國際經濟の安定條件に關するノート[1)]

地　主　重　美

1.

開放システムの安定條件についてわれわれは既に內外にすぐれた業績をもっている。

殊に Metzler の國際經濟に關する一連の硏究[2)]は，いわゆる安定條件論自體の問題としてもこの分野に新しい地歩を開き興味深いものであるが，われわれの問題は彼における投資函數に關してである。卽ち彼において「投資は所得の水準に依存する」いわゆる Kalecki 的投資函數[3)]が採用されている。これに反して Harrod, Hicks 等に代表される支配的見解は加速度原理を理論の中核にすえる。抑々現在の經濟理論における最大の弱點の1つは，正にこの投資函數の決定にかかわっていることを考えるならば，その優劣を直ちに斷定することは出來ないであろう。ただ現在の主流に從って加速度原理を導入し，Hicks モデルとパラレルに Metzler の單純模型を再構成するにある。更に單純なケースについての2國間の coupling の仕方にもとづく變動の型を明らかにする。

2.

以下の議論においてわれわれは，2 國の價格，利子率，爲替率は不變と假定し，經濟諸量は實物的表現によって表示する。添字は第1國及第2國を示し，記號を次のように定める。

y；國民所有　　c；限界消費性向

v；加速度係數　　i；限界輸入性向

e；限界輸出性向

G；獨立投資　　その上 $G(t)=G(0)(1+g)^t$ ここで g は獨立投資の成長率

輸入は自國における前期の國民所得に依存し，輸出は相手國の前期の國民所得に依存すると想定すれば，自國の輸入は，相手國の輸出に等しいから

$$\left.\begin{aligned} i_1y_1(t-1)&=e_2\cdot y_1(t-1)\\ i_2y_2(t-1)&=e_2y_2(t-1)\end{aligned}\right\}\qquad(2\cdot1)$$

かくて所望されるシステムは

$$\left.\begin{aligned} y_1(t)&=c_1y_1(t-1)+v_1\varDelta y_1(t-1)\\ &\quad-i_1y_1(t-1)+e_2y_2(t-1)+G_1(t)\\ y_2(t)&=c_2y_2(t-1)+v_2\varDelta y_2(t-1)\\ &\quad-i_2y_2(t-1)+e_1y_1(t-1)+G_2(t)\end{aligned}\right\}\qquad(2\cdot2)$$

(2・1) を考慮して

$$\left.\begin{aligned} y_1(t)&=c_1y_1(t-1)+v_1[y_1(t-1)-y_1(t-2)]\\ &\quad-i_1y_1(t-1)+i_2y_2(t-1)+G_1(t)\\ y_2(t)&=c_2y_2(t-1)+v_2[y_2(t-1)-y_2(t-2)]\\ &\quad-i_2y_2(t-1)+i_1y_1(t-1)+G_2(t)\end{aligned}\right\}\qquad(2\cdot3)$$

まず定常解を求める。獨立投資に趨勢要因を含んでいるから，均衡國民所得 $\overline{Y}$ が現實のそれに一致したとすれば

$$\left.\begin{aligned} \overline{Y}_1(t)&=(c_1+v_1-i_1)\overline{Y}_1(t-1)\\ &\quad+v_1\overline{Y}_1(t-2)+i_2\overline{Y}_2(t-1)+G_1(t)\\ \overline{Y}_2(t)&=(c_2+v_2-i_2)\overline{Y}_2(t-1)\\ &\quad+v_2\overline{Y}_2(t-2)+i_1\overline{Y}_1(t-1)+G_2(t)\\ \overline{Y}(t)&=\overline{Y}(0)(1+g)^t,\ G(t)=G(0)(1+g)^t\end{aligned}\right\}\qquad(2\cdot4)$$

