# レオンチエフ體系における市場構造の問題

倉　林　義　正

## 1

レオンチエフがその「アメリカ經濟の構造」を世に問うに至った主要な契機は，一般均衡理論の「經驗的適用」もしくはその計量的分析の方法を提示しようとしたところにあったと考えて差支えないであろう。事實産業間の財貨の流れの相互依存關係から構成されるレオンチエフ體系の分析は，巨視的な均衡分析によっては明らかにすることのできない數々の歸結をもたらしたのであり，それは一般均衡理論の意義を再認識せしめる上に少からぬ貢獻であると考えねばならぬであろう。

しかしひとたびレオンチエフの貢獻をこのように把えるならば，直に次の問題に遭遇することは避け難い事實である。すなわち「レオンチエフ體系が一般均衡理論の視野と方法を跡ずける上に十分であるかどうか」の問題がそれである。言うまでもなく一般均衡の分析は2つの觀點から構成されている。第1に經濟を構成する主體がいわゆる「極大原理」に基く選擇行爲を通して均衡に到達せしめられると共に，第2にそれらの主體の財貨の需給の調整によって市場の均衡が確立される。一般均衡理論の意圖するところはこれらの均衡の決定と變位の方向を明らかにすることに他ならない。このような一般均衡理論の視野に立つ限り，レオンチエフ本來の意圖は別にしても，現にかれによって與えられた解答は必ずしも十分であるとは考えられない。なぜならばかれの體系を構成する主要な關係式である，(1) 産出物の各産業への配分從ってまた費用の構成を示す關係式（$X_i$：$i$ 産業の産出物，$X_{ij}$：$i$ 産業より $j$ 産業に賣られる産出物——從って $j$ 産業が $i$ 産業より買う投入量）と，

$$\begin{aligned} X_1 &= X_{21}+X_{31}+\cdots+X_{n1} \\ X_2 &= X_{12}+\cdot+X_{32}+\cdots+X_{n2} \\ &\cdots\cdots \quad \cdots\cdots \quad \cdots\cdots \\ X_n &= X_{1n}+X_{2n}+\cdots+X_{n-1n}+\cdot \end{aligned} \qquad (1\cdot1)$$

(2) 投入量と産出物の技術的な關係を示す式

$$a_{ij}=\frac{X_{ij}}{X_i} \quad (i,\ j=1,\ \cdots,\ n) \quad x_{ii}=0 \qquad (1\cdot2)$$

においては，主體のいかなる行動の類型に基づいてこれらの關係が誘導されるかを明示していないからである。それゆえこのレオンチエフの分析に對して一般均衡理論の立場を貫徹せしめるためには，一面において主體の均衡とのの關聯を明確に規定すると共に，他方においては市場の均衡にまで立入る必要があるであろう。事實レオンチエフ體系の批判的な擴充の過程を尋ねるとき，これらの問題に關しては少くとも2つの逸すべからざる業蹟を持っている。サミュエルソンとクラインの業蹟がそれである。サミュエルソンはその代用定理（substitution theorem）[1]によって，(1) レオンチエフ體系における最も重要な特性値である生産係數——それは (1•2) によって定義されている——が極大均衡の點として observable points の一點となること，換言すると各産業にとってその生産係數は均衡投入量と均衡産出量の比として表わされること，(2) さらにそれらの係數の誘導に當って，投入量相互の間に limitational な關係のみでなく代用關係をも許容されていること，(3) 産業の行動準則として産出物の極大行動が想定されると共に，産業間に完全競爭的な市場を想定することにより一般均衡理論の視野との結びつきを明確に規定することに成功したのである。クラインはこのサミュエルソンの注目すべき歸結を各産業が結合生産物を含む場合に擴張したのであるが，これと共に獨占市場との關聯にも及している點に注意しなければならない[2]。さらにレオンチエフ體系に陽表的に極大原理を導入することは，夙に山田教授の主張されるところである[3]。

以下においては，1つの特殊な市場構造——多占的市場——におけるレオンチエフ體系をとりあげその均衡の性質を考察する。レオンチエフ體系と市場構造の關聯を包括的な見地から理解することは，この分野の研究にとって少からぬ意義を持つものと思われるが，主としてス

---

1) Samuelson, "Abstract of a Theorem Concerning Substitutability in Open Leontief Models," *Activity Analysis of Production and Allocation*, (ed. by T. C. Koopmans), 1951.

2) Klein, L. R., On the Interpretation of Professor Leontief's System, *Review of Economic Studies*, Vol. 20, No. 52, 1952—53.

