生産の動きと附加價値の動き

山　田　　勇

1 は し が き

われわれは，實際の附加價値または國民所得の推計作業において，その伸びを推定するのに，しばしば，生產指數の伸びをもって代用することがある。このことは，現在統計資料の比較的整備された國では，他の資料に先立って，生產指數の作成が行われるためである。

それでは，生產指數の伸びと國民所得の伸びとは，同一視して差支えないものであろうか。この點についての理論的な研究を見出すことができないので，本稿で，この問題を取扱うことにした。

まず，いわゆるラスパイレス式による生產指數，すなわち各個別商品の生產指數を基準時點の生產額で加重算術平均したものと，普通に用いられる生產指數，すなわち個別生產指數を基準時點の附加價値で加重算術平均したものとの相違に注意し，前者と後者との性格の差の意味を追求した。

ついで，附加價値の時間的變動を測定する尺度として，新らしく附加價値指數を定義し，これと眞の附加價値指數とが相接近すること，いいかえれば，このような附加價値指數をもって眞の附加價値水準とみなしても，さして大きな誤りのないことを證明した。

そして最後に，生產量の變動がラスパイレス式の生產指數に與える影響，もしくは普通の生產指數に與える影響によって，附加價値の變動を測定することの妥當性を證明した。さらに，その證明の過程において，このような變動測定のためには，ラスパイレス式の生產指數を使用しても，あるいは普通の生產指數を使用しても，同じ結果を與えることを併せて證明した[1)]。

2 生產指數の意味

生產指數は，それがどのような形式で測定されようとも，總生產數量の時間的な變動割合を示すことは明らかである。そこでいま，ラスペイレス式の生產指數をとって考えてみよう。これがつぎの式によって示されることは周知のところであろう。

$$Q_L=\frac{\Sigma p_0q_1}{\Sigma p_0q_0} \tag{1}$$

ここに Q_L はラスパイレス式による生產指數であり，p_0 は基準時點0における價格，q_0，q_1 はそれぞれ基準時點および比較時點1における生產數量である。(1) 式を書き直せば

$$Q_L=\frac{\Sigma\left(\frac{q_1}{q_0}\right)w_0}{\Sigma w_0},\quad w_0=p_0q_0 \tag{2}$$

この式のなかの q_1/q_0 は個別商品の數量指數にほかならない。したがって，Q_L は，個別數量指數の，w_0 をウェイトとする加重算術平均である。

ところで，實際の指數算式では，ウェイトとして，基準時點の生產額 w_0 ではなく，この時點の個別商品についての附加價値 v_0 を用いている。すなわち，(2) 式の代りに

$$Q_L'=\frac{\Sigma\left(\frac{q_1}{q_0}\right)v_0}{\Sigma v_0} \tag{3}$$

そこで，いま (2) 式と (3) 式との差をとれば

$$Q_L-Q_L'=\frac{\Sigma\left(\frac{q_1}{q_0}\right)w_0}{\Sigma w_0}-\frac{\Sigma\left(\frac{q_1}{q_0}\right)v_0}{\Sigma v_0}$$
$$=\frac{\Sigma v_0\cdot\Sigma\left(\frac{q_1}{q_0}\right)w_0-\Sigma w_0\cdot\Sigma\left(\frac{q_1}{q_0}\right)v_0}{\Sigma w_0\cdot\Sigma v_0}$$

したがって

$$\Sigma v_0\cdot\Sigma\left(\frac{q_1}{q_0}\right)w_0\gtreqless\Sigma w_0\cdot\Sigma\left(\frac{q_1}{q_0}\right)v_0 \tag{4}$$

にしたがって，$Q_L\gtreqless Q_L'$ である。

一般に，附加價値は生產額 w_0 からその生產に必要な生產財の使用額 c_0 を差引いたものとして定義せられるから[2)]，$v_0=w_0-c_0$ であり，これを (4) 式に代入すれば

1) 本研究は，農林省科學研究費による「農業生產力發展の測定に關する統計的研究」の一部として發表した「生產と附加價値」(「農業における經濟指數の測定に關する統計的研究」1956 年6月) を加筆訂正し，さらに問題を擴充したものである。

2) $v_0=w_0-c_0$ であるから，これは gross product である。もし v_0 を net product と考える必要のある場合は，c_0 のなかに減價償却費を加えなければならないが，いずれの場合であっても，以下の考察には變りがない。

$$\Sigma(w_0-c_0)\cdot\Sigma\left(\frac{q_1}{q_0}\right)w_0 \gtreqless \Sigma w_0\cdot\Sigma\left[\frac{q_1}{q_0}(w_0-c_0)\right]$$

