(y)\,dy}$ (17)	$\bar{y}=\dfrac{\int_{y-\delta}^{y+\delta}yf(y)\,dy}{\int_{y-\delta}^{y+\delta}f(y)\,dy}$ (17)
〃 右	$f(\bar{y}\,;\,Y)=\lambda f(\lambda y\,;\,Y)$ (19)	$f(\bar{y}\,;\,Y)=\lambda f(\lambda\bar{y}\,;\,\lambda Y)$ (19)
p. 25, 右	$f(y, n\,;\,Y)=\lambda(\lambda y, n\,;\,\lambda Y)$ (24)	$f_n(y, n\,;\,Y)=\lambda f(\lambda y, n\,;\,\lambda Y)$ (24)