ロビンソンの生産函數について

水　野　正　一

1 序

ロビンソンの生産函數論は彼女の「資本蓄積論」において中心的地位を占めるものである。從來の巨視的經濟理論における生産函數は産出高を勞働と資本の函數と考えるようなものであったが，資本は種々の財よりなるものであり，その數量がいかに測られるかという一種の指數論的問題が解決されない限りはかかる生産函數は意味をもたないと考え，資本の數量をはかる適當な單位を見出し，その上に意味のある生産函數を構成しようとしたのがロビンソンである。更に從來用いられてきた生産函數は生産要素と産出高の間の技術的關係に關するものであり，いはば與件の1つに數えられるものであった。しかし彼女においては資本の數量をはかる適當な單位を見出してその上に生産函數を構成しようとするのみでなく，企業者の利潤極大化が已に含まれているような生産函數であり，これを經濟の長期的發展の理論のための武器として用いようとするようなものであり，普通の生産函數とは甚だ趣きを異にしている。その考え方が極めて特異なため難解であるが，チャンパーノーンのすぐれた解説がある。

この小論においては主としてチャンパーノーンに依據しながら，ロビンソンの生産函數のやや體系的な解説を試み，彼女の「資本蓄積論」の理解の一助にしたいのが主たる目的である。以下デスクリートなモデルの場合と連續的モデルの場合に分けて説明し，チャンパーノーンの批判にふれ，最後にロビンソンの生産函數論の若干の擴張を試みたい。

2 ロビンソンの生産函數（デスクリートな場合）

2.1 以下の議論を單純化するために次のような假定をおくことにする。議論の途中においても假定が追加されるであろう。

〔假定 1〕 勞働は同質的である。

〔假定 2〕 消費財を構成する諸財の構成は變化しない。即ち，消費財を構成するすべての財は同一の比例で增減する。

〔假定 3〕 消費財の産出高は多くの技術の任意のものによって一定の流れで生産される。ここで技術とは，ある資本財の組合せと一定の勞働の流れ（その一部は資本設備の維持補塡に向けられる）を用いて一定の産出高の流れを生産するものである。

〔假定 4〕 實質賃銀のある水準においては，利子率は任意の企業者が損失を蒙らずに支拂いうる最高の水準に落着くであろう。

〔假定 5〕 あらゆる人が實質賃銀率および利子率は現在のままで變化しないであろうと信ずるという意味において平靜の狀態が成立っている。

2.2 先ず技術の明確な規定をしておこう。E を資本設備，l を勞働量，X を消費財の産出量とする。E は數量をあらわすものではなくて資本設備のある組合せをあらわす記號である。E と l を用いて X が生産されるとき，組 $\begin{bmatrix} E \\ l \\ X \end{bmatrix}$ を技術 τ と呼ぶ。l は〔假定 3〕によって E を操作するための勞働のみならず，E の消耗補塡のための勞働も含む。技術について次の假定を附加する。

〔假定 6〕 資本設備と勞働は分割可能であり，各技術に對して規模に關する收益不變が支配している。即ち，資本設備と勞働が λ 倍（λ は任意の正數）されるときは，消費財産出高も λ 倍になる。また各技術については加法性が成立つ。即ち2つあるいはそれ以上の相異れる資本設備の組合せの和の産出と投入（勞働の）は，それぞれの産出と投入の和である。

技術 τ における資本設備と勞働をそれぞれ λ 倍用いる（したがって産出高も λ 倍になる）技術を，技術 τ を λ 單位用いる技術といい $\lambda\tau$ であらわす。また資本設備 E を λ 倍用いるものを λE とあらわせば〔假定 6〕によって，$\lambda\tau=\begin{bmatrix} \lambda E \\ \lambda l \\ \lambda X \end{bmatrix}$ $(\lambda>0)$ となる。τ と $\lambda\tau$ は同類の技術であり，ただその規模が異るだけである。

あらゆる技術の集合（一定の知識の狀態における）を T であらわす。異った知識の狀態の下では別の T' が對應する。

技術の定義および〔假定 6〕から集合 T は次の性質をもつことは明らかである。

(1) τ が T に屬すれば $\lambda\tau$ も T に屬し $(\lambda>0)$，且つ $\tau=\begin{bmatrix} E \\ l \\ X \end{bmatrix}$ ならば $\lambda\tau=\begin{bmatrix} \lambda E \\ \lambda l \\ \lambda X \end{bmatrix}$ である。

（2） T に屬する τ_1, τ_2 が $\tau_1=\begin{bmatrix}E_1\\l_1\\X_1\end{bmatrix}$, $\tau_2=\begin{bmatrix}E_2\\l_2\\X_2\end{bmatrix}$ ならば $\tau_1+\tau_2$ も T に屬し，且つ $\tau_1+\tau_2=\begin{bmatrix}E_1+E_2\\l_1+l_2\\X_1+X_2\end{bmatrix}$ である。ここで $\tau_1+\tau_2$ は2つの技術 τ_1 と τ_2 を共に用いることをあらわし，E_1+E_2 は E_1 によってあらわされる資本設備の組合せと E_2 によってあらわされる資本設備の組合せを合せたものである。

(1) と (2) を合せて，τ_1 と τ_2 が共に T に屬し，$\lambda_1, \lambda_2>0$ ならば $\lambda_1\tau_1+\lambda_2\tau_2$ も T に屬し，且つ，$\lambda_1\tau_1+\lambda_2\tau_2=\begin{bmatrix}\lambda_1E_1+\lambda_2E_2\\\lambda_1l_1+\lambda_2l_2\\\lambda_1X_1+\lambda_2X_2\end{bmatrix}$ である。

T に屬するある τ については，すべての $\lambda\tau$ $(\lambda<0)$ は同じ技術と考えることができるが，これを〔τ〕とあらわし τ と同類の技術の集合と呼ぶことにする。同類の技術の集合のうちで $l=1$ なるようなものをその類の單位技術と呼ぶことにする。即ち τ と同類の技術の集合のうちで $\dfrac{\tau}{l}$ なる技術を考えると，$\dfrac{\tau}{l}=\begin{pmatrix}\dfrac{E}{l}\\1\\\dfrac{X}{l}\end{pmatrix}$ であり，これが〔τ〕の單位技術である。これを t であらわすことにする。單位技術における資本設備，產出高をそれぞれ e, x であらわすことにすれば，$t=\begin{bmatrix}e\\1\\x\end{bmatrix}$ である。e, x は勞働一單位あたりの資本設備，產出高である。