3) 山田勇「レオンチエフの經濟體系とアメリカ經濟構造の分析」計量經濟學の基本問題 1949.

山田勇「レオンチエフ體系と生産函數」經濟研究，3巻3號，July 1952.

ペースの制約からそこに迄立入ることはできない。分析に入るに先立ってわれわれの採りあげる市場構造について若干の言及を與えておくことが必要であるように思われる。

市場の理論ないし市場構造の分析の主要な論點は，言うまでもなく主體の外部的な相互關係（external interdependence）の分析である。この觀點からするときひとは容易に2つの基本的な市場構造を規定しうることになる。(1) 完全競爭市場と (2) 獨占市場がそれである。前者はいうまでもなく各主體の需給の調整が所與のパラメターに基いて行われる關係であり，後者は各主體の行動がパラメターそのものをも變化させうる——從ってそれはもはやパラメターではなくて變數である——ような關係を意味している。これら2つの純粹に理論的な市場構造の對極に對し，すでに古典的なクールノーの分析が明示したように[4]，獨占主體間の競爭的な關係によって構成される市場を想定することができる。多占市場がそれである。しかし多占市場は個々の獨占主體が他の獨占主體の行動をいかに豫想するかに從って全く異った性格のものとなる。換言すれば各獨占主體のとる戰略のいかんによってそれぞれ別個の多占市場を考えなければならない。以下の考察をとくに特殊な多占的市場に限定したのはそのような考慮に基いているのであるが，その特殊的な規定に入る前にこれらの多占市場下の戰略のあり方について觸れておくことにしよう。便宜上フリッシュによる戰略の分類に從って考察するに止める。フリッシュは多占市場における戰略の態様を次のように分類した[5]。

1. 基本的調整 (Elementary adaptation)
   - A．數量的調整 (Quantity adaptor)
   - B．確率的價格調整 (Stochastic price adaptor)
   - C、選擇賣買の買い (Receiver of an option)
   - D．〃　〃 の賣り (Proposer of an option)
2. パラメター的行動 (Parametric action)
   - A．自主的行動 (Autonomous action)
   - B．豫測的行動 (Conjectural action)
   - C．優位的行動 (Superior action)
3. 一般的交渉 (General negotiation)

(1. A) は價格を所與とする需給量の調整の機構を示している。すなわちそれは通常の完全競爭下における需要曲線ならびに供給曲線が導出される場合の戰略の態様を意味している。これに對し (1. B) では提示される價格が高いか低いかによって取引の成立の確率が異るような事態であり，その需給曲線の誘導は價格と取引成立の確率いかんによって定められる。(1. C), (1. D) は選擇賣買において價格ならびに數量が所與であり，取引者の戰略はそのような與件を包性的に承諾するか又は拒否するかに區分される。以上(1)の諸類型はいずれもなんらかの與件を前提とする主體の適應的な行動の特徴づけられるに對し，(2) は進んで又主體が行動を規定する變數を自己の行動の統制の下に置くことが特質である。一般に各主體の行動の指標——例えば利潤——はすべての主體の行動パラメターないしは戰略變數の函數であるが，(2. A) では各主體の行動がそれ自身の行動パラメターにのみ依存する場合であり，(2. B)は自身の行動パラメーターの變化が他のそれに及ぼす假設的な値が——偏微係數または彈力性の形で——知られている場合を指す。さらに (2. C) はそれらの變化においてある主體の行動指標および行動パラメターの變化が他の主體により全く知られている場合（ゲーム理論における majorant game に相當する）であり，後者の行動は前者に比して有利な調整が可能である。いま $m$ 人の獨占主體 1, 2, …, $m$ において，その行動パラメターもしくは戰略變數を

$$
\begin{array}{l}
Z_1{}^1,\ Z_2{}^1,\ \cdots,\ Z_\alpha{}^1 \\
Z_1{}^2,\ Z_2{}^2,\ \cdots,\ Z_\beta{}^2 \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
Z_1{}^m,\ Z_2{}^m,\ \cdots,\ Z_\gamma{}^m \\
\alpha+\beta+\cdots+\gamma=N
\end{array}
$$

で表すとき主體 $h$ の利潤 $r^h$ は ($h=1, 2, \cdots, m$)

$$r^h=r^h(Z_1{}^1, \cdots, Z_\alpha{}^1, Z_1{}^2 \cdots, Z_\beta{}^2, \cdots, Z_1{}^m, \cdots Z_\gamma{}^m)$$