從って

$$\begin{bmatrix}\alpha_1 & -i_2(1+g)\\ -i_1(1+g) & \alpha_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\overline{Y}_1(t)\\ \overline{Y}_2(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}G_1(0)(1+g)^2\\ G_2(0)(1+g)^2\end{bmatrix}\qquad(2\cdot5)$$

但し $\alpha_1=(1+g)(1+g-c_1+i_1)-v_1g$

$\alpha_1=(1+g)(1+g-c_2+i_2)-v_2g$

$$\begin{bmatrix}\overline{Y}_1(t)\\ \overline{Y}_2(t)\end{bmatrix}\cdot$$

$$=\begin{pmatrix}\dfrac{\alpha_2G_1(0)(1+g)^2+\{i_2(1+g)\}\{G_2(0)(1+g)^2\}}{(\alpha_1\cdot\alpha_2)-i_1i_2(1+g)^2}\\[2ex] \dfrac{\{i_1(1+g)\}\{G_1(0)(1+g)^2\}+\alpha_1\{G_2(0)(1+g)^2\}}{(\alpha_1\cdot\alpha_2)-i_1i_2(1+g)^2}\end{pmatrix}\qquad(2\cdot6)$$

つぎに動學解を求める。

$$[E\lambda^2-(c+v-I)\lambda+v]\,Y(t)=0\qquad(2\cdot7)$$

$Y(t)\neq0$ だから，特性方程式が 0 となる。卽ち

$$\varDelta(\lambda)\equiv\begin{vmatrix}\beta_1 & -i_2\lambda\\ -i_1\lambda & \beta_2\end{vmatrix}=0$$

1) このノートを草するに當り，一橋大學荒憲治郎氏から多大の示唆をうけた。

2) Metzler, L. A., Underemployment Equilibrium in International Trade *Econometrica*, vol. 10, 1942. Stability of Multiple Markets, *Econometrica*, vol. 13, 1945.

ここでは主に第一論文を參照。

3) Kalecki, M., "*Essays*" pp. 64—66. Kaldor, N., A Model of the Trade Cycle, *Economic Journal*, 1940, p. 79.

但し $\beta_1=\lambda^2-(c_1+v_1-i_1)\lambda+v_1$

$\beta_2=\lambda^2-(c_2+v_2-i_2)\lambda+v_2$

かくて動學解は

$Y(t)=[h\cdot k]\lambda^t$ 　　λ は (2•8) の根であり，$h\cdot k$ は初期條件及び特性行列〔$E\lambda^2-(c+v-I)+v$〕によって決定される常數である。完全解は從って，

$$y(t)=\overline{Y}+[h\cdot k]\lambda^t \qquad (2\cdot9)$$

このシステムにおける動學的安定は，すべての特性根の絕對値が1より小なることであり，そのための必要且十分條件は周知の「シューアの條件」に外ならない。しかしシューア的表示はきわめて複雜で，經濟學上意味ある結論を導出することは殆ど不可能といってよい。われわれにとって興味あるのは，i_1 乃至 i_2 が 0 なる場合における國際經濟の變動效果の分析である。

A. $i_1=0$ なる場合

第1國の輸入，從って第2國の輸出が0なる場合には (2・3) は次の如くなる。

$$\left.\begin{aligned} y_1(t)&=(c_1+v_1)y_1(t-1)-v_1y_1(t-2)\\ &\quad+i_2y_2(t-1)+G_1(t)\\ y_2(t)&=(c_2+v_2-i_2)y_2(t-1)-v_2y_2(t-2)\\ &\quad+G_2(t)\end{aligned}\right\}\quad(3\cdot1)$$

定常解はさきと同樣にして

$$\begin{bmatrix}\overline{Y}_1(t)\\ \overline{Y}_2(t)\end{bmatrix}=\begin{pmatrix}\dfrac{G_1(0)(1+g)^2\alpha_2+\{i_2G_2(0)(1+g)^3\}}{\alpha_3\cdot\alpha_2}\\ \dfrac{G_2(0)(1+g)^2}{\alpha_2}\end{pmatrix}\quad(3\cdot2)$$