あらゆる單位技術の集合を T であらわす。T のいかなる τ も，T のある t とある $\lambda(>0)$ によって $\tau=\lambda t$ とあらわしうるから，T をもって T を代表せしめてもよい。

T に屬する2つの技術 t_1 と t_2 が $t_1=\begin{bmatrix}e_1\\1\\x_1\end{bmatrix}$, $t_2=\begin{bmatrix}e_2\\1\\x_2\end{bmatrix}$ とあらわされるとき，$x_1<x_2$ ならば t_2 は t_1 より「より機械化されている」または「より大なる生產性をもつ」あるいはまた「技術の階層において上位に位置する」という。

T の2つの技術 t_1, t_2 および $0\leq\lambda\leq1$ に對して $t=\lambda t_1+(1-\lambda)t_2$ もまた T に屬するが，これを t_1 と t_2 の λ の比での混合と呼ぶことにする。

T のうちで，いかなる任意の2つの技術の混合としてもあらわしえないものを基本的技術と呼ぶ。かかる基本的技術の集合を T^* としその要素となる技術を t^* であらわすことにする。また基本的技術における資本設備を基本的資本設備と呼ぶことにする。基本的技術に關して次の假定をおく。

〔假定 7〕 基本的技術の數は有限であるとする。即ち T^* は有限集合である。

2.3　技術の數量的表現のために單位について述べておく。〔假定 1〕によってすべての勞働は同質的と假定するから，一時間勞働を勞働の數量をはかる單位に選ぶ。前節の l はかかる單位ではかられた數量である。消費財については，〔假定 2〕によって，次の消費財を構成する諸財のそれぞれ一定數量よりなる組合せを合成商品1單位として，かかる合成商品何單位としてその數量をあらわす。また合成商品であらわされた賃金率を實質賃金率と呼ぶ。

消費財の數量は合成商品であらわすが，資本設備の數量はどうであるか。數量の測定についてロビンソンが最も頭を惱ましたのは恐らくはこの點に關してであった。資本設備の數量に關する彼女の提案は次のようなものである。資本設備の數量はそれを生產するに要した費用を勞働時間に換算したものではかられる。これが勞働ではかった資本設備の數量である。これに實質賃銀率を乘じたものが商品ではかった資本設備の數量である。しかしながら勞働ではかった資本設備の數量はその生產に投ぜられた勞働量に單純に一致するものではない。利子率の水準，建設期間の長さ，その資本設備の壽命の長さ等もまた影響を與える。新資本設備の數量はそれを生產するに要した勞働量，その生產期間，利子率および生產期間中における勞働の投入樣式等によって決定される。またある程度使用されている資本設備については，その數量はその設備の新品のときの數量，耐用年數，使用期間，利子率等に依存する。

一般的には資本設備 E の數量（商品ではかった）は，$K_E=K(E, r, w)$ と書かれるであろう。ここで r は利子率，w は實質賃銀率をあらわす。K_E の r, w への依存の仕方は極めて複雜であるが，この函數は次のような性質をもっと想定することは許されるであろう。

（1） 一定の E, w に對して，$r_1>r_2$ ならば，

$$K(E, r_1, w)\geq K(E, r_2, w)$$

（2） 一定の E, r に對して，$w_1>w_2$ ならば

$$K(E, r, w_1)>K(E, r, w_2)$$

（3） ある E_1, E_2 および二組の (r, w), (r', w') に對して，$K(E_1, r, w)>K(E_2, r, w)$ ならば，

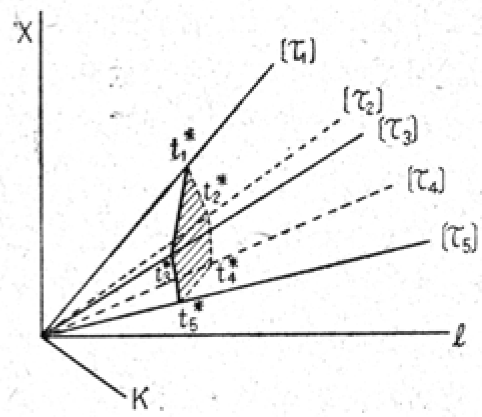
$$K(E_1, r', w')>K(E_2, r', w')\quad \text{である。}$$

以上のような資本設備の數量をはかる仕方をチャンパーノーンは「$J\cdot R$ 單位」によってはかると呼んでいる。

2.4　各資本設備についてその數量が以上のように定義されると，一定の利子率，實質賃銀率の下では，各技術は次のようなベクトルであらわされることになる。即

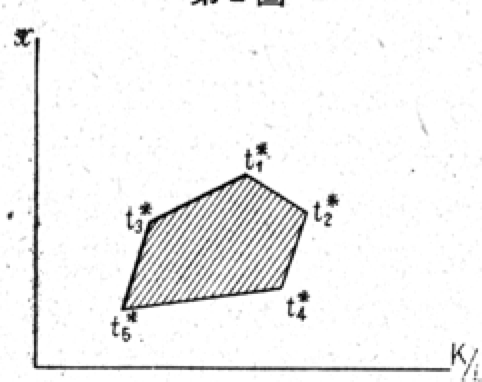
ち，$\tau=\begin{bmatrix}K(E,\ r,\ w)\\ l\\ X\end{bmatrix}$ あるいは，$t=\begin{bmatrix}K(e,\ r,\ w)\\ 1\\ x\end{bmatrix}$ と あらわされる。技術をこのようにベクトルと考えれば，すでに述べた技術の集合 T および單位ベクトルの集合 T 等を圖示することができる。いま基本的技術が5コ $(t^*_1,\ t^*_2,\ t^*_3,\ t^*_4,\ t^*_5)$ の場合を考えてみる。先ず T は第1圖のような原點で尖った角錐 (convex cone) であらわされる。この T を $l=1$ のところで l 軸に垂直で $(X,\ K)$ 平面に平行な平面できるときできる切り口が T である。

