

産業連関分析におけるアグリゲーション の経済的意味について

山 田 勇

1 はしがき

部門のアグリゲーションの問題は、産業連関表を作成する場合にも、またこれを利用する場合にも、あらかじめ理論的、實証的に検討しておかねばならぬことである。

しかし、現在までにわかったアグリゲーションの条件は、アグリゲーションの前後において、リバーカッションの効果が変化しないという数学的條件であって¹⁾、これは餘りにも厳しすぎ、したがって、これでは産業連関表の實際的な用途をいちじるしく限定することとなる。

これの救済方法として、このような数学的條件を大體において満たすような場合にまで、條件を緩和する方法が提案されてはいるが、それでもなお、実際にはこのような場合に出会うことは稀であるといった方が一般的である²⁾。

筆者はまえに、アグリゲーションの前後におけるリバーカッションの效果の相等、相違について、1つの経済的意味づけを與えたが、これはまだ試論的なものであることを断っておいた³⁾。本稿では、これに引き續いて、アウトプットの大きさとは無關係に、アグリゲーションの前後におけるリバーカッションの效果の相違する條件を導くこととした。本稿もまた1つの試論に過ぎないことをつけ加えておこう。

2 アグリゲーション

1) 荒憲治郎「産業部門の統合と動學的安定條件」一橋論叢 30年6月 pp. 95-100.

山田勇「産業連関分析におけるアグリゲーションの條件について」一橋大學創立80周年記念論集(下卷) pp. 367-394.

2) P. A. Samuelson, *Brief Summary of the Leontief Input-Output System*, pp. 17-19.

F. T. Moore, *A Survey of Current Interindustry Models, Input-Output Analysis: An Appraisal*, 1955. p. 228.

M. Hatanaka, *Note on Consolidation within a Leontief System*, *Econometrica*, XX 2, April 1952. pp. 301-305.

3) 山田勇 前掲書 p. 368.

そこで、まずアグリゲーションとリバーカッションとの關係を分析しよう。いま、つぎの3部門分割表を考える。

第1表

	第I部門	第II部門	第III部門	最終需要	總アウト プット
第I部門	$a_{11} X_1$	$a_{12} X_2$	$a_{13} X_3$	Y_1	X_1
第II部門	$a_{21} X_1$	$a_{22} X_2$	$a_{23} X_3$	Y_2	X_2
第III部門	$a_{31} X_1$	$a_{32} X_2$	$a_{33} X_3$	Y_3	X_3

この表のなかの a_{ij} は投入係数であって、 $a_{ij} = x_{ij}/X_j$ である。また X_i, Y_i はそれぞれ第 i 部門のアウトプットおよび最終需要を示す。この表を基礎として、第I部門と第II部門とを統合し、第III部門はそのままとすれば、第2表がえられる。ただし、第0部門とは、第I部門と第II部門とを統合した部門である。

第2表

	第0部門	第III部門	最終需要	總アウト プット
第0部門	$b_{00} X_0$	$b_{03} X_3$	Y_0	X_0
第III部門	$b_{30} X_0$	$b_{33} X_3$	Y_3	X_3

一般に

$$(1) \begin{cases} b_{00} = \frac{(a_{11} + a_{21})X_1 + (a_{12} + a_{22})X_2}{X_1 + X_2} \\ b_{30} = \frac{a_{31}X_1 + a_{32}X_2}{X_1 + X_2} \\ b_{03} = a_{13} + a_{23}, & a_{33} = b_{33} \end{cases}$$

である。すなわち b_{00} は $a_{11} + a_{21}$ と $a_{12} + a_{22}$ との、それぞれ X_1, X_2 をウェイトとする、加重算術平均であり、 b_{30} は a_{31} と a_{32} との、それぞれ X_1, X_2 をウェイトとする加重算術平均にほかならない。さらに b_{03} は a_{13} と a_{23} との合計である。