これを整理して

$$\frac{\Sigma\left(\frac{q_1}{q_0}\right)c_0}{\Sigma c_0} \gtreqless \frac{\Sigma\left(\frac{q_1}{q_0}\right)w_0}{\Sigma w_0} \qquad (5)$$

がえられる。この式の右邊は，いうまでもなく，(1) 式で與えられる理論的なラスパイレス式であるが[3]，これに對して左邊は，生產財使用額をウェイトとする，個別數量指數の加重算術平均であり，便宜上これを Q_L'' であらわす。

すなわち

$$Q_L''=\frac{\Sigma\left(\frac{q_1}{q_0}\right)c_0}{\Sigma c_0} \qquad (6)$$

であって，これを生產財使用額加重指數（ラスパイレス式）または簡單に生產財加重指數と名ずけよう。これに對し，Q_L を理論的生產指數（ラスパイレス式），Q_L' を附加價值加重指數（ラスパイレス式）と呼ぶことにしよう。理論的生產指數が生產額加重指數であることはいうまでもない。

(5) 式の意味するところを言葉でいいあらわせばつぎのようになる。

生產財加重指數 Q_L'' が理論的生產指數 Q_L よりも大なるか，等しいか，あるいは小なるかにしたがって，理論的生產指數は實際に使用せられる附加價值加重指數よりも大となるか，等しいか，あるいは小となる。

ところで，(2) 式の Σw_0 は常數であるから，これを W_0 であらわし，さらに Σv_0 も同樣に常數であることに注意し，これを V_0 とすれば，

$$Q_L=\frac{\Sigma\left(\frac{q_1}{q_0}\right)w_0}{W_0}=\Sigma\left(\frac{q_1}{q_0}\right)\left(\frac{w_0}{W_0}\right)$$

$$Q_L'=\frac{\Sigma\left(\frac{q_1}{q_0}\right)v_0}{V_0}=\Sigma\left(\frac{q_1}{q_0}\right)\left(\frac{v_0}{V_0}\right)$$

第1式から第2式を差引けば

$$Q_L-Q_L'=\Sigma\left(\frac{q_1}{q_0}\right)\left(\frac{w_0}{W_0}-\frac{v_0}{V_0}\right) \qquad (7)$$

となる。そこで，もし，あらゆる商品について $w_0/W_0>v_0/V_0$ であれば $Q_L>Q_L'$ となるが，一般的にはこのようなことはない。したがって (7) 式からは一般的に Q_L と Q_L' との大小關係を論ずることはできない。

3 附加價值指數

つぎに，附加價值の時間的變動をはかるために附加價值指數を定義しよう。まず實質的な附加價值の定義から初める。そこで，實質的な附加價值とは，ある時點における個別商品の附加價值をそのときの價格でデフレートしたものとする。そうすると，個別商品の實質的附加價值の基準，比較兩時點の比は個別附加價值指數である。たとえば第 i 番目の個別附加價值指數は

$$\frac{p_1^{(i)}q_1^{(i)}-c_1^{(i)}}{p_1^{(i)}}\bigg/\frac{p_0^{(i)}q_0^{(i)}-c_0^{(i)}}{p_0^{(i)}} \qquad (8)$$

で與えられる。ところで，附加價值指數とは，(8) 式の個別附加價值指數を，通常の加重方法にしたがって，附加價值をウェイトとした加重算術平均である，と定義する。いま附加價值指數を V とすれば

$$V=\frac{\Sigma\left(\frac{p_1q_1-c_1}{p_1}\bigg/\frac{p_0q_0-c_0}{p_0}\right)(w_0-c_0)}{\Sigma(w_0-c_0)} \qquad (9)$$

あるいはこれを整理して

$$V=\frac{\Sigma\left(\frac{p_0}{p_1}\right)(p_1q_1-c_1)}{\Sigma(p_0q_0-c_0)} \qquad (10)$$

と定義することになる。もしこの際

$$\frac{p_1'}{p_0'}=\frac{p_1''}{p_0''}=\cdots\cdots=\frac{p_1^{(n)}}{p_0^{(n)}}=P_{01}$$

と假定すれば

$$V=\frac{\Sigma(p_1q_1-c_1)}{P_{01}}\bigg/\frac{\Sigma(p_0q_0-c_0)}{P_{00}} \qquad (11)$$