但し $\alpha_3=(1+g)(1+g-c_1)-v_1g$

動學解は

$$\varDelta(\lambda)\equiv|E\lambda^2-(c+v-I)\lambda+v|=\begin{vmatrix}\beta_3 & -i_2\lambda\\ 0 & \beta_2\end{vmatrix}$$

$$=\{\lambda^2-(c_1+v_1)\lambda+v_1\}\{\lambda^2-(c_2+v_2-i_2)\lambda+v_2\}$$

$$=(\lambda-\lambda_1)(\lambda-\lambda_2)(\lambda-\lambda_3)(\lambda-\lambda_4)=0\quad(3.3)$$

但し $\beta_3=\lambda^2-(c_1+v_1)\lambda+v_1$

かくて

$$\begin{bmatrix}Y_1(t)\\ Y_2(t)\end{bmatrix}=[k]\{h_1\lambda_1{}^t\ h_2\lambda_2{}^t\ h_3\lambda_3{}^t\ h_4\lambda_4{}^t\}\quad(3\cdot4)$$

但し $[k]=\begin{bmatrix}k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14}\\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24}\end{bmatrix}$ (3•4) の右邊第 2 項は列ベクトルである。

さきにふれたように，h_i は初期條件によって決定される任意常數，$\{k_{11}, k_{21}\}$，$\{k_{12}, k_{22}\}$，$\{k_{13}, k_{23}\}$，$\{k_{14}, k_{24}\}$ は夫々特性根 λ_1，λ_2，λ_3，λ_4 に對應する固有ベクトルである。卽ち

$$[\lambda^2{}_{(i)}-(c+v-I)\lambda_{(i)}+v]k_{(i)}=0\quad(i=1,2,3,4)\quad(3\cdot5)$$

但し $k_{(i)}\neq0$，以下 λ はすべて單根とし，重根を含まないものと考える。

特性根 λ_1 に關しては

$$\begin{bmatrix}\beta_{3(1)} & -i_2\lambda_{(1)}\\ 0 & \beta_{2(1)}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}k_{11}\\ k_{21}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ 0\end{bmatrix}\quad(3\cdot6)$$

固有ベクトルは

$$\begin{bmatrix}k_{11}\\ k_{21}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\beta_{2(1)}\\ 0\end{bmatrix}\quad(3\cdot7)$$

但し $\beta_{2(1)}=\lambda^2{}_{(1)}-(c_2+v_2-i_2)\lambda_{(1)}+v_2$

$\beta_{3(1)}=\lambda^2{}_{(1)}-(c_1+v_1)\lambda_{(1)}+v_1$

何故ならば

$$\begin{bmatrix}\beta_{3(1)} & -i_2\lambda_{(1)}\\ 0 & \beta_{2(1)}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\beta_{2(1)}\\ 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ 0\end{bmatrix}\quad(3\cdot8)$$

$\lambda_{(2)}$ に關しては

$$\begin{bmatrix}k_{12}\\ k_{22}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\beta_{2(2)}\\ 0\end{bmatrix}\quad(3\cdot9)$$

但し $\beta_{2(2)}=\lambda^2{}_{(2)}-(c_2+v_2-i_2)\lambda_{(2)}+v_2$

$\lambda_{(3)}$ に關しては

$$\begin{bmatrix}k_{13}\\ k_{23}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\beta_{2(3)}\\ 0\end{bmatrix}$$