投入係数のマトリックスを A とすれば、3部門分割表の A (これを A_1 であらわす) は

$$(2) A_1 \equiv \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

で與えられる。またアウトプットの列ベクトルを $X \equiv$

$\{X_1, X_2, X_3\}$, 最終需要の列ベクトルを $Y \equiv \{Y_1, Y_2, Y_3\}$ とすれば, つぎの関係が成立することはよく知られたところである。

$$(3) \quad X = [U_3 - A_1]^{-1} Y$$

ここで U_3 は 3 次の単位マトリックスであり, $\det[U_3 - A_1] \neq 0$ であることはいうまでもない。ところで, 逆マトリックス $[U_3 - A_1]^{-1}$ を実際に求めてみる。

$$(4) \quad [U_3 - A_1]^{-1} = \begin{pmatrix} 1-a_{11} & -a_{12} & -a_{13} \\ -a_{21} & 1-a_{22} & -a_{23} \\ -a_{31} & -a_{32} & 1-a_{33} \end{pmatrix}^{-1} \\ \equiv \begin{pmatrix} a^{11} & a^{12} & a^{13} \\ a^{21} & a^{22} & a^{23} \\ a^{31} & a^{32} & a^{33} \end{pmatrix}$$

a^{ij} は逆マトリックスの要素である。これはつぎの如く, a_{ij} であらわされる。

$$(5) \quad \begin{cases} a^{11} \equiv \frac{1}{\det[U_3 - A_1]} [(1-a_{22})(1-a_{33}) - a_{23} a_{32}] \\ a^{21} \equiv \frac{1}{\det[U_3 - A_1]} [a_{21}(1-a_{33}) + a_{23} a_{31}] \\ a^{31} \equiv \frac{1}{\det[U_3 - A_1]} [a_{31}(1-a_{22}) + a_{21} a_{32}] \\ a^{12} \equiv \frac{1}{\det[U_3 - A_1]} [a_{12}(1-a_{33}) + a_{13} a_{32}] \\ a^{22} \equiv \frac{1}{\det[U_3 - A_1]} [(1-a_{11})(1-a_{33}) - a_{13} a_{31}] \\ a^{32} \equiv \frac{1}{\det[U_3 - A_1]} [a_{32}(1-a_{11}) + a_{12} a_{31}] \\ a^{13} \equiv \frac{1}{\det[U_3 - A_1]} [a_{13}(1-a_{22}) + a_{12} a_{23}] \\ a^{23} \equiv \frac{1}{\det[U_3 - A_1]} [a_{23}(1-a_{11}) + a_{13} a_{21}] \\ a^{33} \equiv \frac{1}{\det[U_3 - A_1]} [(1-a_{11})(1-a_{22}) - a_{12} a_{21}] \end{cases}$$

したがって, (3) から

$$(6) \quad \begin{cases} X_1 = a^{11} Y_1 + a^{12} Y_2 + a^{13} Y_3 \\ X_2 = a^{21} Y_1 + a^{22} Y_2 + a^{23} Y_3 \\ X_3 = a^{31} Y_1 + a^{32} Y_2 + a^{33} Y_3 \end{cases}$$

同様の操作を 2 部門統合表について行ってみる。まずこの場合の投入係数のマトリックス A_2 は,

$$(7) \quad B_2 \equiv \begin{bmatrix} b_{00} & b_{03} \\ b_{30} & b_{33} \end{bmatrix}$$

であり, $\det[U_2 - B_2] \neq 0$ として, 逆マトリックス $[U_2 - B_2]^{-1}$ を求める。この場合の U_2 は 2 次の単位マトリックスである。

$$(8) \quad [U_2 - B_2]^{-1} = \begin{bmatrix} b^{00} & b^{03} \\ b^{30} & b^{33} \end{bmatrix}$$

a^{ij} を求めると, つぎの式がえられる。

$$(9) \quad \begin{cases} b^{00} \equiv \frac{1}{\det[U_2 - B_2]} [1 - a_{33}] \\ b^{30} \equiv \frac{1}{\det[U_2 - B_2]} b_{30} \\ b^{03} \equiv \frac{1}{\det[U_2 - B_2]} b_{03} \\ b^{33} \equiv \frac{1}{\det[U_2 - B_2]} [1 - b_{00}] \end{cases}$$

この記號を使って, X の値を求めると

$$(10) \quad \begin{cases} X_0 = b^{00} Y_0 + b^{03} Y_3 \\ X_3 = b^{30} Y_0 + b^{33} Y_3 \end{cases}$$