となる。ここに P_{01} はラスパイレスの物價指數であって[4]，は附加價值加重物價指數は

$$P_{01}=\frac{\Sigma\left(\frac{p_1}{p_0}\right)v_0}{\Sigma v_0}$$

であらわされる。この式から $P_{00}=1$ となることは明らかである。(11) 式の意味するところはつぎの如くである。基準時點における實質的總附加價值に對する比較時點における實質的總附加價值の比が，附加價值指數であって，この式は普通便宜的にとられる方法を示すものにほかならない。しかしここに注意すべきことは，附加價值指數を (9) 式の如く定義するかぎり，個別價格指數が商品ごとに相等しく，しかもその値がラスパイレスの物

3) ここに生產額加重指數を理論的といったのは，附加價值加重生產指數に對して相對的に一層理論的であるという意味である。この形の生產指數は歷史的に一番古くから取り上げられ，また，眞の生產水準と生產指數との關係が論ぜられるものとすれば，通常の手法にならって，この形の指數が用いらるべきであろう。

4) P_{01} は本文ではラスパイレス式であるが，これはもちろんパーシェ式であっても，何等理論の變更を必要としない。

價指數に等しいことが條件となる，ということである。

(9) 式もしくは (10) 式の附加價値指數 V の性質を見るために，函數論的に眞の附加價値指數を定義しよう。

眞の附加價値指數 I とは，比較時點において，基準時點における附加價値 A_0 のときと同じ價格體系を持った場合の附加價値を A_1 とすれば，I は A_0 に對する A_1 の比，すなわち

$$I=A_1/A_0 \tag{12}$$

と定義することにする5)。

ところで，いま r をもって生產物1單位あたりの原材料費とすれば，基準時點においては $r_0=c_0/q_0$，比較時點においては $r_1=c_1/q_1$ であるが，c の內容は，原材料 X', X'',……, $X^{(m)}$ の使用量をそれぞれ x', x'',……, $x^{(m)}$ とし，それらの價格をそれぞれ π', π'',……, $\pi^{(m)}$ とすれば

$$c_0=\pi_0'x_0'+\pi_0''x_0''+\cdots\cdots+\pi_0^{(m)}x_0^{(m)}=\sum^m\pi_0x_0$$

$$c_1=\pi_1'x_1'+\pi_1''x_1''+\cdots\cdots+\pi_1^{(m)}x_1^{(m)}=\sum^m\pi_1x_1$$

である。さらに比較時點において價格だけを基準時點にとるものとしたときの原材料使用額は

$$c_1'=\pi_0'x_1'+\pi_0''x_1''+\cdots\cdots+\pi_0^{(m)}x_1^{(m)}=\sum^m\pi_0x_1$$

であらわされる。いま，生產量1單位あたりの原材料費 r を，基準時點と比較時點について考えれば

$$r_0=c_0/q_0=(\sum^m\pi_0x_0)/q_0$$

$$r_1=c_1/q_1=(\sum^m\pi_1x_1)/q_1$$

であり，さらに r_1' をつぎのように定義する。

$$r_1'=c_1'/q_1=(\sum^m\pi_0x_1)/q_1$$

そうすると，眞の附加價値指數 I は，その定義にしたがって，つぎの如くあらわすことができる。

$$I=\frac{\Sigma(p_0-r_1')q_1}{\Sigma(p_0-r_0)q_0} \tag{13}$$

そこで，いま (10) 式の V と (13) 式の I との差をとれば

$$V-I=\frac{\Sigma\left[\frac{p_0}{p_1}(p_1-r_1)q_1-(p_0-r_1')q_1\right]}{\Sigma(p_0q_0-c_0)}$$

$$=\frac{\Sigma\left(r_1'-\frac{p_0r_1}{p_1}\right)q_1}{\Sigma(p_0q_0-c_0)}$$

$$=\frac{\sum^n\left(\sum^m\pi_0x_1-\frac{p_0}{p_1}\sum^m\pi_1x_1\right)}{\sum^n(p_0q_0-c_0)} \tag{14}$$

ところで一般に $\sum^n(p_0q_0-c_0)>0$ であるから，(14) 式は結局少くとも

$$D=\sum^m\pi_0x_1-\frac{p_0^{(j)}}{p_1^{(j)}}\sum^m\pi_1x_1\gtreqless 0 \quad (j=1,\cdots\cdots,n) \tag{15}$$

の場合は，$V\gtreqless I$ となる。(15) 式をさらに整理すれば

$$D=\sum^m\left(\pi_0-\frac{p_0^{(j)}}{p_1^{(j)}}\pi_1\right)x_1\gtreqless 0 \tag{16}$$