第1圖



T を $(x,\ \frac{K}{l})$ 平面に移したものが第2圖である。基本的技術は T の極點 (extreme points) であらわされる。第2圖において t^*_1 が最も機械化されており，t^*_2 がその次に機械化されており，…t^*_5 が最下位に位することは明らかである。

第2圖



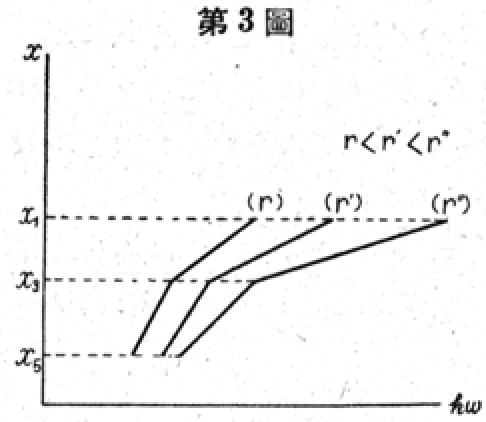
2.5　ある利子率と實質賃銀率の下で，2つの技術 t_1, t_2 が $K_{e1}>K_{e2}$ であるが $x_1\leq x_2$ ならば，t_1 は t_2 によって「支配される」ということにする。ここで K_{e1}, K_{e2} はそれぞれ t_1, t_2 において用いられる資本設備の數量であり，x_1, x_2 はそれぞれの産出量である。

T の他の技術によって支配されない技術の集合を $\bar{T}^*$ であらわす。ある利子率，實質賃銀率の下で支配されない技術は他の利子率，賃銀率の下でも支配されないから $\bar{T}^*$ は利子率，實質賃銀率にかかわらず一定である。第2圖において T の左方の端の太い線が $\bar{T}^*$ をあらわすことは明らかである。

さて商品ではかった資本設備の數量を實質賃銀率で除すことによって勞働ではかった資本設備の數量をうるから，ある資本設備 e に關して，實質賃銀率が w のときは，$K_{ew}=K_e/w$ である。ここで K_{ew} は勞働ではかった資本設備の數量である。ここで記號の問題であるが，勞働1單位あたりの資本設備の數量，産出量については小文字であらわすことにする。即ち K_{ew}, K_e を k_{ew}, k_e で $\frac{X}{l}$ を x であらわすことにする。

いま，第2圖のように横軸に商品ではかった（勞働1單位あたり）資本設備の數量をとる代りに，勞働ではかった（勞働1單位あたり）資本設備の數量をとったとき $\bar{T}^*$ をあらわす曲線を生産力曲線という。利子率の1つの水準に對して，(一定の知識の狀態の下では) 1つの生産力曲線が畫かれる。資本設備の數量に關する考察から分るように，この曲線は利子率が高くなるにつれて右方に移動し，上方に廣がってゆくと考えられる。即ち圖示すれば第3圖のようになる。

第3圖



2.6　一定の實質賃銀率が與えられたとき，利潤率を極大にするような技術が選ばれるであろう。この選ばれた技術における資本設備の數量と産出高の對應を與えるものがロビンソンの要素比曲線あるいは資本比曲線である。ここで一定の實質賃銀率の下で利潤率を極大ならしめる技術を見出すに際して，次の2つの事情を酙酌しなければならないからやや複雜である。それは，(1) 考察しているようなモデルでは利子率は利潤率に等しいこと，および，(2) 資本設備の數量は利子率（＝利潤率）の影響をうけることである。本節ではロビンソンの要素比曲線あるいは資本比曲線がいかにして導かれるかを明らかにしよう。

先ず技術の利潤率は次のように定義される。技術 $\tau=\begin{bmatrix}K_E\\ l\\ X\end{bmatrix}$ のある利子率 r，實質賃銀率 w の下での利潤率 $\pi_\tau(r,\ w)$ は，$\pi_\tau(r,\ w)=\dfrac{X-l\cdot w}{K(E,\ r,\ w)}$ と定義される。τ の單位技術を t とすれば，$\pi_\tau(r,\ w)=\pi_t(r,\ w)$ は明らかである（假定6により）。さてある實質賃銀率 w の下で各技術について利子率と利潤率を正に等しからしめるような利子率（あるいは利潤率といってもよい）を求めてみる。即ち，ある單位技術 t に對して，

$r=\dfrac{x-w}{k(t,\ r,\ w)}$ を滿足するような r を求めてみる。

$k(t,\ r,\ w)$ は勿論，利子率 r 實質賃金率 w の下での t の資本設備の數量（商品ではかった）をあらわす。かかる r は實質賃銀率と技術の函數である。これを次のようにあらわす。

$$r_{t,\ w}=\varphi_t(w)$$

資本設備の數量の性質から φ_t は w の減少函數であることが分る[1]。

ある實質賃銀率 w の下で，すべての技術に關して最大の利子率を r_w とあらわす。即ち，

$$r_w=\max_{t\varepsilon T} r_{t,w}$$

この r_w を「w において競爭的な」利子率と呼び，$r_w = r_{\mathfrak{t}(w),w}$ なる $\mathfrak{t}_{(w)}$ を w において競爭的な技術と呼ぶ。これはチャンバーノーンの用語による。實質賃銀率 w の下で，2つの技術 $\mathfrak{t}_{1(w)}$ と $\mathfrak{t}_{2(w)}$ が共に競爭的であれば，それの混合もまた w の下で競爭的であることは明らかである。