但し $\beta_{2(3)}=\lambda_{(3)}-(c_2+v_2-i_2)\lambda_{(3)}+v_2$

とおけば $\lambda_{(3)}$ は $\lambda^2-(c_2+v_2-i_2)\lambda+v_2=0$ の解であるから固有ベクトル $\{k_{13}\ k_{23}\}$ は $\{0,\ 0\}$ となり $k_{(i)}\neq0$ なる前提に反する。從って，さきの特性行列を次のように變形する。

$$\begin{bmatrix}\beta_{2(3)} & 0\\ -\lambda_{(3)}i_2 & \beta_{3(3)}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}k_{23}\\ k_{13}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ 0\end{bmatrix}\quad(3\cdot10)$$

$$\begin{bmatrix}k_{23}\\ k_{13}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\beta_{3(3)}\\ \lambda_{(3)}i_2\end{bmatrix}\quad(3\cdot11)$$

但し $\beta_{3(3)}=\lambda_{(3)}-(c_1+v_1)\lambda_{(3)}+v_1$

特性行列は，上記の變形によってもその値を變えない。何故ならば，

$$\begin{bmatrix}\beta_{3(3)} & -\lambda_{(3)}i_2\\ 0 & \beta_{2(3)}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\lambda_{(3)}i_2\\ \beta_{3(3)}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ 0\end{bmatrix}\quad(3\cdot12)$$

$\lambda_{(4)}$ に關しても同樣にして

$$\begin{bmatrix}\beta_{2(4)} & 0\\ -\lambda_{(4)}i_2 & \beta_{3(4)}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}k_{24}\\ k_{14}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ 0\end{bmatrix}\quad(3\cdot13)$$

$$\begin{bmatrix}k_{24}\\ k_{14}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\beta_{3(4)}\\ \lambda_{(4)}i_2\end{bmatrix}\quad(3\cdot14)$$

但し $\beta_{2(4)}=\lambda^2{}_{(4)}-(c_2+v_2-i_2)\lambda_{(4)}+v_2$

$\beta_{3(4)}=\lambda^2{}_{(4)}-(c_1+v_1)\lambda_{(4)}+v_1$

かくて動學解は

$$Y_1=C_1\{\lambda^2{}_{(1)}-(c_2+v_2-i_2)\lambda_{(1)}+v_2\}\lambda^t{}_{(1)}$$
$$+C_2\{\lambda^2{}_{(2)}-(c_2+v_2-i_2)\lambda_{(2)}+v_2\}\lambda^t{}_{(2)}$$
$$+C_3(i_1\lambda_{(3)})\lambda^t{}_{(3)}+C_4(i_2\lambda_{(4)})\lambda^t{}_{(4)} \qquad 3.15$$
$$Y_2=C_3\{\lambda^2{}_{(3)}-(c_1+v_1)\lambda_{(3)}+v_1\}\lambda^t{}_{(3)}$$
$$+C_4\{\lambda^2{}_{(4)}-(c_1+v_1)\lambda_{(4)}+v_1\}\lambda^t{}_{(4)}$$

k_{21}, k_{22} は 0 である。

以上において $i_1=0$ 即ち「第1國輸入—第2國輸出」なる關係が存在せず，單に「第1國輸出—第2國輸入」によって2國が結合されている一方的 coupling の場合には，k_{21}, k_{22} は 0 であり，第2國は安定條件に關する限り第1國の Hicks 的システム即ち $\lambda^2-(c_1+v_1)\lambda+v_1=0$ に本來的な變動の影響をうけない。((3•3) において λ_1, λ_2 は $\lambda^2-(c_1+v_1)\lambda+v_1=0$ から決定されている) かくて (3・3) において λ_1, λ_2 がたとえ不安定な根であっても，從って第1國における Hicks 的システムが本來不安定であっても，第2國の活動の pattern はこの根，値から獨立である。

B. $i_2=0$ の場合

第1國の輸出 從って第2國の輸入が0なる場合は，Aの場合と全く逆の關係が成立する。結論のみを示せば次の如くである。

まず定常解

$$\begin{bmatrix} a_1 & 0 \\ -i_1(1+g) & a_4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \overline{Y}_1(t) \\ \overline{Y}_2(t) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} G_1(0)(1+g)^2 \\ G_2(0)(1+g)^2 \end{bmatrix} \qquad (4•1)$$