となる。したがって $V-I$ の符號は少くとも $\pi_0^{(i)}-\frac{p_0^{(j)}}{p_1^{(j)}}\pi_1^{(i)}$ の符號によって決定される。このことは記號的につぎの如く書くことができよう。

$$\mathrm{sign}D=\mathrm{sign}\left(\pi_0^{(i)}-\frac{p_0^{(j)}}{p_1^{(j)}}\pi_1^{(i)}\right) \quad \left(\begin{matrix}j=1,\cdots\cdots,n\\ i=1,\cdots\cdots,m\end{matrix}\right) \tag{17}$$

そこでいま，つぎのような第 j 番目の企業の利潤函數 $g^{(j)}$ を考えることとする。まず，基準時點においては

$$g_0^{(j)}=p_0^{(j)}q_0^{(j)}-\sum^m\pi_0x_0-B_0^{(j)}$$

比較時點においては

$$g_1^{(j)}=p_1^{(j)}q_1^{(j)}-\sum^m\pi_1x_1-B_1^{(j)}$$

ただし，$B_0^{(j)}$, $B_1^{(j)}$ はそれぞれ基準，比較兩時點の生產要素費用すなわち，賃金，利子，地代から構成されるものとし，さらにこれらの合計 B は社會的に x に對して一定の値をとるものと假定しよう。x に關するこのような利潤極大の條件は，周知の如く

$$\frac{\partial g_0^{(j)}}{\partial x_0^{(i)}}=p_0^{(j)}\frac{\partial q_0^{(j)}}{\partial x_0^{(i)}}-\pi_0^{(i)}=0$$

$$\frac{\partial g_1^{(j)}}{\partial x_1^{(i)}}=p_1^{(j)}\frac{\partial q_1^{(j)}}{\partial x_1^{(i)}}-\pi_1^{(i)}=0$$

上式から

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial q_0^{(j)}}{\partial x_0^{(i)}}&=\frac{\pi_0^{(i)}}{p_0^{(j)}}\\ \frac{\partial q_1^{(j)}}{\partial x_1^{(i)}}&=\frac{\pi_1^{(i)}}{p_1^{(j)}}\end{aligned}\right\} \tag{18}$$

である。$\partial q_0^{(j)}/\partial x_0^{(i)}$, $\partial q_1^{(j)}/\partial x_1^{(i)}$ はそれぞれ第 j 番目の企業についての第 i 番目の生產財使用量に關する限界生產力である。一般に，このような限界生產力は比較時點において新らしい技術の導入により增大するものと，

5) 眞の附加價値指數とは何であるかを定義することは極めて困難である。ここでは一應基準時點の價格體系を持った比較時點の附加價値を考察の對象としたが，もし何等かの企業者の經濟行動を前提とすることになれば，このような假定は不當であろう。しかし，現在のところ，附加價値の極大を企業者が企てるものとは考えられず，このことからは，一應比較時點において基準時點の價格體系を保つという假定は，餘り制約を受けないであろう。あとで，利潤極大の企業者行動を取り入れるが，その場合は，その行動は基準時點內，もしくは比較時點內の行動であって，兩時點間の行動は假定されていない。

減少するものとがある。したがって (18) 式の基準，比較両時點の限界生產力は何れが大で，何れが小となるかは，一概には決められない。したがって，(18) 式の右邊は，任意企業の任意の生産財に關しては，ある場合には前者が後者より大きくなり，ある場合には等しいこともあり，またある場合には小ともなる。すなわち

$$\frac{\pi_0^{(i)}}{p_0^{(j)}} \gtreqless \frac{\pi_1^{(i)}}{p_1^{(j)}} \qquad \begin{pmatrix} j=1,\cdots\cdots,\ n \\ i=1,\cdots\cdots,\ m \end{pmatrix} \qquad (18a)$$

このことから，V と I は一致することもあり，前者が後者よりも大となることもあり，小となることもある。したがって，両者の差は餘りに大きくはならないということが考えられる。この事實から，實際には，(10) 式の V をもって (13) 式で定義されるような眞の附加價値指數と見なしても大して誤りはないと考えられる[6]。

4 生產指数の動きと附加價値指數の動き

この問題を2つに分けて考えよう。そのうちの1つは，(1) 式によってあらわされる理論的生產指數の時間的な變動と (11) 式の附加價値指數の時間的變動との關係であり，第2は實際に使用せられる附加價値加重指數 (3) 式の時間的變動と (11) 式の時間的變動との關係である。