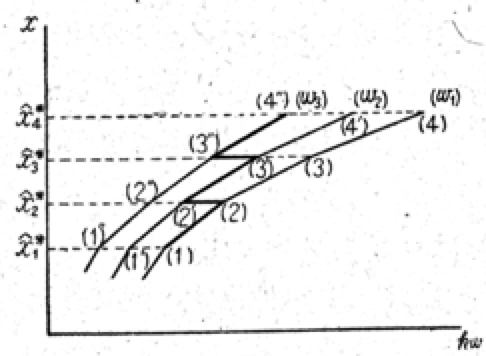
さて T においては，いかなる w においても競爭的でない技術が存在するかもしれない。かかる技術を無效な技術と呼び，ある w に對して競爭的であるような技術を有效な技術と呼ぶ。有效な單位技術の集合を T_E とする。さて支配される技術は必ず無效であるから，有效なものは支配されないものである。即ち，T_E は $\bar{T}^*$ の部分集合である。また〔假定 7〕によって T_E に含まれる基本的技術は有限ケである。これらの集合を $\hat{T}^*$ であらわす。即ち，$\hat{T}^* = (\mathfrak{t}^*_1, \mathfrak{t}^*_2, \cdots \mathfrak{t}^*_n)$ である。有效な基本的技術について次の假定をおくことにする。

〔假定 8〕 1つ以上の實質賃銀率において2つの基本的技術が共に競爭的であることはない。

〔假定 9〕 ある基本的技術が競爭的であるような實質賃銀率の値は閉ぢた連結した區間である。

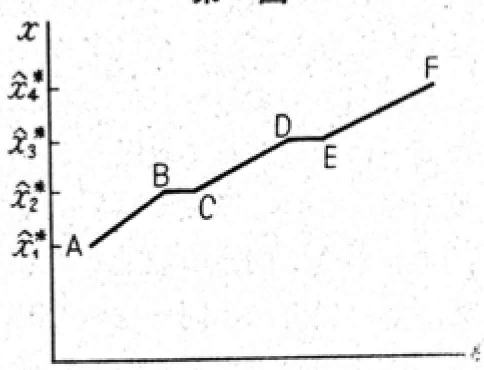
〔假定 8〕と〔假定 9〕によって，$w=0$ から $w=w_{max}$（競爭的な利子率が0になるような實質賃銀水準，即ち，$r_{w max}=0$）までの賃銀の區間を重なり合わない n コの區間に分割し，各閉區間で $\hat{T}^*$ のうちの1つ，且つただ1つの技術のみが競爭的であるようにすることができる。かかる分割點を $w_1, w_2, \cdots, w_{n-1}$ とし，閉區間〔$0, w_1$〕，〔w_1, w_2〕，……，〔$w_{n-1}, w_n = w_{max}$〕でそれぞれ競爭的な基本的技術を番號の適當なつけ替えによって，$t^*_1, t^*_2, \cdots, t^*_n$ とする。したがって，w_1 では t^*_1 と t^*_2 が共に競爭的であり，w_2 では t^*_2 と t^*_3 が共に競爭的である等々。一般に w_s で共に競爭的な t^*_s と t^*_{s+1} を接續する技術と呼び，それに用いられる資本設備 $\hat{e}^*_s$, $\hat{e}^*_{s+1}$ を接續する資本設備と呼ぶことにする。次に (x, k_w) 平面に，それぞれ $(r_{w1}, w_1), (r_{w2}, w_2), \cdots, (r_{wn-1}, w_{n-1})$ に對應する生産曲線を書く。利子率 r_{ws} の下では實質賃銀率 w_s が技術 t^*_s, t^*_{s+1} を同じ有利さにし，且つその利潤率が同じ利子率，賃銀率の下での最大の利潤率であるから，この2つの技術およびその混合が用いられるであろう。また w_s と w_{s+1} の間の實質賃銀率に對しては技術 $\mathfrak{t}^*_{s+1}$ のみが用いられるであろう。勿論，w_s と w_{s+1} の間で w が動くにつれて r_w も變化し，したがって k_w も變化する。生産力曲線の群でこれらの部分を結んでいったものが要素比曲線であり，第4圖の太い線の部分がそれである（(1)—(2)—(2′)—(3′)—(3″)—(4″) の折線である)。

第4圖



更に要素比曲線を (x, k) 平面に書直したものを資本比曲線という。即ち要素比曲線では横軸に勞働ではかった資本設備の數量をとるが，資本比曲線では横軸に商品ではかった資本設備の數量をとるのである。それは第5圖のように示されるであろう（A—B—C—D—E—F の折線である)。

第5圖



2.7 第4圖および第5圖に示した要素比曲線，資本比曲線がロビンソンの生産函數のグラヒカルな表現に外ならない。これを數式であらわせば次のようになるであろう。

先ず要素比曲線に關しては，それは次のような方程式群であらわされるであろう。

k_w が $k_w(\hat{e}^*_s, r_{ws}, w_s)$ と $k_w(\hat{e}^*_{s+1}, r_{ws}, w_s)$ の間では，　$x = w_s + r_{ws} \cdot w_s \cdot k_w$　　$(s=1, 2, \cdots, n-1)$

また，k_w が $k_w(\hat{e}^*_s, r_{ws-1}, w_{s-1})$ と $k_w(\hat{e}^*_s, r_{ws}, w_s)$ の間では，$\hat{x}^*_s = w + r_w \cdot w \cdot k_w(\hat{e}^*_s, r_w, w)$ $(s=1, 2, \cdots, n-1)$ ここで w は $w_{s-1} \leq w \leq w_s$ であり $\hat{x}^*_s$ は $\mathfrak{t}^*_s$ の産出量である。

資本比曲線については，それは次のような方程式群であらわされる。

k が $k(\hat{e}^*_s, r_{ws}, w_s)$ と $k(\hat{e}^*_{s+1}, r_{ws}, w_s)$ の間では，

$$x = w_s + r_{ws} \cdot k \qquad (s=1, 2, \cdots, n-1)$$

また，k が $k(\hat{e}^*_s, r_{ws-1}, w_{s-1})$ と $k(\hat{e}^*_s, r_{ws}, w_s)$ の間では，　$\hat{x}^*_s = w + r_w \cdot k(\hat{e}^*_s, r_w, w)$　$(s=1, 2, \cdots, n-1)$ ここで w は $w_{s-1} \leq w \leq w_s$ である。