であって (2. B) の行動パラメターの變化の假設的な値は，例えば彈力性形式で

$$Z_{ij}^{hk}=\frac{\delta z_i^h}{\delta z_j^k}\cdot\frac{z_j^k}{z_i^h}$$

で表される。この偏微分記號は假設的な値であることは注意を要する。從って (2. A) では

$$Z_{ii}^{hh}=1 \qquad Z_{ij}^{hk}=0$$

である。(3) はゲーム理論の分析が妥當すべき領域であることは言うまでもないであろう[6]。

## 2

レオンチエフ體系における行動の主體は，言うまでも

---

4) 中山伊知郎譯「クールノー富の理論の數學的原理に關する研究」1936.

5) Frisch, R., Monopoly-Polypoly-The Concept of Force in the Economy, (tr. by. W. Beckerman), *International Economic Papers*, No. 1, 1951. p. 25

6) 藤野正三郎「ゲーム理論と複占均衡」一橋論叢 30 卷 6 號，1953, 12 月。

なく個々の企業の統合から成る産業である。これらの産業は自己の産出物の販賣に際して獨占的な立場に立つものと考えられるから，次のような多占市場を考えることは妥當であるように思われる。すなわち各産業の行動パラメターはその産業の產出物ならびに各産業の産出物の價格であり，各産業にとってその生産因子——投入量は所與であるような獨占産業によって形成される (2. A) の意味における多占的市場がそれである。いま議論の單純化のために次の前提を置く。

(前提 1) 一産業はただ一種の産出物を生産する。従って結合生産を許さない。

(前提 2) 各産業の生産函數

$$x_i=x_i(x_{i1}, \cdots, x_{in})$$

は $xij$ に關し一次同次函數であると共に各産業は一定の成長率 $g_i=\frac{dxi}{x_i}>0$ をもつものとする。

つぎに多占均衡を定義しよう。多占均衡とは各獨占主體が同時にその利潤の極大に到達する狀態を言う。換言すれば各主體が他の主體の利潤を減少することなしには，自身の利潤の增加に導きえない狀態を指している。

さて各産業がさきに述べたような多占的市場を形成するものとしよう。$i$ 産業 $(i=1, \cdots, n)$ の利潤函數 $R_i$ は，

$$R_i=p_ix_i-\sum_{j=1}^{n}p_jx_{ij} \quad x_{ii}=0 \ (i=1, \cdots, n) \qquad (2\cdot2)$$

で表わすことができるから，その極大の第一條件は，

$$\begin{aligned} dR_i&=\left\{\frac{\partial(p_ix_i)}{\partial x_i}dx_i+\frac{\partial(p_ix_i)}{\partial p_i}dp_i\right\}-\sum_{j=1}^{n}\frac{\partial(p_jx_{ij})}{\partial p_j}dp_j \\ &=(p_idx_i+x_idp_i)-\sum_j x_{ij}dp_j=0 \qquad (2\cdot3)\end{aligned}$$

である。したがって

$$\begin{pmatrix} dR_1 \\ \vdots \\ dR_n \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} x_1 & -x_{21}\cdots & -x_{n1} \\ \vdots & & \vdots \\ -x_{1n} & -x_{2n}\cdots\cdots & x_n \end{pmatrix}^T\begin{pmatrix} dp_1 \\ \vdots \\ dp_n \end{pmatrix} +\begin{pmatrix} dx_1 & 0 \\ 0 & dx_n \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_n \end{pmatrix} \qquad (2\cdot4)$$

多占的均衡條件は

$$X^Tdp+dX\cdot p=0 \qquad (2\cdot5)$$

である。ただし

$$X=\begin{pmatrix} x_1, & -x_{21}, & \cdots, & -x_{n1} \\ \vdots & & & \vdots \\ -x_{n1}, & -x_{2n}, & \cdots, & x_n \end{pmatrix} \quad dp=\begin{pmatrix} dp_1 \\ \vdots \\ dp_n \end{pmatrix}$$

$$p=\begin{pmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_n \end{pmatrix} \quad dX=\begin{pmatrix} dx_1 & 0 \\ 0 & dx_n \end{pmatrix}$$

であり，添字 $T$ は轉置行列を示す記號である。(前提 2) によって

$$\frac{\partial x_{ij}}{\partial x_i}=\frac{x_{ij}}{x_i}=a_{ij} \qquad g_i=\frac{dx_i}{x_i} \qquad (2\cdot6)$$