A. 理論的生產指數の動きと附加價値指數の動き

(1) 式において，第 i 番目の商品の比較時點における數量が變化したとき，どのような結果を生ずるかを見てみよう。このためには，(1) 式を $q_1^{(i)}$ に關して偏微分する。すなわち

$$\frac{\partial Q_L}{\partial q_1^{(i)}} = \frac{\partial}{\partial q_1^{(i)}} \frac{\Sigma\left(\dfrac{q_1}{q_0}\right)w_0}{\Sigma w_0} = \frac{p_0^{(i)}}{\Sigma w_0} \qquad (19)$$

同様に，(10) 式における $q_1^{(i)}$ の變動効果を見るために，これを $q_1^{(i)}$ に關して偏微分すれば，その結果はつぎ如くである。

$$\frac{\partial V}{\partial q_1^{(i)}} = \frac{\left(\dfrac{p_0^{(i)}}{p_1^{(i)}}\right)(p_1^{(i)} - \partial c_1^{(i)}/\partial q_1^{(i)})}{\Sigma(p_0q_0 - c_0)}$$

この際，p と q とは獨立であることが假定されている。これは，原子論的指數論においては，いつも採用される假定である。さらにまた，このような觀點から限界生產費 $\partial c_1^{(i)}/\partial q_1^{(i)}$ も零とおけば[7]，上式はつぎの式となる。

$$\frac{\partial V}{\partial q_1^{(i)}} = \frac{p_0^{(i)}}{\Sigma(p_0q_0 - c_0)} = \frac{p_0^{(i)}}{\Sigma v_0} \qquad (20)$$

理論的生產指數と附加價値指數とが，$q_1^{(i)}$ の變化に關して，比例的な變動効果を示すかどうかを見るために，比例常數を m として，つぎの式を考える。

$$\frac{p_0^{(i)}}{\Sigma w_0} = m\frac{p_0^{(i)}}{\Sigma v_0}$$

これから

$$m = \frac{\Sigma v_0}{\Sigma w_0} \qquad (21)$$

がえられる。この右邊は基準時點の全所得率であるから，既知の常數である。したがって，理論的生產指數の $q_1^{(i)}$ に關する變動効果は，$q_1^{(i)}$ に關する附加價値指數の變動効果の全所得率倍であることがわかる。このことはすべての $q_1^{(i)}(i=1,\cdots\cdots,n)$ について考えられるから，q_1 のすべての變動に關する理論的生產指數の變動結果は附加價値指數の變動結果の全所得率倍であるということになる。これによって，附加價値の變動を生產指數の變動によって推定することができる。

B. 附加價値加重生產指數の動きと附加價値指數の動き

附加價値加重指數 (3) 式が $q_1^{(i)}$ の變動に應じて變化する結果は，この式を $q_1^{(i)}$ に關して偏微分することによって求められることは，まえの場合と同じである。すなわち

$$\frac{\partial Q_L'}{\partial q_1^{(i)}} = \frac{v_0^{(i)}/q_0^{(i)}}{\Sigma v_0}$$

これが (20) 式の m' 倍であるとして

$$\frac{\dfrac{v_0^{(i)}}{q_0^{(i)}}}{\Sigma v_0} = m'\frac{p_0^{(i)}}{\Sigma v_0}$$

これは $q_1^{(i)}$ の變動効果であるが，これらの個別的な變動効果を平均するために，この式の兩邊に $q_0^{(i)}$ をかけて，その結果を全商品に關して合計すれば

$$\frac{\Sigma v_0}{\Sigma v_0} = m'\frac{\Sigma p_0q_0}{\Sigma v_0}$$

これから，ただちに

$$m' = \frac{\Sigma v_0}{\Sigma w_0} \qquad (22)$$

となる。この式の右邊が全所得率であることはいうまでもない。しかも $m=m'$ であることが (21)，(22) 兩式からわかる。したがって，附加價値加重生產指數の q_1 に關する變動結果は，附加價値指數の變動結果に全所得率を乘じた結果と等しくなる。

---

6) もし (18a) 式において，全商品を通じて不等號の向きが1方向に決まれば，両者の開きは一番大きくなるが，現實には1方向に偏ることは考えられないから，その開きが小さくなるのである。

7) ここでは原子論的な取り扱いをしているので，$\partial c_1^{(i)}/\partial q_1^{(i)}$ は零としたのであるが，もし，函數論的に分析するものとすれば，この値は，利潤極大の條件のもとでは，近似的に $p_0^{(i)}$ となり，したがって，$\partial V/\partial q_1^{(i)}$ は零となる。