これより更に次のような方程式群を導くことができるであろう。

K が $K(\hat{E}^*_s, r_{ws}, w_s)$ と $K(\hat{E}^*_{s+1}, r_{ws}, w_s)$ の間では，

---

1) $r = \dfrac{x-w}{k(t, r, w)}$ を書直して $r \cdot k(t, r, w) = x - w$。$t$ を一定とすれば x も一定であるから，w で微分すれば，$\dfrac{dr}{dw} = \dfrac{-\left(1 + r\dfrac{\partial k}{\partial w}\right)}{k + r\dfrac{\partial k}{\partial r}}$ をしる。$\dfrac{\partial k}{\partial r} > 0$, $\dfrac{\partial k}{\partial w} > 0$ と假定しているから $\dfrac{dr}{dw} < 0$，即ち $r_{t,w}$ は w の減少函數である。

$X=F_{1s}(l,\ K)=w_s \cdot l+r_{ws} \cdot K \quad (s=1,\ 2,\ \cdots,\ n-1)$

ここで $\hat{E}^*_s$ はいうまでもなく $\hat{e}^*_s$ の l 單位をあらわす。また，K が $K(\hat{E}^*_s,\ r_{ws-1},\ w_{s-1})$ と $K(\hat{E}^*_s,\ r_{ws},\ w_s)$ の間では $X=F_{2s}(l,\ K)=w \cdot l+r_w \cdot K(\hat{E}^*_s,\ r_w,\ w)$ $(s=1,\ 2,\ \cdots,\ n-1)$ $(w_{s-1} \leqq w \leqq w_s)$

これが資本の費用のタームでのロビンソンの生産函數であり，次節にのべようとするチャンパーノーンの生産函數に對應するものである。

要素比曲線，資本比曲線の幾何學的諸性質については省略する[2]。

2.8 チャンパーノーンはロビンソンの生産函數のすぐれた解説を試みたが，彼はJ・R單位は次の點で困難を包藏するという。

（1） 物理的には全く同一の資本設備が（しかも同じ技術の下での），利子率と賃銀率に關してのみ相異する2つの均衡狀態の下で，2つの相異る資本量としてあらわれる。これはかかる場合に同一の數量として取扱うとする常識的見地に反する。反對に，J・R 單位では，全く相異れる資本設備（物理的に）が全く同一の數量としてあらわれる場合もでてくる。この場合には同一量の勞働と資本に對して2つの相異った產出物が生ずるかもしれない。したがって要素投入のタームで產出物を與えるような函數は一價ではなくなる。

（2） J・R 單位の場合は勞働の賃銀率および資本の單位あたり報酬は完全競爭の下で勞働量および使用資本量に關する產出物の偏微分とは異るであろう。理論的操作のためには限界原理が成立つような生産函數をうることが望ましいが，ロビンソンの單位ではそれができない（とチャンーパーノーンはいう）。

J・R 單位はかかる難點をもつものとして，資本數量をはかるのに次のような方法を提案する。「同じ利子率（および賃銀率）で共に競争的な任意の2つの資本設備の數量の比率はその利子率（および賃銀率）で計算されたそれらの費用の比率に等しい」即ち，$\hat{e}^*_1,\ \hat{e}^*_2,\ \cdots,\ \hat{e}^*_n$ のチャンパーノーンの單位による數量を $c(\hat{e}^*_1),\ c(\hat{e}^*_2),\ \cdots,\ c(\hat{e}^*_n)$ とすれば，

$$c(\hat{e}^*_s) : c(\hat{e}^*_{s+1})=k(\hat{e}^*_s,\ r_{ws},\ w_s) : k(\hat{e}^*_{s+1},\ r_{ws},\ w_s) \quad (s=1,\ 2,\ \cdots,\ n-1)$$

とすることである。このような測り方によれば，任意の比例因子を別にすれば，資本設備の有效集合のすべての基本的設備の數量を決定することができる。さて任意の資本設備の數量を任意の大きさにきめると，その他の資本設備の數量は一義的に決定することができる。たとえば，$c(\hat{e}^*_1)=k(\hat{e}^*_1,\ r_{w1},\ w_1)$ と定めれば，$c(\hat{e}^*_2)=k(\hat{e}^*_2,\ r_{w1},\ w_1)$，$c(\hat{e}^*_3)=c(\hat{e}_2{}^*) \cdot \dfrac{k(\hat{e}^*_3,\ r_{w2},\ w_2)}{k(\hat{e}^*_2,\ r_{w2},\ w_2)}$，……，$c(\hat{e}^*_n)=c(\hat{e}^*_{n-1}) \cdot \dfrac{k(\hat{e}^*_n,\ r_{wn-1},\ w_{n-1})}{k(\hat{e}^*_{n-1},\ r_{wn-1},\ w_{n-1})}$ と一義的にきまる。接續する2つの基本的設備の混合の數量は次のように定められる。2つの接續する資本設備 $\hat{e}^*_s,\ \hat{e}^*_{s+1}$ の混合 $\lambda\hat{e}^*_s+(1-\lambda)\hat{e}^*_{s+1}$ の數量 $c(\lambda\hat{e}^*_s+(1-\lambda)\hat{e}^*_{s+1})$ は，$\lambda c(\hat{e}^*_s)+(1-\lambda)c(\hat{e}^*_{s+1})$ である。

相異れる有效な資本設備の數量を比較するこの方法を連鎖指數法 (chain index method) と呼んでいる。

さて資本の數量を上のように定めると，資本設備の費用のタームでの生産函數は次のように書き直されるであろう。

c が $c(\hat{e}^*_s)$ と $c(\hat{e}^*_{s+1})$ の間では，$x=w_s+\hat{r}_{ws} \cdot c$

$$(s=1,\ 2,\ \cdots,\ n-1)$$

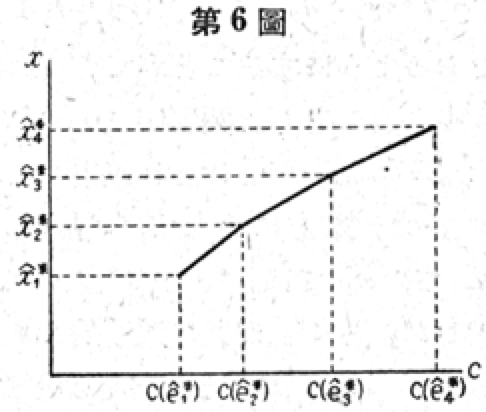
ここで $\hat{r}_{ws}$ は次のようなものである。

$$\hat{r}_{w1}=r_{w1},\ \hat{r}_{w2}=r_{w2},\ \hat{r}_{w3}=r_{w3} \cdot \frac{k(\hat{e}_3{}^* r_{w3},\ w_3)}{c(\hat{e}_3{}^*)},\ \cdots\cdots,$$

$$\hat{r}_{wn-1}=r_{wn-1} \cdot \frac{k(\hat{e}^*_{n-1},\ r_{wn-1},\ w_{n-1})}{c(\hat{e}^*_{n-1})}$$