但し $a_4=(1+g)(1+g-c_2)-v_2g$

から

$$\begin{bmatrix} \overline{Y}_1(t) \\ \overline{Y}_2(t) \end{bmatrix}=\begin{pmatrix} \dfrac{G_1(0)(1+g)^2}{a_1} \\ \dfrac{i_1G_1(0)(1+g)^3+G_2(0)(1+g)^2a_1}{a_1\cdot a_4} \end{pmatrix} \qquad (4•2)$$

次に動學解は マトリックスで表現すれば

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \beta_{4(1)} & \beta_{4(2)} & 0 & 0 \\ i_1\lambda_{(1)} & i_1\lambda_{(2)} & \beta_{1(3)} & \beta_{1(4)} \end{bmatrix}$$
$$\times\{C_1\lambda_1{}^t \quad C_2\lambda_2{}^t \quad C_3\lambda_3{}^t \quad C_4\lambda_4{}^t\} \qquad (4•3)$$

但し $\beta_{4(1)}=\lambda^2{}_{(1)}-(c_2+v_2)\lambda_{(1)}+v_2$

$\beta_{4(2)}=\lambda^2{}_{(2)}-(c_2+v_2)\lambda_{(2)}+v_2$

(4・3) の右邊第2項は列ベクトルである。

「第1國輸入—第2國輸出」なる關係のみによって結合されている一方的 coupling においては，結果は Aの場合と逆で，第1國は安定條件に關する限り第2國の Hicks システムに本來的な變動の影響をうけない。

C. $i_1=i_2=0$ なる場合

2國の間に何等の結合關係も存在しない孤立經濟のケースは廣く國際貿易の特殊なケースと考えてよいであろう。

定常解は

$$\begin{bmatrix} a_3 & 0 \\ 0 & a_4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} Y_1(t) \\ \overline{Y}_2(t) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} G_1(0)(1+g)^2 \\ G_2(0)(1+g)^2 \end{bmatrix} \qquad (5•1)$$

から

$$\begin{bmatrix} \overline{Y}_1(t) \\ \overline{Y}_2(t) \end{bmatrix}=\begin{pmatrix} \dfrac{G_1(0)(1+g)^2}{a_3} \\ \dfrac{G_2(0)(1+g)^2}{a_4} \end{pmatrix} \qquad (5•2)$$

動學解は

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \beta_{4(1)} & \beta_{4(2)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_{3(3)} & \beta_{3(4)} \end{bmatrix} \qquad (5•3)$$
$$\times\{C_1\lambda^t{}_{(1)} \quad C_2\lambda^t{}_{(2)} \quad C_3\lambda^t{}_{(3)} \quad C_4\lambda^t{}_{(4)}\}$$

(5・3) の右邊第2項は列ベクトルである。

かくて完全解 $y=\overline{Y}+Y$

において，定常解も動學解も孤立經濟における Hicks システムと全く同一である。

3

以上われわれは，加速度因子を含む國際經濟の安定條件を單純な2國間のケースにおいて展開し，更に固有ベクトルの分析を通じて初歩的な coupling の仕方に應ずる兩國の變動效果の分析を試みた。結果はきわめて抽象的で複雜であり，經濟的に何等かの意味を引き出すことも困難である。たゞ一方的 coupling の場合には，問題を2國に限定するかぎり，輸入國は安定條件について輸出國の影響から自由である。この結論は勿論一般的とはいい難い。われわれは，多數國を含む國際貿易システムを定立し，それらの coupling の態様が各國の經濟活動の pattern に與える影響を一般的に究明しなければならない。更には各國の經濟システムを單純なマクロシステムとしてではなしに，構造分析の第一次接近として Marx 再生產表式の idea を借用し，展開する作業も興味ある課題であるがこれについては別の機會に發表したい。(1953, 12, 10)