とおけば，(2·6) を (2·5) に代入して

$$x^T(E-A^T)dp+x^T\cdot G\cdot p=0 \qquad (2\cdot7)$$

を得る。ここで $E$ は單位行列，$A$ ならびに $G$ は次のような行列である。

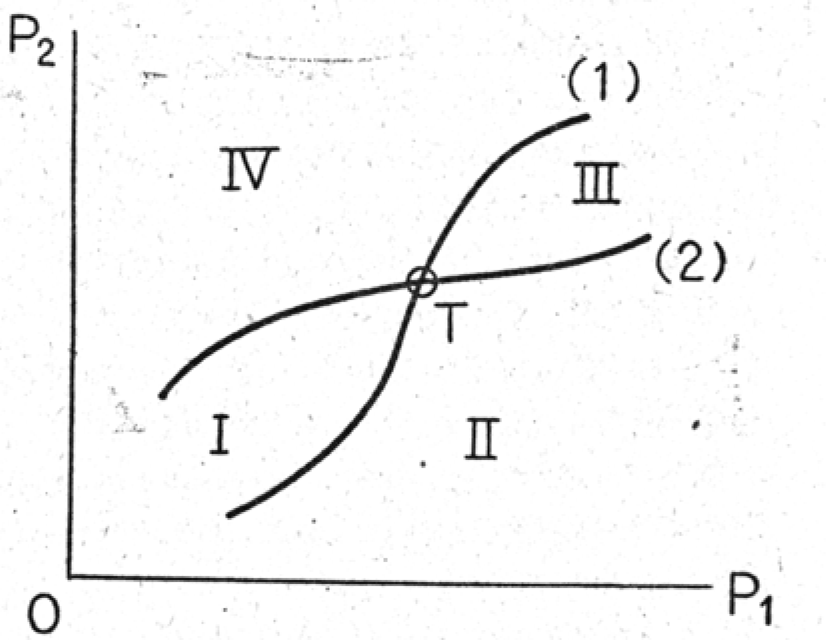
$$A=\begin{pmatrix} 0 & a_{21}\cdots a_{n1} \\ a_{1n} & a_{2n}\cdots\ 0 \end{pmatrix} \quad G=\begin{pmatrix} g_1 & 0 \\ 0 & g_n \end{pmatrix}$$

$$\therefore \quad x^T\{(A^T-E)dp-G\cdot p\}=0$$

すなわち多占的均衡において $x^T\neq0$ なるためには次の (2·9) の微分方程式の解が存在することが充分である[7)]。

$$dp=(A^T-E)^{-1}\cdot G\cdot p \qquad (2\cdot9)$$

ところで (2·9) は價格を行動パラメターとする調整方向を規定する關係式である。フリッシュの表現を借りるならば，それは均衡への引力 (forces of attraction) を示している。二次元で表現するならば，それは $(p_1, p_2)$ 平面における價格變動方向を示すベクトル $(dp_1, dp_2)$ によって表することができる。フリッシュによると獨占主體 1 にとって $dp_1=0$ ならば 1 の調整は止むのであるから，それらの點を結べば索引の境界 (frontiers of attaction) を示す曲線をうる。主體 2 についても同樣，それゆえ $(p_1, p_2)$ 平面はこの 2 つの曲線によって 4 つの領域に分割される。圖の I，II，III，IV がそれであり，(+, −) は $(dp_1>0, dp_2<0)$ なることを示す。(0, 0) が多占均衡點を示すことは言うまでもない。




I : (+, +)　　III : (−, −)
II : (−, +)　　IV : (+, −)

これだけのことを頭に置いた上でわれわれの體系の均衡の安定性を考察しよう。直觀的な便宜を考慮して以下 2 次元で考えて行くが，容易に多次元に擴張することができる。その前に一般に以下の分析に必要な次の定理を與えよう。それらは，デブルーならびにヘルスタインに

7) Samuelson, P. A., Prices of Factors and Goods in General Equilibrium, *Review of Economic Studies*, Vol. 21, No. 54, 1953—1954, p. 16.