かかる生産函數を $(x,\ c)$ 平面に圖示すれば，もはやJ・R 單位による資本比曲線のように横軸に平行な部分はなくなるであろう。即ち，第6圖の如くである。第6圖において各線分を延長した直線の x 軸に關する截片はその均衡狀態に對應する賃銀率をあらわし，線分上の1點における彈力性は資本の相對的分前を示すことは明らかである。

第6圖



またチャンパーノーンの生産函數は一般的には次のように書かれるから勞働について限界原理は成立つが，資本については成立たないことが分る。即ち，c が $C(\hat{E}^*_s)$ と $C(\hat{E}^*_{s+1})$ の間では，$X=G_s(l,\ C)=l \cdot w_s+\hat{r}_{ws} \cdot C$ $(s=1,\ 2,\ \cdots,\ n-1)$

ここで $\hat{E}^*_s$ は $l \cdot \hat{e}^*_s$ であり，$C(E^*_s)=l \cdot c(\hat{e}^*_s)$ である。

2.9 さて，次にかかるチャンパーノーンの見解を檢討してみよう。彼がJ・R單位の難點として擧げた2點は果して承認できるのであらうか。

先ず第1の點については，(物理的には) 同一の資本設備でも，異った利子率，實質賃銀率の下では異った數量をとるという見地は別に不合理ではなく，それを排斥する根據はない。ロビンソンの生産函數が單なる純技術的關係のものでなく極めて特異のものであることを考えれ

2) 水野正一「ロビンソンの生産函數」經濟科學第5卷第1號參照のこと。

ば特にそうである。チャンパーノーンがそれに難をつけた大きな理由は，そのような場合には生産函數が一價でなくなるという點であるようであるが，彼の連鎖指數法によっても生産函數が一價でなくなるような場合がおこりうるのである[3]。

彼がJ・R單位の第2の難點として指摘した點については，ロビンソンの生産函數について，實質賃銀率および利子率は，それぞれ，勞働量・資本量に關する産出量の偏微分に等しいという意味での限界原理が成立っていることは明らかであるから，チャンパーノーンの指摘はあたっていないというべきである。むしろ彼の生産函數の方こそ，資本量に關する偏微分は $\hat{r}_{ws}$ であり，これは利子率に等しくない。

更にチャンパーノーンの方法では重要な缺陷を含むことになる。それはロビンソンの資本比曲線（第5圖參照）において横軸に平行な部分（BC, DE の部分）は無意味な線分でなく，それぞれ均衡狀態に對應する有意味な部分である。ところがチャンパーノーンの方法では，かかる部分が消えて了うことになり不都合である。

このように考えてくると，彼の連鎖指數法は無意味であり，その生産函數はむしろ改惡であると斷ぜざるをえない。

3　ロビンソンの生産函數（連續な場合）

3.1　以上はデスクリートな場合を考察してきたが，次に連續的モデルの場合に移ろう。議論を單純にするために，すでにあげた假定のうち〔1〕,〔2〕,〔3〕,〔4〕,〔5〕,〔6〕はそのまま用い，〔7〕,〔8〕,〔9〕を次の2つの假定〔7′〕,〔8′〕でおきかえる。

〔假定7′〕　ある範圍の賃銀率の任意の値に對しては必ず競争的な技術が存在する。

〔假定8′〕　ある1つの賃銀率に對して競争的な技術は他の賃銀率の下で競争的であることはない。

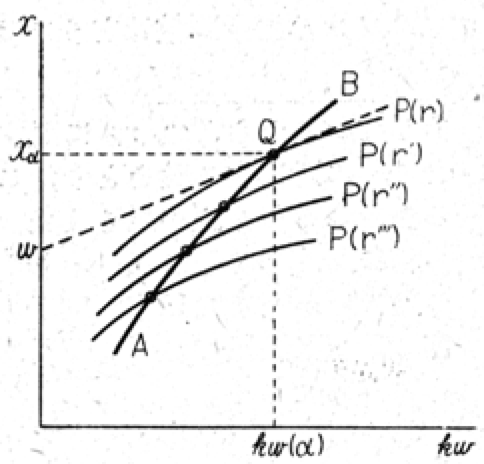
3.2　連續的な場合の技術は次のように規定される。u を連續的に變化する變數とすれば，u のある値に對して技術を對應せしめることができる。即ち，$\tau_u=\begin{bmatrix}E_u\\ l_u\\ X_u\end{bmatrix}$ とあらわせる。τ_u の集合を T_u とすれば，T_u については分割性，加法性が成立つことはデスクリートの場合と同様である。τ_u と同類の技術を〔τ_u〕であらわし，その單位技術を t_u であらわす。即ち，$t_u=\begin{bmatrix}\dfrac{E_u}{l_u}\\ 1\\ \dfrac{X_u}{l_u}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}e_u\\ 1\\ x_u\end{bmatrix}$ である。單位技術の集合を T_u であらわす。また基本的技術の集合を $T^*{}_u$,「支配されない」技術の集合を $\bar{T}^*{}_u$ とする。