いま部門の統合においては

$$(11) \quad Y_0 = Y_1 + Y_2$$

であるから, これを (10) に代入して

$$(12) \quad \begin{cases} X_0 = b^{00} Y_1 + b^{00} Y_2 + b^{03} Y_3 \\ X_3 = b^{30} Y_1 + b^{30} Y_2 + b^{33} Y_3 \end{cases}$$

をうる。ところで

$$(13) \quad X_0 \geq X_1 + X_2$$

であり, さらに (6) の X_3 と (12) の X_3 とが同じ値をうるためには, つぎの関係が成立しなければならない。

$$(14) \quad \begin{cases} [b^{00} - (a^{11} + a^{21})] Y_1 + [b^{00} - (a^{12} + a^{22})] Y_2 \\ + [b^{03} - (a^{13} + a^{23})] Y_3 \geq 0 \\ b^{30} = a^{31} = a^{32}, \quad b^{33} = a^{33} \end{cases}$$

上式の Y はプラスの値をとるから, この不等式が成立するための一番厳しい条件は, $b^{00} \geq a^{11} + a^{21}$, $b^{00} \geq a^{12} + a^{22}$, $b^{03} \geq a^{13} + a^{23}$ である。これと (14) の最後の等式, すなわち

$$(15) \quad \begin{cases} b^{00} \geq a^{11} + a^{21} \\ b^{00} \geq a^{12} + a^{22} \\ b^{03} \geq a^{13} + a^{23} \\ b^{30} = a^{31} = a^{32}, \quad b^{33} = a^{33} \end{cases}$$

が, この場合の条件である。もし上式において不等號の代わりに等號にした場合が, アグリゲーションの前後において, リバーカッションの効果に變化のない条件にほかならない。

(15) の条件を緩和し, 第 1, 2 の兩式を等號で結びつけるものとする。と, $a_{31} = a_{32}$ あるいは, $(1 - a_{11} - a_{21}) / a_{31} = (1 - a_{12} - a_{22}) / a_{32} = (a_{13} + a_{23}) / (1 - a_{33})$ が導かれる。まえの場合からは, アグリゲーションの前後において, リバーカッションの効果が等しい場合となってしまう。本題にもとることとなる。またのちの場合には, $\det(U_3 - A_1) = 0$ となるから, この条件をとることができない。

また (15) 式の第 3 式を等式とした場合, 最初の 2 つの式のうち, いずれか 1 つを等號で結び, 他を不等號と

した場合においても、所期の目的を達することができない。さらにまた、同じく第3式を等式とした場合、第1、2式を不等式で結ぶ場合でも同じ向きの不等式では、やはり、その解はえられない。したがって、この場合、所要の条件は、(15)式の第1、2式を向きの異なる不等式とすることである。

3 変換係数と能率係数

以上のアグリゲーションの問題をリバーカッションの視点から吟味して、 $X_0 > X_1 + X_2$ と $X_0 < X_1 + X_2$ との場合の投入係数間の関係を求めると、そこで残る問題は、 $X_0 > X_1 + X_2$ は経済的に何を意味し、 $X_0 < X_1 + X_2$ についてはどうであるかということである。これについては、すでにまえの機会にこのことを論じたから⁴⁾、ここでは結論だけを述べておこう。2つの部門を統合するとき、投入係数の異なるために、ある場合には生産能率が向上して、アグリゲーションのまえよりも、あとの方がア

ウトプットが増大する場合があります、また他の場合では、生産能率が低下して、減少することがある。このような問題の分析にあたって、まえの機会では、原単位的な変換係数と、さらにまた、アグリゲーションのために生ずるアウトプットの増減を示す能率係数とを區別して考えた。たとえば、航空機の部分品を作るために必要な労働技術と、製作機械とは、自動車の部分品を作る場合にも、そのまま適用することができると考えられるから、一定の労働、機械を用いる場合の航空機の部分品と自動車の部分品との2つのアウトプットの数量間には、原単位的な変換係数を考えることができる。これに對し、極端な場合の1例として、機械器具の製作と繊維製品の製造とを統合する場合には、製作機械の改造、取り換え、労働技術の再訓練等多くの能率上のロスが出てくる。これを示すものが能率係数である。もちろん、実際にはこのような変換係数と能率係数とを明確に區別することは不可能ではあろうが、理論的にアグリゲーションの問題を考える場合には、ある1つの考え方を示唆するものといえよう。

4) 山田勇 前掲書 pp. 386-394