よって[8)]與えられた定理の變形であるから證明は省略して，單に定理を掲げるに止める。

（定理 1） $A$ を非負行列とする。$(A-E)^{-1}\geqq 0$ が成立つためには $A$ の非負の最大の特有根が1よりも大であることが必要かつ十分である。

（定理 2） $A$ を非負の indecomposable な行列とする。$(A-E)^{-1}>0$ となるためには $A$ の非負の最大の特有根が1よりも大であることが必要かつ十分である。

（系） $A$ を非負の indecomposable な行列とする。$(A-E)^{-1}<0$ となるためには $A$ の非負の最大の特有根が1よりも小であることが必要かつ十分である。

さて (2•9) の微分方程式の特有方程式は

$$\lambda^2-(g_1+g_2)+(g_1g_2-a_{12}\cdot a_{21}\cdot g_1\cdot g_2)=0 \quad (2\cdot10)$$

$$\therefore\quad \lambda=(g_1+g_2)\pm\sqrt{(g_1-g_2)^2+4a_{12}a_{21}g_1\cdot g_2} \quad (2\cdot11)$$

$A$ は非負從って $a_{12},\ a_{21}\geqq 0$. 故に體系が安定になるためには all $\lambda$ : real part$<0$

であるから，(2•9) ににおいては $(g_1+g_2)<(g_1-g_2)^2+4a_{12}\cdot a_{21}\cdot g_1\cdot g_2$

$$\sqrt{a_{12}\cdot a_{21}}>1 \quad (2\cdot12)$$

なることが必要かつ十分である。或るいは

$$a_{12}\cdot a_{21}>1 \quad (2\cdot12)'$$

ところでこの條件は前記の $(p_1,\ p_2)$ 平面のすべての領域について妥當するであろうか。それが必ずしも成立たないことを主張するのには，領域Ⅰおよび領域Ⅲについて考察すれば十分である。領域Ⅰにおいては $(+,\ +)$ ところで $(dp_1,\ dp_2)^T>0$ が成立するためには（定理 2）によって行列 $A$ の非負の最大の特有根が1より大であることが必要かつ十分である[9)]。なぜならば (2•9) によって，$(p_1,\ p_2)^T>0$ かつ $G$ は正値行列であり，

$$\begin{pmatrix}dp_1\\dp_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & a_{12}\\a_{21} & -1\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}g_1 & 0\\0 & g_2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}p_1\\p_2\end{pmatrix}$$

と表わしうるから $(A^T-E)^{-1}=\begin{pmatrix}-1 & a_{12}\\a_{21} & -1\end{pmatrix}^{-1}>0$ なるために $A^T$ の非負の最大の特有根が1よりも大であることが必要かつ十分であり，それは $A$ の非負の最大の特有根が1より大なることを意味するものだからである[10)]。

$A$ の特有根 $\delta$ は

$$\delta=\pm\sqrt{a_{21}a_{12}} \quad (2\cdot13)$$

であるから，非負の最大根が1より大であるとは

$$\sqrt{a_{12}a_{21}}>1 \text{ or } a_{12}\cdot a_{21}>1 \quad (2\cdot14)$$

である。(2•14) を (2•12)′ と比較することによって領域Ⅰにおいては體系は安定的であることを知る。同樣の推理を $(dp_1,\ dp_2)^T<0$ の場合に適用するならば（領域Ⅲ），そのためには（定理 2•系）によって $A$ の非負の最大の特有根が1よりも小であることが必要かつ十分である。$\delta$ の非負の最大の特有根が1よりも小であることは，

$$\sqrt{a_{12}a_{21}}<1 \text{ or } a_{12}\cdot a_{21}<1 \quad (2\cdot15)$$

を意味し，それは (2•12)′ から體系の安定條件を満さない。かくて多占的レオンチエフ體系の均衡が必ずしも安定でないことが示された。むしろわれわれのこの體系は一方的な安定性 (one-sided stability) を持っていると考えるべきであろう[11)]。

附記　小論の成立については統計研究會・投入産出部會委員各位の討論に負うところが多い。記して謝意を表したい。

---

8) Debreu, G. and Herstein I. N., Nonnegative Square Matrices, *Econometrica*, Vol. 21, No. 4. October 1953. pp. 601—602

9) $A$ が indecomposable であることは，當面の問題である二次元については明らかである。すなわち $A$ につぎのような變換を行うと

$$\begin{pmatrix}0 & 1\\1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & a_{21}\\a_{12} & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & 1\\1 & 0\end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix}0 & a_{21}\\a_{12} & 0\end{pmatrix}$$

となって結果は $A$ にひとしい。それは $A$ が indecomposable であることを示している。

10) $$|A^T-\lambda E|=|(A-\lambda E)^T| = |A-\lambda E|^T=|A-\lambda E|=0$$

11) Samuelson, *Foundations of Economic Analysis*, 1948. pp. 276—298