ある實質賃銀率 w の下で競争的な技術を $t_{u(w)}$，競争的な利子率を r_w とあらわす。假定によって，ある賃銀率の下で競争的な技術，利子率は他の賃銀率の下では競争的でない。ある實質賃銀率 w とその下で競争的な利子率 r_w でもって，$\bar{T}^*{}_u$ のあらゆる技術の資本設備の實物資本量を計算する。u の連續的變化につれて，$k_w(e_u)$（e_u の實物資本量）と x_u は連續的に變化するが，u を消去して考えると，$k_w(e_u)$ の連續的變化と x_u の連續的變化の關係を示すある函數をうるであろう。それを，

$$x=P_w(k_w)$$

とあらわす。これは生産力函數ともいうべきものであって，これを (k_w, x) 平面に描けば生産力曲線をうる。これは各賃銀率（およびその下で競争的な利子率）に對して1つ描かれるであろう。$r'>r$ に對して $k_w(e_u, r')>k_w(e_u, r)$ と假定してよいから，これらの曲線群は第7圖のように描かれるであろう。$P(r), P(r'), \cdots$ はそれぞれ，$r<r'<r''<r'''$ なる利子率に對應する生産力曲線である。

第7圖



3.3　さて各實質賃銀率 w（および r_w）の下で競争的な技術の資本設備の實質資本量（この w, r_w での）とこの技術の産出高 $x_{u(w)}$ の關係は w を消去すれば，同じように (x, k_u) 平面に示される。これは生産力曲線上において，その賃銀率，利子率の下で競争的な技術に對する産出高と實物資本量をあらわす點を連ねていったものである。これが要素比曲線であり第7圖の曲線 AB はこれを示す。

この關係を横軸に實物資本量の代りに資本設備の費用（商品ではかった資本の數量）をとったものを資本比曲線と呼ぶ。要素比曲線も資本比曲線もロビンソンの生産函數のグラヒカルな表現である。

連續な場合には，1つの實質賃銀率（したがって1つの利子率）の下では，相異る2つの競争的な技術は存在しえないことを示すことができる[4]。したがって一定の

3)　文獻 (1) 及び（註 2）の筆者論文參照のこと。

4)　もし w, r_w の下で二つの技術 t_u と $t_{u'}$ が共に競争的であるとする。したがって t_u と $t_{u'}$ の混合もまたこの w, r_w の下で競争的である。圖で示せば連續的な場合には生産力曲線は連續で上方に對して凸に彎

賃銀率の下で競争的な技術は唯一つであると考えてよい。これデスクリートの場合と相異する點である。

要素比曲線は各生產力曲線と競争的な技術に對應する點で相交わるが，この交點におけるその生產力曲線の切線がx軸と交わる截片は對應する賃銀率を示し，また交點における生產力曲線の弾力性は資本の相對的分前を示すことは容易に證明されるがこれは脚註にゆずることにする5)。

4 ロビンソン生產函數の擴充

4.1 以上，ロビンソン女史の生產函數の輪郭を明らかにしたが，それは幾つかの單純化の假定に立つものであった。彼女の議論はこれらの假定に嚴格にしばられるものではないが，相當な程度においてこれらの假定に立って議論している。これらの假定のあるものはかなり非現實的なものである。これらを現實に近い假定でおきかえた場合，上述の議論はどうなるであろうか。ここではその一般的考慮は行わない。ただ〔假定 3〕において，一定の技術において用いられる勞働を資本設備の操作のみに向けられるとした場合，したがって利潤の計算においては資本設備の減價償却を考慮しなければならぬ場合にロビンソンの生產函數はどうなるかを見よう。

技術 t の資本設備の減價償却率を d とすると，技術の利潤率は今や次のように定義されるであろう。

$$\pi_t(r,\ w)=\frac{x-w-d\cdot w\cdot k_w(e,r,w)}{w\cdot k_w(e,r,w)}$$

利潤率がこのように定義されることに注意さえすれば以後の操作は既述のものと同様である。減價償却を考慮に入れた場合は，要素比曲線についてそれの延長がx軸と交わる截片は最早，それに對應する實質賃銀率に等しくなくなる。これは次のようにして示されるであろう。

要素比曲線上のある線分が實質賃銀率 w，利子率 r_w に對應するものとする。この w, r_w の下で技術 t_α と t_β が共に競争的であるとする。線分の上端の點は技術 t_α を，下端の點は技術 t_β をあらわすとする。この線分を通る直線の方程式を形式的に，

$$x=a+b\cdot k_w$$

と書いてみる。線分の上端と下端ではそれぞれ次が成立つ。

$$\frac{x_\alpha-w-d_\alpha\cdot k_w(\alpha,r_w)\cdot w}{k_w(\alpha,r_w)\cdot w}=r_w$$

$$\frac{x_\beta-w-d_\beta\cdot k_w(\beta,r_w)\cdot w}{k_w(\beta,r_w)\cdot w}=r_w$$

これより，a, b を求めると，

$$a=w\left(1+\frac{k_\alpha\cdot k_\beta(d_\beta-d_\alpha)}{k_\alpha-k_\beta}\right),$$

$$b=r_w\cdot w+\frac{w(d_\alpha\cdot k_\alpha-d_\beta\cdot k_\beta)}{k_\alpha-k_\beta}$$

ここで d_α, d_β は技術 t_α, t_β における資本設備の減價償却率であり，k_α, k_β は $k_w(\alpha,r_w)$, $k_w(\beta,r_w)$ をあらわす。

a は線分の延長の x 軸に關する截片をあらわすから，技術 t_α と t_β の減價償却率が等しい場合を除いては截片は賃銀率に等しくない。また線分上の點の彈力性は，兩技術の減價償却額が等しい場合を除いては，資本の相對的分前に等しくない。

4.2 これまで生產函數について述べてきたところは消費財部門に關するものであった。ロビンソンが「生產函數と資本の理論」および「資本蓄積論」末尾の「圖解」において取扱ったのは消費財部門に關するものであった。投資財部門の生產函數については明示的にふれていない。全經済が１つの企業に統合されている場合は投資財部門を分離する必要はないであろう。しかし現實にはこのような完全な統合は存在しない。消費財部門と投資財部門に分って考えなければならぬ。特に前節のように減價償却の存在を考慮に入れ，更に新投資を考慮しなければならないようになると，どうしても投資財部門を無視することはできない。彼女も「資本蓄積論」の本文において

曲しているから，w, r_w に對する生產力曲線の上で t_u と $t_{u'}$ に對應する點をとり，この點を結ぶ線分を考えると，この線分上の點もまた w, r_w の下で競争的な技術に對應する點である。しかし明らかにこの線分上の點はいかなる賃銀率，利子率の下でも競争的でない。即ち，無效な點である。何故なら生產力曲線の下方にあるからである。

5) 賃銀率 w に相應ずる生產力曲線について考える。要素比曲線との交點をQとする。この生產力曲線を (1) $x=P_w(k_w)$ とする。Qを通る切線の方程式を形式的に (2) $x=a+x'_{(a)}\cdot k_w$ と書いておく。$x'_{(a)}$ は Q 點における生產力函數の徴係數である。さて Q 點における利潤率は r_w に等しいから，(3) $x_a=w+r_w\cdot k_{w(a)}$ が成立つ。こゝで x_a は Q 點における x の値であり，$k_{w(a)}$ は k_w の値である。また賃銀率w，利子率 r_w の下では Q において利潤率極大であるから，

Q において，$\dfrac{d\left(\dfrac{x-w}{k_w}\right)}{dk_w}=0$ が成立つ。これより次をうる。(4) $x_a=w+x'_{(a)}\cdot k_{w(a)}$ したがって (2) と (4) から $a=w$, (3) と (4) から $x'_{(a)}=r_w$ をうる。したがって Q を通る切線の方程式は (5) $x=w+r_w\cdot k_w$ とかかれる。これより，切線の x 軸との截片は賃銀率 w に等しく，Q 點における切線の彈力性は

$\dfrac{r_w\cdot k_{w(a)}}{x_a}$ であるから，資本の相對的分前に等しいことは明らかである。

は明らかに投資財部門と消費財部門の2部門分割を考えて議論を展開している。しかしこのように投資財部門の存在を考えるとき，その部門の生産函數はどのようなものであるかについて殆んど論述がなされていない。これは彼女の理論體系における1つの根本的弱點ではないかと考えられる。

投資財部門の生産函數は消費財部門のそれと同様には論じえないように思われる。それはこの部門においては種々の點において消費財部門と事情を異にするからである。先ず投資財部門の產出高という言葉は各様に解釋される。それはこの部門における生産のための要素投入の概念と關連している。1つの考え方は，要素投入としては勞働のみを考え，この部門の產出高は消費財部門に賣られる（消費財部門で使用される資本設備の消耗補塡と新投資のための資本財）もののみを考えるゆき方である。したがってこの部門で使用される資本財は，投入された勞働が產出高に成熟してゆく過程の中間生産物と考えるのである。他の考え方は，要素投入としては勞働と資本財の兩者を考え，この部門の產出高は消費財部門に賣られる資本財のみならず，この部門においても使用されるすべての完成資本財を含むというゆき方である。この場合この產出高は，(i) 消費財部門における資本設備の消耗補塡，(ii) 投資財部門における資本設備の消耗補塡，(iii) 消費財部門における新投資および (iv) 投資財部門における新投資のために用いられるものである。

これらの何れのゆき方をとるにしても消費財部門の場合のようにはゆかないであろう。第1の考え方にしたがうときは投資財部門の利潤率をどのように定義したらよいであろうか。消費財部門の場合は，產出高と賃銀支拂額との差の使用資本財費用に對する比として定義した。しかしこの場合には分母となるべき使用資本財費用がないのである。

第2の考え方にしたがうときは，資本財の數量の測り方が旣述のものとはやや異ってこなければならないであろう。何故なら今や資本財の生産は勞働から出發すると考えるのではなくて，一定の資本財を使用しこれに勞働が附加されて生産されるからである。このような場合に資本の數量はどのようにはかられるのであろうか。一應は「その資本財を生産するに要した費用」によって測るということができるが，その「費用」の內容が問題である。この點に關してロビンソンの敍述は明確さを缺くように思われる。

しかし，かかる場合について資本の數量が適當に定義されるならば投資財部門の生産函數は消費財部門のそれと大體同じようにして導かれるであろう。

5 結 び

以上ロビンソンの生産函數の性格を明らかにしてきたが要約的に述べれば，一定の技術的知識の狀態の下で，

(1) 利潤率と利子率は一致する，(2) 資本の數量は利子率の函數である，(3) 一定の實質賃銀率の下では，極大の利潤率をもたらす技術が選ばれる，

の諸條件を滿足する使用資本設備の數量と產出高との關係を與えるものが生産函數である。したがって從來考えられていた純技術的な生産函數と異なり，それは純技術的な關係の外にある種の極大條件が含まれるような極めて特異な生産函數であり，一種の均衡狀態をあらわすものである。それは各實質賃銀率に對して，上記三條件を滿足するところの採用さるべき技術，したがって使用資本設備の數量と產出高を與える。ロビンソンはかかる生産函數を縱橫に驅使して彼女の長期發展理論を展開し見事な成果をあげている。長期發展理論のかかる展開の仕方は彼女のすぐれた伎倆を示すもので敬服の外はない。本小論はその基礎となり骨格となった生産函數の性格をできる限り明らかにしようと試みたものである。

1957. 2. 12

参 照 文 獻

1) D. G. Champernowne, "The Production Function and the Theory of Capital. A Comment. *Review of Economic Studies* Vol. XXI No. 2. 1953—54.
2) D. G. Champernowne and R. F. Kahn, The Value of Invested Capital. *Review of Economic Studies*, Vol. XXI. No. 2, 1953—54.
3) J. Robinson, *The Accumulation of Capital*, 1956.
4) J. Robinson, "The Production Function and the Theory of Capital," *Review of Economic Studies*, Vol. XXI. No. 2, 1953—54.
5) J. Robinson, "The Production Function." *Economic Journal*, March. 1955.
6) R. M. Solow, "The Producton Function and the Theory of Capital." *Review of Economic Studies*, Vol. XXIII (2) No. 61, 1955—56.

後記　エコフィー研究會の人々に感謝する。